

Dynamiczne oddziaływanie przegubu Cardana w funkcji skośności osi

Marek Fligiel

Streszczenie

W opracowaniu rozpatruje się dynamikę oddziaływania przegubu Cardana na pracę wału napędowego pojazdu samochodowego. Na przykładzie hipotetycznego wału pędowego, mogącego występować w eksploatacji, rozpatruje się zmiany prędkości obrotowej, przyspieszenia kątownego, zmianę momentu sił oraz impulsu sił wału napędzanego, wynikającą z asynchroniczności obrotów wału napędzającego i napędzanego. Analizę przeprowadzono dla różnych kątów skośności osi wału napędzającego i napędzanego. Analiza dynamiczna potwierdza niekorzystne zjawiska występujące w czasie eksploatacji wałów napędowych.

Słowa kluczowe: przegub Cardana, wał napędowy pojazdu, asynchroniczność przyspieszenia i prędkości kątownych, impuls momentu sił.

Wstęp

Produkcja samochodów rozpoczęła się w USA w latach 90-tych w XIX wieku. W 1929 na świecie eksploatowanych było 32028500 samochodów. z tego w USA zostało wyprodukowanych 28551500 samochodów, tj. 90% z nich. W innych krajach niż USA było 6336843 pojazdów samochodowych. Wówczas na świecie jeden samochód przypadał na każde sześćdziesiąt jeden osób, w Stanach Zjednoczonych średnio jeden samochód przypadał na 4,87 osoby. Najmniej zarejestrowanych samochodów na jednego mieszkańca było w Arabii Saudyjskiej, w stanie Asir, jeden samochód przypadał na 75000 osób [1].

W 2010 roku liczba pojazdów na świecie osiągnęła jeden miliard. W 2010 roku, każdego dnia w Pekinie liczba pojazdów zwiększała się o 2000 pojazdów, w Delhi o 1335 pojazdów, a w pozostałej części świata o 95500 pojazdów [2, 3]. Prognozuje się, że do końca 2015 roku możliwe jest podwojenie liczby pojazdów na świecie do ponad dwóch miliardów [4]. Zdecydowana większość tego wzrostu dotyczy Chin i Indii, chociaż Stany Zjednoczone mają znaczny wkład w światowy rynek poprzez, udział w konstrukcji, technologii i wytwarzaniu oraz organizacji produkcji poza USA.

Przy tak masowej produkcji i eksploatacji, współczesne konstrukcje pojazdów samochodowych są konstrukcjami szczególnego zainteresowania projektantów ze względu na powszechny ich dostęp. We współczesnych mobilnych konstrukcjach powszechnego użytku, bezpieczeństwo i komfort eksploatacji jest podstawowym kryterium projektowania konstrukcji i wytwarzania. Pojazdy samochodowe najczęściej są eksploatowane przez osoby określające jakość pojazdu na podstawie komfortu wibroakustycznego.

Występujące w maszynach i urządzeniach mobilnych zjawiska wibroakustyczne, tj. nadmierny hałas i drgania mechaniczne są niekorzystne dla samych konstrukcji jak i dyskomfortowe dla użytkowników.

Zjawiska drganiowe maszyn i urządzeń mechanicznych w tym pojazdów, nakładają się na ruch podstawowy, do jakiego pojazd został skonstruowany.

Ruch drgający w swojej istocie jest ruchem szybkozmiennym. Zjawiska drganiowe możemy rozdzielić ze względu na przebieg czasowy przyspieszeń, prędkości i przemieszczeń charakteryzujących ruch drgający. Ze względu na czas zmian powyższych parametrów a także fizyczne możliwości reakcji człowieka, ruch szybkozmienny możemy rozdzielić na wstrząsy i drgania. Do wstrząsów zakwalifikujemy ruch niskoczęstotliwościowy, na który człowiek reaguje czynnie za pomocą układu mięśniowo-szkieletowego. Do drgań natomiast zakwalifikujemy, ruch mechaniczny, na który organizm człowieka reaguje biernie, tj., jego układy równowagi, nerwowy oraz motoryczny nie nadążają reagować na każdy impuls siły wywołany drganiami.

W tablicy 1 przedstawiono ilościowe ujęcie częstotliwości drgań mechanicznych najbardziej szkodliwych dla człowieka i jego poszczególnych części ciała i wewnętrznych organów. Jeżeli na organizm człowieka oddziałują drgania o częstotliwości mniejszej od 2 Hz to ciało człowieka zachowuje się jak jednolita masa. Pierwsza częstotliwość rezonansowa występuje przy 4 Hz lub 6 Hz dla pozycji siedzącej oraz 5 lub 12 Hz dla pozycji stojącej, zależnie od indywidualnej budowy człowieka. Pierwsza częstotliwość rezonansowa organów wewnętrznych występuje przy częstotliwości 3 Hz. Przy tej częstotliwości w stanie rezonansu mogą się znaleźć kończyny górne i wątroba, pozostałe organy znajdują się w stanie rezonansowym w wyższych częstotliwościach, jednak zakres częstotliwości rezonansowych organów wewnętrznych jest mały.

