人工智能

No.
Date . .

0314

王上飞 63602824 13637050867 sfwang@ustc.edu.cn www.bb.ustc.edu.cn 人工智能原理一门内容

自我介绍从小学讲起… 讲《人工智能》《C语言》《多媒体技术》 语速很快

双学位 60课时/20课时 3.5学分 课堂教学

- 掌握人工智能的基本概念和方法 —— 模式识别
- 人工智能的基本~~方法~~概念，基本方法和算法原理

平时成绩 40% 读书报告 20% 课程设计40%

李元龙 模式识别：Duda 模式分类

~~Coures~~ Coursera ： Machine learning 机器学习基石

Probabilistic Graphical Model Artificial Intelligent Plan

人工智能概述

定义：各有说法 强智能 弱智能

发展历史… 研究方法 符号主义 连接主义 行为主义

0321 模式识别概论

模式 时间和空间分布的信息. 可观察性 可区分性 相似性

模式识别的研究：在错误概率最小的条件下，使识别结果尽量与客观物体相符

$Y=F(X)$ X：特征集 F 判别方法 Y：类别的符号集

监督学习（需要采集足够数量的具有典型性的样本进行训练）

非监督学习

数据聚类 相似性度量 ~~数据~~ 结构模式识别

统计分类 句法模式识别

聚类分析 特征空间的距离. 前提是 要选取合适的特征

聚类准则函数法 $J=\sum\sum\|X-m_j\|^2$

最临近规则的简单试探法. 距离阈值T.

最大最小距离算法

系统聚类法 （合并） 类与类间距离：最短距 最长距 中间矩 重心法 类平均距离法

$\boxed{0324}$ 动态聚类法

K—均值算法

准则函数 min J=距离平方和 （类数 c 固定）

先选 c 个，分成 c 类 $\vec{z}_j(k+1) = \frac{\sum \vec{x}_j(k)_i}{N_j}$，重分

$\vec{z}_j(k+1) = \vec{z}_j$ 时 停止

C 的选取：J(c) 是减函数，取其拐点

模糊 K—均值 $\mu_j(x_i)$ $J = \sum\sum [\mu_j(x_i)]^b |x_i - m_j|^2$ b>1 控制模糊程度

$m_j(k+1) = \frac{\sum \mu_j^b x_i(k)}{\sum \mu_j^b}$ $\mu_j(x_i) = \frac{\frac{1}{|x_i - x_j|^b}}{\sum \frac{1}{|x_i - x_j|^b}}$

ISODATA 分裂？

三 判别函数

线性判别 $d(x) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3$ $d(x) > 0\ x \in w_1$ $d(x) < 0\ x \in w_2$

$w = (w_1 \cdots w_n)^T$

n 维 $d(x) = w^T x + w_{n+1} = (w^T, w_{n+1}) \binom{x}{1}$

多类：$w_i/\overline{w_i}$ 两分法

1> $d_k > 0$，$d_j < 0$ $j \neq k$ 2> $d_{ki} > 0$ $i = 1, \cdots k-1, k+1 \ldots$ $d_{ij} = d_i - d_j$

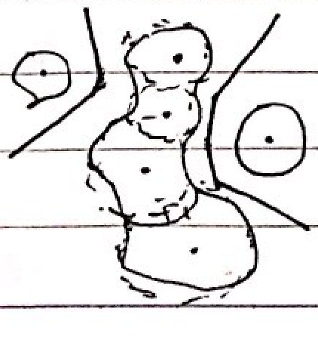
M 个判别式 $\frac{M(M-1)}{2}$ 个判别式

广义线性判别 模式空间 $x^* = \{f_1(x), f_2(x), f_3(x) \cdots f_k(x)\}$ $k > n$ $x = \{x_1 \cdots x_n\}$

$d(x) = w_1 f_1(x) + \cdots w_k f_k(x) + w_{k+1} = w^T x^*$

$f_i(x)$ 选用二次式 $(d(x) = w_{n+1} + \sum w_i x_i + \sum w_{ij} x_i x_j + \sum w_{ijk} x_i x_j x_k + \cdots)$