Tabela 1. Częstości rezonansowe organów człowieka [5]

Nazwa organu	Częstotliwość rezonansowa [Hz]
Głowa	4÷5 i 17÷25
Oczy	60÷90
Szczeka	6÷8
Krtań, tchawica, oskrzela	12÷16
Narządy klatki piersiowej	5÷9
Kończyny górne	3

Kręgosłup	8
Narządy jamy brzusznej	4,5÷10
Wątroba	3÷4
Pęcherz moczowy	10÷18
Miednica	5÷9
Kończyny dolne	5
Człowiek siedząc	5÷12
Człowiek stojąc	4÷6

Drgania mechaniczne zaczynają być istotne dopiero po przekroczeniu pewnego progu wyznaczanego przez częstotliwość oraz amplitudę przyspieszenia, prędkości lub przemieszczenia. Kąt fazowy drgań nie ma wpływu na odczuwalność i uciążliwość drgań.

Drgania mechaniczne negatywnie oddziałują na układ człowiek-pojazd-otoczenie (C-P-O). Po przekroczeniu dopuszczalnego progu, drgania mogą sprawiać dyskomfort lub też być niebezpieczne, mogą być szkodliwe dla pojazdu, (np. następuje zmniejszenie trwałości materiału poprzez obniżenie wytrzymałości zmęczeniowej, przyspieszone zużycie mechaniczne) i jego otoczenia. W tabeli 2 przytoczone są wielkości przyspieszeń, przy których człowiek odczuwa jeszcze komfort a powyżej których następuje dyskomfort, a także przyspieszenia niebezpieczne dla zdrowia oraz wyznaczające granicę przeżycia człowieka.

Tabela 2. Wielkości i czasy trwania obciążeń dynamicznych spotykanych w transporcie [6]

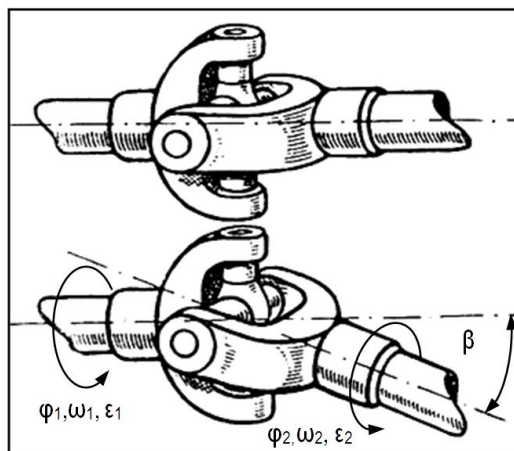
Środek i rodzaj ruchu	Przyspieszenie [m/s ²]	Przyspieszenie w g [g=9,81m/s ²]	Czas trwania [s]
Windy:			
• średnio dla wind szybkich	0,98-1,96	0,1-0,2	1-5
• granica komfortu	2,94	0,3	
• hamowanie awaryjne	24,5	2,5	
Transport publiczny (metro, pociąg):			
• ruszanie i zatrzymanie	0,98-1,96	0,1-0,2	5
• hamowanie awaryjne (80 km/h)	3,92	0,4	2,5
Samochody:			
• zwykle zatrzymanie	2,45	0,25	5-8
• bardzo nieprzyjemne zatrzymanie	4,41	0,45	3-5
• zatrzymanie awaryjne	6,86	0,7	3-5
• zderzenie (możliwe do przeżycia)	196,2-981	20-100	0,1
Samoloty:			
• zwykły start	4,9	0,5	10
• start z katapulty	24,5-58,86	2,5-6	1,5
• lądowanie awaryjne (do przeżycia)	196,2-981	20-100	-
• katapultowanie pilota z fotelem	98,1-147,1	10-15	0,25
Człowiek:			

• otwarcie spadochronu z wysokości 12km	323	33	0,2-0,5
• otwarcie spadochronu z wysokości 1,8km	83,4	8,5	0,5
• lądowanie ze spadochronem	29,4-39,2	3-4	0,1-0,2
• upadek w gniazdo strzałaka	196,2	20	0,1
• granica przeżycia przy dobrze rozłożonych siłach – głęboki dół ze śniegiem	1962	200	0,015-0,03
Głowa:			
• głowa dorosłego spadającego na twardą powierzchnię z wysokości 1,8m	2452	250	0,007
• głowa w hełmie, uderzenie tolerowane	176,6-225,6	18-23	0,02