分段线性？ 最小距离分类器



模式空间和权空间

?:聚类 $d(X_{p_1} \sim X_{p_r}) > 0$ $d(X_{l_1} \sim X_{l_s}) < 0$

$d = \cancel{x}\ w^T x$ $X_{l_1} \sim X_{l_s}$ $\times(-1) \to -X_{l_1} \cdots -X_{l_s}$ 记为 $X_{p_{r+1}} \cdots X_{p_{r+s}}$

则 $w^T \cdot \vec{X_p} > 0$ w的解空间为超平面

Fisher 线性判别

把d维空间的样本投影到一条直线上（在一般情况下可以能分得开）

~~$X = (x_1 \cdots x_n)$ y_n~~ N个样本 $\vec{x_1}$ $\vec{x_2}$ $\cdots \vec{x_n}$ $y_n = \vec{w} \cdot \vec{x_n}$

均值差大，类内离散度小 $\vec{m_i} = \frac{1}{N_i}\sum_{\Gamma_i} \vec{x_j}$ $S_i = \sum_{\Gamma_i} (x_j - m_i)(x_j - m_i)^T$

$S_w = \sum S_i$ $S_b = (m_1 - m_2)(m_1 - m_2)^T$

Y上 $\tilde{m_i} = \frac{1}{N_i}\sum_{\Gamma_i} y_j$ $\tilde{S_i}^2 = \sum_{\Gamma_i} (y_j - \tilde{m_i})^2$ $\tilde{S_w} = \tilde{S_1}^2 + \tilde{S_2}^2$

$J_F(w) = \frac{(\tilde{m_1} - \tilde{m_2})^2}{\tilde{S_1}^2 + \tilde{S_2}^2}$ $J_F(w) = \frac{w^T S_b w}{w^T S_w w}$

$L(w, \lambda) = w^T S_b w - \lambda(w^T S_w w - c) \to w = S_w^{-1}(m_1 - m_2)$

感知器算法 通过学习得到判别函数的系数

正确 $w(k+1) = w(k)$ 错误：$w(k+1) = w(k) + C\vec{X}$

多类情况 $d_i(k) > d_j(k)$：w不变 $d_i(k) < d_j(k)$ $w_i(k+1) = w_i(k) + CX$ $w_j(k+1) = w_j(k+1) + CX$

C是正常数 ≤1的系数? 要采用有代表性的训练数据

k维 $C = 2(k+1)$ ~~选择~~训练样本数 $10 \sim 20C$

可训练的确定性分类器的迭代算法

梯度法 $\nabla = \frac{\partial}{\partial w}$ 准则函数 $J(w, x)$ $w(k+1) = w(k) - C\nabla J$

$J(w, x) = \frac{|w^T x| - w^T x}{2}$ $\nabla J = \begin{cases} 0 & w^T x > 0 \\ x & w^T x \le 0 \end{cases}$

LMSE 最小平方误差算法

$\boxed{0413}$ 四 统计判别

先验 $P(x|\omega_1)$ $P(x|\omega_2)$ 后验 $P(\omega_1|x)$ $P(\omega_2|x)$

错误概率 $P(e|x) = \begin{cases} P(\omega_2|x) & x \in \omega_1 \\ P(\omega_1|x) & x \in \omega_2 \end{cases}$ 平均 $P(e) = \int P(e|x) p(x) dx$

正确率 $P(c) = 1 - P(e)$

最小错误率贝叶斯决策 $\min P(e)$

$P(\omega_1|X) > P(\omega_2|X)$ 则判定 $X \in \omega_1$

$$P(\omega_1|X) = \frac{p(X|\omega_1)P(\omega_1)}{p(X)} = \frac{p(X|\omega_1)P(\omega_1)}{p(X|\omega_1)p(\omega_1)+p(X|\omega_2)p(\omega_2)+\cdots}$$

$\therefore \Leftrightarrow p(X|\omega_1)p(\omega_1) > p(X|\omega_2)p(\omega_2)$ 判定 $X \in \omega_1$

$\Leftrightarrow l_{12} = \dfrac{p(X|\omega_1)}{p(X|\omega_2)} > \dfrac{p(\omega_2)}{p(\omega_1)} = \theta_{21}$ 判定 $X \in \omega_1$

最小风险判别 条件平均风险 $r_j(X)$ $\qquad r_j(X) = \sum_{i=1}^{M} L_{ij} P(\omega_i|X)$

L_{ij} 是 ω_i 判成了 ω_j 的代价 $\quad L_{ii} = 0 \quad L_{ij} > 0$

$r_j(X) = \dfrac{\sum_{i=1}^{M} L_{ij} P(X|\omega_i)P(\omega_i)}{p(X)}$ $\quad$ $p(X)$ 公共项，略去 $\quad r_j(X) \triangleq \sum_{i=1}^{M} L_{ij} P(X|\omega_i)P(\omega_i)$

取 $\min_j \{r_j(X)\}$ $\quad$ X判定为 ω_j

$r_1(X) < r_2(X) \Leftrightarrow \dfrac{p(X|\omega_1)}{p(X|\omega_2)} > \dfrac{p(\omega_2)}{p(\omega_1)} \dfrac{L_{21}-L_{22}}{L_{12}-L_{11}}$

多维正态分布 $\quad p(X|\omega_i) = \dfrac{1}{\sqrt{(2\pi)^n}\sqrt{|C_i|}} \exp\left\{-\dfrac{1}{2}(X-m_i)^T C_i^{-1}(X-m_i)\right\}$

$m_i = E_i\{X\} \qquad C_i = E_i\{(X-m_i)(X-m_i)^T\}$ 协方差矩阵

$d_i(X) = p(X|\omega_i)p(\omega_i) \qquad \ln d_i(X) = \ln p(X|\omega_i) + \ln p(\omega_i)$

$$= \ln p(\omega_i) - \frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln|C_i| - \frac{1}{2}(X-m_i)^T C_i^{-1}(X-m_i)$$

$d_1 - d_2 > 0 \quad \omega_1 \qquad d_1 - d_2 < 0 \quad \omega_2$

参数估计 $\quad$ 最大似然估计 / 贝叶斯参数估计

离散数学

$\boxed{0314}$ (数理逻辑)

命题公式　命题：能判断真假。(用值表示真假)

命题词复合运算　逻辑连接词。否定 $\neg$，$p \to \neg p$，"非"p

p	¬p
1	0
0	1

合取　$p\ q \to p\wedge q$　p"且"q

p	0	0	1	1
q	0	1	0	1
$p\wedge q$	0	0	0	1

析取　$p\ q \to p\vee q$　p"或"q

p	0	0	1	1
q	0	1	0	1
$p\vee q$	0	1	1	1

蕴含　$p \to$ "若p则q"

p	1	1	0	0
q	0	1	0	1
$p\to q$	0	1	[illegible]	1

等价　$p \leftrightarrow q$

p	0	0	1	1
q	0	1	0	1
$p\leftrightarrow q$	1	0	0	1

命题公式　A,B是两个命题公式　则 $\neg A$　$A\wedge B$　$A\vee B$　$A\to B$　$A\leftrightarrow B$ 是命题公式

指派：变元代入值　　永真式　矛盾式　可满足公式

等值演算　若 $A\leftrightarrow B$ 永真，则称A,B等值　$A\Leftrightarrow B$

$p\to q \Leftrightarrow \neg p\vee q$

命题逻辑推理

$(A_1\wedge A_2 \cdots \wedge A_n)\to B$ 永真　是正确的推理

谓词　一阶谓词

$E(x)$：x是偶数　一阶：谓词()中的个体是变元，命题不能是谓词

量词：全称量词 $\forall$：对每一个　　存在量词 $\exists$

$I(x)$ 整数　$(\forall x)(E(x)\to I(x))$　$(\exists x)(I(x)\wedge E(x))$　辖域：量词的范围

$D=\{a_1,a_2\ldots a_n\}$　$(\forall x)A(x)\Leftrightarrow A(a_1)\wedge A(a_2)\wedge\cdots\wedge A(a_n)$