Z badań eksperymentalnych wynika, że największą wrażliwością na drgania całego organizmu charakteryzuje się układ nerwowy i układ krążenia. Układy te na drgania reagują zaburzeniami ich pracy i prowadzą do złego samopoczucia psychicznego i fizycznego a nawet uszkodzenia przy wyższych amplitudach oddziaływań i długich czasach ekspozycji. Ważnym elementem użytkowania pojazdów samochodowych pod względem wibroakustycznym jest, aby eksploatacja pojazdów nie przekroczyła progu dokuczliwości ekspozycji na drgania i hałas.

1. Wał napędowy jako źródło wibracji

W pojazdach samochodowych, z istoty ich konstrukcji, wiele węzłów konstrukcyjnych jest przyczyną powstawania drgań mechanicznych. Jednym z układów mechanicznych w samochodzie jest układ napędowy, którego częścią jest przegub Cardana. Uniwersalny przegub Cardana jest mechanizmem dźwigniowym, kulistym, trzeciej rodziny i służy do przeniesienia ruchu obrotowego między wałami o osiach przecinających się pod kątem β (rys.1).



Rys. 1. Przegub asynchroniczny Cardana

Przegub Cardana jest częścią wału napędowego pojazdu. Z konstrukcji przegubu Cardana wynika zmienność dynamiczna pracy wału napędowego mogąca objawić się zwiększonym poziomem drgań mechanicznych oraz zużyciem łożysk w samym przegubie jak i w podporze wału napędowego. Drgania w pojeździe mogą być wymuszone kinematycznie, bezwładnościowo lub też mogą pojawiać się drgania samowzbudne.

Najczęściej wał napędowy występuje w pojazdach terenowych, dostawczych, ciężarowych i autobusach. Wały napędowe występują również w pojazdach osobowych takich jak: Fiat 125p, Polonez, Mercedes, Land Rover, Freelander, VW Touareg, BMW i inne. Przegub Cardana nazywany jest potocznie sprzęgłem wychylnym lub przegubem krzyżakowym i jest przegubem asynchronicznym. Wadą przegubu jest jego asynchroniczność, tj. nierównomierność prędkości kątowej ω_2 i przyspieszenia kątowego ε_2 wału napędzanego (odbiorczego) względem prędkości kątowej ω_1 wału napędzającego (zdawczego) (rys. 1). Zjawisko to jest przyczyną szybszego zużywania się bieżni łożysk igielkowych stosowanych w przegubach (rys. 2).

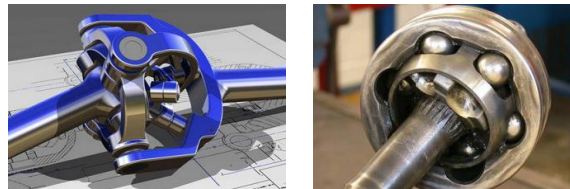


Rys. 2. Zużycie bieżni w krzyżaku przegubu Cardana

Zmiana kąta β skośności osi wału napędowego powstaje w wyniku przemieszczenia pionowego maszyn resorowanej i nieresorowanej pojazdu oraz wywołana może być przez wadliwe krzyżaki. Wystąpić może wówczas skośność osi i niewyważenie dynamiczne wału napędowego. Problem skośności osi i niewyważenia dynamicznego wykracza poza zakres niniejszej analizy, chociaż jako całość ma wpływ na oddziaływanie wibroakustyczne. Skośność osi i niewyważenie dynamiczne wpływa na drgania poprzeczne wału pędowego i objawia się największymi wibracjami w miejscu zamocowania łożyska podporowego wału. Potwierdzają to badania przytoczone w pracy [7].

Wał napędowy może zawierać również przeguby homokinetyczne, które są przegubami synchronicznymi (rys. 3). Przeguby homokinetyczne nazywane są również przegubami kulowymi. W zależności od twórców nazywane są również przegubami Thompsona, Weissa, Rzeppa, Tracta lub Birfielda. Najczęściej

stosowanym przegubem homokinetycznym jest udoskonalony przegub Rzeppa nazywany przegubem Birfielda.



Rys. 3. Przeguby homokinetyczne: (a) Thompsona, (b) Rzeppa

2. Kinematyka ruchu obrotowego przegubu Cardana

Prędkość kątowa ω_2 wału napędzanego (odbiorczego) (rys. 1) jest funkcją kąta obrotu φ_1 i prędkości kątowej ω_1 wału napędzającego (zdawczego) oraz kąta obrotu wału napędzanego (odbiorczego) φ_2 a także kąta β pomiędzy osiami wałów (kąta skośności). Zależność ta jest następująca [8]:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos^2 \varphi_2}{\cos^2 \varphi_1 \cdot \cos \beta} \quad (1)$$

Stosunek prędkości kątowej ω_2 wału napędzanego do prędkości kątowej ω_1 wału napędzającego jest przełożeniem:

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos^2 \varphi_2}{\cos^2 \varphi_1 \cdot \cos \beta} \quad (2)$$

Z analizy geometrycznej kąta obrotów wałów 1 i 2 wynika zależność pomiędzy kątami φ_2 i φ_1 obrotów wałów:

$$\tan \varphi_2 = \tan \varphi_1 \frac{1}{\cos \beta}, \quad (3)$$

skąd po przekształceniach geometrycznych otrzymamy:

$$\cos^2 \varphi_2 = \frac{\cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \beta}{\sin^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \beta} \quad (4)$$

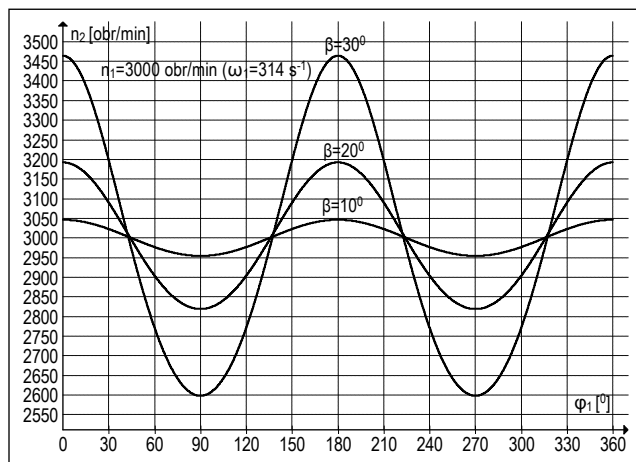
Po podstawieniu (4) w (1) dostaniemy zależność na prędkości kątowej ω_2 wału napędzanego o funkcji prędkości kątowej ω_1 i kąta obrotu φ_1 wału napędzającego oraz kąta β skośności osi (rys. 4):

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos \beta}{\sin^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \beta} \quad (5)$$

Z funkcji (5) wynika, że przegub Cardana ma dwie współrzędne niezależne (φ_1 , β), jest układem o dwóch stopniach swobody. Zależność pomiędzy φ_1 i ω_1 jest następująca: $\omega_1 = d\varphi_1/dt$.

Na podstawie (5) możemy stwierdzić, że ekstremalna prędkość kątowa wału napędzanego w ciągu jednego obrotu zmienia się czterokrotnie, ale dwukrotnie, co do wartości bezwzględnej i jest równa dla:

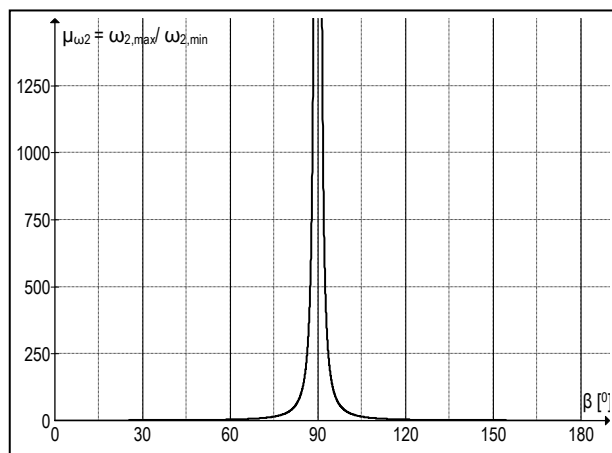
$$\varphi_1 = 0^\circ \vee 180^\circ \Rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1}{\cos \beta} \wedge \varphi_1 = 90^\circ \vee 270^\circ \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 \cdot \cos \beta.$$



Rys. 4. Zmiana prędkości obrotowej n_2 wału napędzanego w funkcji kąta obrotu φ_1 wału napędzającego

Maksymalna prędkość kątowa wału napędzanego wynosi $\omega_{2,\max} = \frac{\omega_1}{\cos\beta}$ a minimalna $\omega_{2,\min} = \omega_1 \cdot \cos\beta$, skąd proporcja zmian prędkości obrotowej w funkcji kąta β skośności wałów (rys. 5):

$$\mu_{(\omega_2)} = \frac{\omega_{2,\max}}{\omega_{2,\min}} = \frac{1}{\cos^2\beta} \quad (6)$$