$(\exists x)A(x)\Leftrightarrow A(a_1)\vee A(a_2)\vee\cdots\vee A(a_n)$

闭公式 $(\forall x)(\exists y)[p(x,y)\to Q(x,y)]$ 无自由变元　　前束范式

$\neg(\forall x)A(x)\Leftrightarrow(\exists x)\neg A(x)$

$(\forall x)(A(x)\vee B)\Leftrightarrow(\forall x)A(x)\vee B$　x不在B中自由出现

(集合) 朴素集合论

集合的表示　1.大写字母　2.对象用小写字母表示，集合的元素　3.元素x与集合A　$x\in A$　$x\notin A$ 有且仅有一个成立

4.描述集合：列举，内涵表示法 $\{x\mid p(x)\}$

集合的相等，当且仅当有相同的元素。$A=B$

包含，子集　真包含，真子集　空集 ϕ　全集

No.
Date

(4) 元素个数　集合的运算　$\cup$ $\cap$ $-$ 补集 $\sim$　容斥原理　E 全集

△作业 P20 3.4

0324　某些集合运算的式子　$A\subseteq A\cup B$　$A\cap B\subseteq A$　$A\cup B\subseteq C \Leftrightarrow A\subseteq C$ 且 $B\subseteq C$

$A\cup A=A$　$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$　$A\cap\phi=\phi$

$A\cup\sim A=E$　$A\cup(A\cap B)=A$　$A-B=A\cap\sim B$

$A-(B\cup C)=(A-B)\cap(A-C)$　$A\oplus B\triangleq(A-B)\cup(B-A)$

$P(A)$ (2^A) 幂集 $\triangleq$ A的所有子集的集合　$A\subseteq B \Leftrightarrow P(A)\subseteq P(B)$

$P(A-B)\subseteq(P(A)-P(B))\cup\{\phi\}$

有序对与卡氏积

有序对 $\langle a,b\rangle\triangleq\{\{a\},\{a,b\}\}$　$\langle a,b\rangle=\langle c,d\rangle\Leftrightarrow a=c$ 且 $b=d$

$\langle a_1,a_2,\cdots a_n\rangle\triangleq\langle\langle a_1,a_2\cdots,a_{n-1}\rangle,a_n\rangle$

笛卡尔积 $A\times B=\{\langle x,y\rangle\mid x\in A$ 且 $y\in B\}$　$A\times\phi=\phi\times A=\phi$　由定义，(只是使义不好) $A\times(B\times C)\neq(A\times B)\times C$

二元关系　F中的全体元素为n元有序对　F为n元关系

$A\times B$的子集称为A到B的二元关系　$A\times A$的子集称为A上的二元关系

$I_A\triangleq\{\langle x,x\rangle\mid x\in A\}$

R ~~集合关系~~　$\mathrm{dom}R\triangleq\{x\mid(\exists y)(xRy)\}$　$\mathrm{ran}R\triangleq\{y\mid(\exists x)(xRy)\}$　定义域 值域

$\mathrm{fld}R\triangleq\mathrm{dom}R\cup\mathrm{ran}R$ 域

$F^{-1}\triangleq\{\langle y,x\rangle\mid\langle x,y\rangle\in F\}$ 逆

$F\circ G\triangleq\{\langle x,z\rangle\mid(\exists y)\langle x,y\rangle\in G$ 且 $\langle y,z\rangle\in F\}$ 合成

$F\restriction A\triangleq\{\langle x,y\rangle\mid\langle x,y\rangle\in F$ 且 $x\in A\}$ F在A上的限制

$F[A]=\mathrm{ran}(F\restriction A)$ A在F下的像

若 $\forall y\in\mathrm{ran}F$ 唯一存在 $x\in\mathrm{dom}F$ 使 $\langle x,y\rangle\in F$，称F是单根的