Rys. 5. Zmiana proporcji prędkości obrotowej ω_2 w funkcji kąta β skośności wałów $\mu_{\omega_2} = \omega_{2,\max} / \omega_{2,\min}$

Dla prędkości obrotowej wału napędzającego $n_1 = 3000$ obr/min ($\omega_1 = 314$ s⁻¹), co obrót o kąt $\varphi_1 = 90^\circ$ wału napędzającego zmiany prędkości obrotowej wału napędzanego n_2 [obr/min], są równe [rys. 4]:

- dla kąta $\beta = 10^\circ$ górna amplituda zmiany wynosi $A_{\max,10} = 46,3$ obr/min, dolna $A_{\min,10} = -45,6$ obr/min a zakres zmian $\Delta A_{10} = 92$ obr/min i tolerancja $n_{1,0} = 3000^{+46,4}_{-45,6}$ obr/min;
- dla kąta $\beta = 20^\circ$ górna amplituda zmiany wynosi $A_{\max,20} = 192,5$ obr/min, dolna $A_{\min,20} = -180,9$ obr/min a zakres zmian $\Delta A_{20} = 373,4$ obr/min i tolerancja $n_{2,0} = 3000^{+192,5}_{-180,9}$ obr/min;

- dla kąta $\beta = 30^\circ$ górna amplituda zmiany wynosi $A_{\max,30} = 464,1$ obr/min, dolna $A_{\min,30} = -401,9$ obr/min a zakres zmian $\Delta A_{30} = 866$ obr/min i tolerancja $n_{3,0} = 3000^{+464,1}_{-401,9}$ obr/min.

Z powyższej analizy wynika, że amplituda zmian prędkości kątowych nie jest symetryczna, i następuje większy wzrost górnej prędkości kątowej niż dolnej.

Dla kąta $\beta = 0^\circ$ prędkości kątowe obu wałów są takie same, natomiast dla $\beta = 90^\circ$ i 270° $\mu_{(\omega_2)} = \frac{\omega_{2,\max}}{\omega_{2,\min}} \rightarrow \infty$, dynamika przyrostu prędkości kątowej $\Delta\omega_2 = \omega_{2,\max} - \omega_{2,\min} \rightarrow \infty$, co oznacza stan awaryjny, niebezpieczny i niedopuszczalny. Taki stan jest niemożliwy do uzyskania ze względów konstrukcyjnych przegubu.

Podstawiając (4) w (2) dostaniemy zależność na przełożenie prędkości kątowych wału napędzanego do napędzającego:

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos\beta}{\sin^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_1 \cdot \cos^2\beta} \quad (7)$$

Funkcja przełożenia jest taką samą funkcją jak prędkość kątowa ω_2 , a jej wartość mniejsza o iloraz ω_1 .

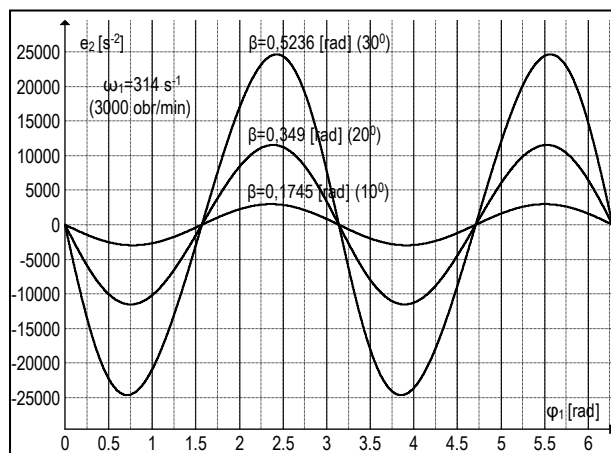
Przyspieszenie kątowe ε_2 jest pochodną względem czasu z funkcji (5):

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\cos\beta}{\sin^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_1 \cdot \cos^2\beta} - \omega_1^2 \frac{\sin 2\varphi_1 \cdot \cos\beta \cdot \sin^2\beta}{(\sin^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_1 \cdot \cos^2\beta)^2} \quad (8)$$

Prz. stałej prędkości kątowej ($\omega_1 = \text{const}$) wału napędzającego $\varepsilon_1 = d\omega_1/dt = 0$, stąd:

$$\varepsilon_2 = -\omega_1^2 \frac{\sin 2\varphi_1 \cdot \cos\beta \cdot \sin^2\beta}{(\sin^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_1 \cdot \cos^2\beta)^2} \quad (9)$$

Na rys. 6 pokazano wykres zmiany przyspieszenia kątowego ε_2 wału napędzanego w funkcji kąta obrotu φ_1 wału napędzającego dla prędkości kątowej $\omega_1 = 314$ s⁻¹ (3000 obr/min) = const.



Rys. 6. Zmiana przyspieszenia kątowego ε_2 wału napędzanego w funkcji kąta obrotu φ_1 wału napędzającego

Maksymalne bezwzględne wartości przyspieszeń kątowych ε_2 wału napędzanego dla prędkości kątowej $\omega_1 = 314$ s⁻¹ (3000 obr/min) = const. pokazano w tabeli 3.

Z rys. 6 i tabeli 3 wynika, że wartość bezwzględna dolnej i górnej amplitudy przyspieszenia kątowego jest równa dla

danego kąta skośności β , natomiast kąt φ_1 obrotu wału napędzającego, przy których występują ekstremalne wartości przyspieszenia kąowego ε_2 wału napędzanego są przesunięte w fazie.

Tab. 3. Ekstremalne wartości przyspieszeń kąowych ε_2 wału napędzanego dla prędkości kąowej $\omega_1=314 \text{ s}^{-1}$ (3000 obr/min)=const

Kąt skośności osi β [rad]	Kąt obrotu wału napędzającego φ_1 [rad]	Przyspieszenie kąowe ε_2 [s ⁻²]
0,1745 (10°)	0,78 (44,69°)	-2973
	2,36 (135,22°)	2973
0,3499 (20°)	0,76 (43,54°)	-11531
	2,39 (136,94°)	11531
0,5236 (30°)	0,71 (40,68°)	-24649
	2,43 (139,22°)	24649

3. Dynamika ruchu obrotowego przegubu Cardana

W pewnych przypadkach, przy dużych kątach β pomiędzy osiami wałów, może dojść do prac uderowej, charakteryzującej się dużym impulsem I_2 przyrostu momentu ΔM_2 od sił bezwładności. Równanie dynamiczne ruchu wału napędzanego ma postać:

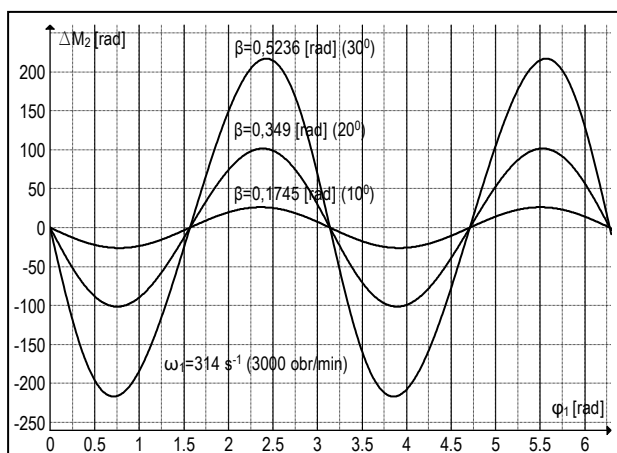
$$J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = \Delta M_2, \quad (10)$$

gdzie $\ddot{\varphi}_2 = \varepsilon_2$ i J_2 jest masowym momentem bezwładności wału napędzanego.

Przyjmując, dalej $\dot{\varphi}_1 = \varepsilon_1$ i $\varphi_1 = \omega_1$ oraz podstawiając (8) do zależności (10), dostaniemy równanie różniczkowe ruchu wału napędzanego w zakresie zmiany przyspieszenia $\ddot{\varphi}_2 = \varepsilon_2$:

$$J_2 \cdot \left[\ddot{\varphi}_1 \frac{\cos \beta}{\sin^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \beta} + \right. \\ \left. - \dot{\varphi}_1^2 \frac{\sin 2\varphi_1 \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 \beta}{(\sin^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \beta)^2} \right] = \Delta M_2. \quad (11)$$

Na rys. 7, dla prędkości kąowej $\omega_1=314 \text{ s}^{-1}$ =const (3000 obr/min), pokazano wykres zmiany ΔM_2 momentu od sił bezwładności wału napędzanego w funkcji kąta obrotu φ_1 .