若 $\forall x\in\mathrm{dom}F$ 唯一存在 $y\in\mathrm{ran}F$ 使 $\langle x,y\rangle\in F$，称F是单值的

0328　$R_1\circ(R_2\cup R_3)=R_1\circ R_2\cup R_1\circ R_3$

$R_1\circ(R_2\cap R_3)\subseteq R_1\circ R_2\cap R_1\circ R_3$

$F\circ G=G^{-1}\circ F^{-1}$

$\boxed{0328}$ $R\upharpoonright(A\cup B)=R\upharpoonright A\cup R\upharpoonright B$

$R\upharpoonright(A\cap B)=R\upharpoonright A\cap R\upharpoonright B$

$(R\cdot S)\upharpoonright A=\cancel{R\upharpoonright A}=R\cdot(S\upharpoonright A)$

$R[A\cup B]=R[A]\cup R[B]$

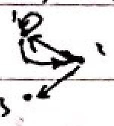
$(R\cdot S)[A]=R[S[A]]$

关系矩阵与关系图 (用矩阵或图表示二元关系)

R是A上二元关系 $M(R)=[r_{ij}]$ $r_{ij}=\begin{cases}1 & x_iRx_j\\ 0 & 其它\end{cases}$

$M(R^{-1})=[r_{ij}]^T$ $M(R\cdot S)=M(R)\cdot M(S)$

关系图 $M(R_1)=\begin{bmatrix}1&1&0\\1&0&1\\0&0&0\end{bmatrix}$



$G(R_1)$

关系的性质

自反 $\forall$ xRx 反自反 xRx 不成立

对称 $\forall$ $xRy\rightarrow yRx$ 反对称 $\overset{x\neq y}{\forall}$ $xRy\rightarrow$ ~~¬yRx~~ $y\not Rx$

传递性 $\forall$ $xRy\wedge yRz\rightarrow xRz$

$R\cdot R^{-1}\subseteq I_n$

R_1 R_2 自反 $\rightarrow R_1\cdot R_2$ 自反 R_1,R_2 传递 $\rightarrow R_1\cap R_2$ 传递

二元关系的幂 (1) $R^0=I_n$ $R^{n+1}=R^n\cdot R$

$|A|=n$ $R\subseteq A\times A$

$\exists\, 0\leq s<t\leq 2^{n^2}$ $R^s=R^t$

$\forall$ $R^m\cdot R^n=R^{m+n}$ $R^{s+k}=R^{t+k}$ $p=t-s$ $R^{s+kp+i}=R^{s+i}$

令 $S=\{R^0,\dots R^{t-1}\}$ 则$\forall$ $R^q\in S$

$\boxed{0404}$ R是A上二元关系, R的自反(对称,传递)闭包是满足如下的$\overset{A上的}{R'}$

(1) R' 自反(对称 传递) (2) $R\subseteq R'$ (3) A的任意 自反$\overset{二元关系}{(\cdots)}$的 R'' 若 $R\subseteq R''$ 则 $R'\subseteq R''$

$r(R)$ $s(R)$ $t(R)$ 自反 对称 传递 闭包

$R_1\subseteq R_2\Rightarrow r(R_1)\subseteq r(R_2)$ $s(R_1)\subseteq s(R_2)$ $t(R_1)\subseteq t(R_2)$

$r(R_1\cup R_2)=r(R_1)\cup r(R_2)$ $t(R_2)\cup t(R_1)\subseteq t(R_1\cup R_2)$

~~t(R)=R∪I_A~~ $r(R)=R\cup I_A$ $s(R)=R\cup R^{-1}$ $t(R)=R\cup R^2\cup R^3\cup\dots$

R自反 ⇒ s(R) t(R)自反　　$rs(R) = sr(R)$　　$rt(R) = tr(R)$　　$st(R) \subseteq ts(R)$

R对称 ⇒ r(R) t(R)对称

R传递 ⇒ r(R) 也传递

$(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$　　$(R \cup I)^n = I_A \cup R \cup \dots \cup R^n$