Rys. 7. Zmiana momentu od sił bezwładności wału napędzanego w funkcji kąta obrotu φ_1 dla $\omega_1=314 \text{ s}^{-1}$ (3000 obr/min)=const

Na wał napędowy działa użyteczny moment obrotowy z silnika, który jest równy M_{obr} . Uwzględniając M_{obr} w równaniu dynamicznym ruchu obrotowego całego wału napędowego, dostaniemy następujące równanie różniczkowe:

$$J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + J_2 \left[\ddot{\varphi}_1 \frac{\cos \beta}{\sin^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \beta} + \right. \\ \left. - \dot{\varphi}_1^2 \frac{\sin 2\varphi_1 \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 \beta}{(\sin^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \beta)^2} \right] = M_{obr} + \Delta M_2. \quad (12)$$

Do dalszej analizy przyjmiemy kąt β skośności osi równy kolejno 10°, 20°, 30°. Rozpatrzmy hipotetyczny wał pędny, którego wał napędzany wykonany jest ze stalowej rury o momencie bezwładności spotykanym w pojazdach samochodowych. Wymiary wału: długość $l=1,5 \text{ m}$, średnica zewnętrzna $D_z=80 \text{ mm}$, średnica wewnętrzna $D_w=76 \text{ mm}$, masa właściwa $\rho=7,86 \text{ g/cm}^3$.

Na podstawie zależności na masowy moment bezwładności, mamy:

$$J_2 = \rho \frac{\pi \cdot l \cdot (D_z^4 - D_w^4)}{32} = 0,0088 \text{ kgm}^2. \quad (13)$$

Zakładając, że $\varepsilon_1=0$, ruch wówczas jest ruchem jednostajnym obrotowym. Dla ruchu jednostajnego obrotowego $\omega_1=\text{const}$, a kąt $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t$, skąd:

$$\Delta M_2 = J_2 \cdot \left\{ -\omega_1^2 \frac{\sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 \beta}{[\sin^2(\omega_1 \cdot t) + \cos^2(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos^2 \beta]^2} \right\}. \quad (14)$$

Przy prędkości kąowej $\omega_1=314 \text{ s}^{-1}$ (3000 obr/min)=const wał napędzany wykonuje 50 obr/s, tj. występuje w ciągu jednej sekundy 200 zmian momentu ΔM_2 , czas jednej zmiany impulsu momentu ΔM_2 trwa 0,005 s.

Impuls I_2 przyrostu momentu ΔM_2 od sił bezwładności jest równy:

$$I_2 = \int_{t_1}^{t_2} \Delta M_2 \cdot dt. \quad (15)$$

Wstawiając (14) w (15), otrzymamy:

$$I_2 = J_2 \cdot \int_{t_1}^{t_2} \left\{ -\omega_1^2 \frac{\sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 \beta}{[\sin^2(\omega_1 \cdot t) + \cos^2(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos^2 \beta]^2} \right\} \cdot dt. \quad (16)$$

Dla $\omega_1=314 \text{ s}^{-1}$ (3000 obr/min)=const i $\beta=0,5236 \text{ rad}$ (30°) funkcja podcałkowa ma postać:

$$f(t) = \frac{-314^2 \sin(2 \cdot 314 \cdot t) \cdot \cos 0,5236 \cdot \sin^2 0,5236}{[\sin^2(314 \cdot t) + \cos^2(314 \cdot t) \cdot \cos^2 0,5236]^2} \quad (17)$$

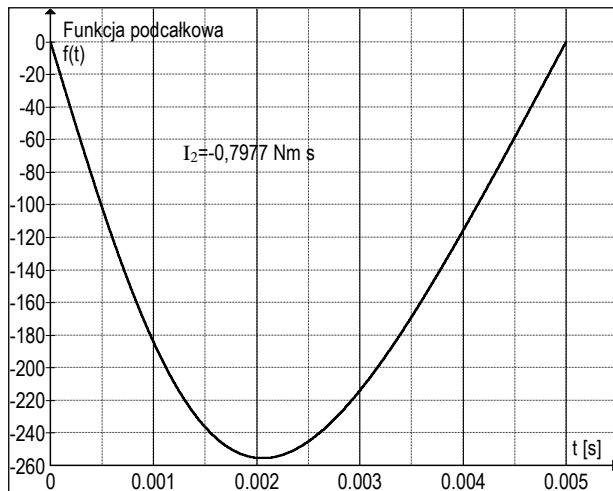
skąd jeden impuls I_2 jest równy (rys. 7):

$$I_2 = 0,0088 \int_0^{0,005} f(t) \cdot dt = -0,7977 \text{ [Nm} \cdot \text{s]}. \quad (18)$$

Tab. 3. Impuls momentu sił bezwładności I_2 wywołujący zmiany prędkości kąowej ω_2 wału napędzanego

$\omega_1=314 \text{ s}^{-1}$ (3000 obr/min)=const,				
I_2 [Nms]	β [rad]	φ_1 [rad]/[°]	ω_2 [s ⁻¹]/[ob/min]	ε_2 [s ⁻²]
-0,0846	0,1745 (10°)	0,78/ (44,69°)	9,63/92	-2973
-0,3440	0,349 (20°)	0,76/ (43,54°)	39,10/373,4	-11531
-0,7977	0,5236 (30°)	0,71/ (40,68°)	90,68/866	-24649

Bezwzględna wartość jednego impulsu dla $\omega_1 = 314 \text{ s}^{-1}$ (3000 obr/min) = const i $\beta = 0.5236 \text{ rad}$ (30°) w przedziale czasu $\Delta t = (0 \div 0,005 \text{ s})$ jest równa $I_2 = |0,7977| \text{ Nm s}$.



Rys. 8. Graficzne rozwiązanie całki (18)

4. Podsumowanie

Na podstawie powyższych zależności możemy stwierdzić, że kinematyka ruchu wału pędowego jest złożona a za tym i dynamika obrotu wału napędzanego i całego wału napędowego prowadzi do nierównomiernego zużycia części konstrukcyjnych wchodzących w skład przegubu Cardana.

Drgania skrętne wałów napędzającego i napędzanego, wymuszone impulsami momentów sił, mają częstotliwość drgań wymuszonych dwa razy większą od częstotliwości obrotów wału napędzającego. Ma to znaczenie praktyczne gdyż, wzajemny ruch bieżni zewnętrznej i wewnętrznej łożysk krzyżaka ma ograniczony kąt obrotu do wartości kąta skośności osi wałów i tym samym bieżnie będą się dwa razy szybciej zużywać.

Amplituda zmian prędkości kątowych wału napędzanego dla stałego kąta skośności nie jest symetryczna, i następuje większy wzrost górnej prędkości kątowej niż dolnej.

Amplituda przyspieszenia kątowego wału napędzanego dla stałego kąta skośności jest taka sama. Kąty obrotu wału napędzającego, przy których występują ekstremalne wartości przyspieszenia kątowego wału napędzanego wraz ze zwiększaniem się kąta skośności zmieniają się. Dla wzrastającego kąta skośności, dla minimalnych wartości przyspieszeń kątowych wału napędzanego kąt fazowy obrotu wału napędzającego maleje natomiast dla maksymalnych wartości wzrasta.

Zjawisko pracy udarowej występuje w szczególności przy większym kącie β pomiędzy osiami wałów i dużych przyspieszeniach samochodu (duże ε_1) oraz wysokich prędkościach kątowych (obrotowych) wału napędzającego ω_1 . Dynamika zmian wału napędzającego jest wynikiem reaktywnego oddziaływania wału napędzanego na napędzający. Obrotu wału napędzającego ma mniejszą dynamikę zmian momentu a co za tym idzie, praca wału napędzającego jest bardziej stabilna.

Bibliografia

1. US Makes Ninety Percent of World's Automobiles. Popular Science, Vol. 115, No. 5, p. 84, 1929.
2. Branigan: "China and Cars: A Love Story". The Guardian, Dec. 14, 2012.
3. Vyawabare: "Does Delhi Need A Cap on Car Ownership?" Int'l Herald Tribune. Sept. 10, 2012.
4. Leahy: "Bike v. Car on a Hot Planet" Inter Press Service. June 6, Berlin, 2011.
5. Cempel C.: Metoda widmowo-korelacyjna w badaniach źródeł hałasu maszyn. Wibroakustyka, nr 3, 1976.
6. Harris C.M., Crede C.M.: Shock and Vibration Handbook. ch.44 sec. edition, McGraw Hill, New York, 1976.
7. Parszewski Z.: Teoria maszyn i mechanizmów. WNT, 1974.
8. Browne M., Palazzolo A.: Super harmonic nonlinear lateral vibrations of segmented driveline incorporating a tuned damper excited by non-constant velocity joints. Journal of Sound and Vibration 323. p.334-351, 2009.

Dynamic impact of Cardan joint in axis skewness function

Abstract

The present study covers the dynamics of the impact of the Cardan joint on the work of the drive shaft in a car. On the example of a hypothetical propeller shaft, which may occur in operation, the following are considered: changes in the rotational speed, angular acceleration, change of the moment of forces and an impulse of the forces of the driven shaft that is the result of the asynchronicity of the revolutions of the driving and driven shafts. An analysis was conducted for the various angles of the axis skewness of the driving and driven shafts. A dynamic analysis serves to confirm the occurrence of unfavourable phenomena in the operation of driving shafts.

Key words: Cardan joint, car driving shaft, asynchronicity of acceleration and angular velocities force moment impulse.

Autor:

Dr inż. **Marek Fligiel** – Politechnika Koszalińska, Wydział Mechaniczny.