等价关系　R是非空A上的二元关系，自反，对称，传递

$[x]_R = \{y \mid y \in A$ 且 $xRy\}$　x关于R的等价类

模n同余关系，　$[x]_R \neq \emptyset$　$[x]_R \subseteq A$，xRy　$[x]_R = [y]_R$

$x \not R y$　$[x]_R \cap [y]_R = \emptyset$，$\bigcup_{x \in A} [x]_R = A$

$A/R = \{[x]_R \mid x \in A\}$

划分　等价关系与划分一一对应　$R = \bigcup_{x \in A} [x]_R \times [x]_R$　A/R是A的一个划分

$\mathscr{A}$是A的一个划分　$R_{\mathscr{A}} = \{\langle x, y\rangle \mid x, y \in A$　x，y属于一个划分块中 $\mathscr{A}\}$　则$R_{\mathscr{A}}$是A上等价关系

加细　$\mathscr{A}$和$\mathscr{A}'$是A的划分　$\forall x \in \mathscr{A}, \exists y \in \mathscr{A}', x \subseteq y$　称$\mathscr{A}$是$\mathscr{A}'$的加细

$\Leftrightarrow R_{\mathscr{A}} \subseteq R_{\mathscr{A}'}$

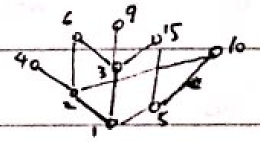
序关系　$R \subseteq A \times A$　R自反、反对称、传递　称R是A上偏序关系　xRy 记为 $x \preccurlyeq y$

$\geqslant \; \leqslant \; |$(整除) $\subseteq$ 加细 是偏序关系　　$\langle A, \preccurlyeq \rangle$ 偏序集　　$x \prec y \triangleq x \preccurlyeq y \wedge x \neq y$

$x \preccurlyeq y \vee y \preccurlyeq x$ 则称 x y是可比的　　$x \prec y$ 且不$\exists z \in A$ $x \prec z \prec y$，y覆盖x

哈斯图　y覆盖x　则y画到x上面并连线

$\langle \{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 9\ 10\ 15\}, | \rangle$



$\langle A, \preccurlyeq \rangle$偏序，若再在$\forall x, y$　x，y可比　称 $\langle A, \preccurlyeq \rangle$全序集　$\preccurlyeq$全序关系，线序关系

$R \subseteq A \times A$　R 反自反 传递　xRy 记为 $x \prec y$　拟序关系　$\langle A, \prec \rangle$拟序关系

1> $\prec$反对称　2> $\preccurlyeq - I_A$ 是拟序　3> $\prec \cup I_A$是偏序

$x \prec y$　$x = y$　$y \prec x$ 至多一个成立　$(x \prec y \vee x = y) \wedge (y \prec x \vee y = x) \rightarrow x = y$

若有仅且有一个成立，称$\prec$具有三歧性，拟线序关系　$\langle A, \prec \rangle$拟线序集

$\langle A, \preccurlyeq \rangle$偏序集 $B \subseteq A$

B: 最小元　$\forall x (x \in B \rightarrow y \preccurlyeq x)$　　极小元　$\forall x (x \in B \wedge x \preccurlyeq y \rightarrow x = y)$

$y \in A$ 下界　$\forall x (x \in B \rightarrow y \preccurlyeq x)$　　下确界　$D = \{y \mid y$是B下界$\}$ 若D存在最大元

$\langle A, \preceq \rangle$ 偏序集 $B \subseteq A$ $\forall x,y \in B$ 可比 称B为A中的一条链 元素个数=长度

$\forall x,y \in B$ 不可比 称B为A中的一条反链

若最长链长度 n → A中有极大元，∃A划分，n个划分块，每个划分块都是反链 (每次取走所有极大值

良序：$\langle A, \preceq \rangle$ 为全序集 $\forall B$ 封 $B \subseteq A$ B有最小元

三.函数

F函数(映射) $\Longleftrightarrow$ F二元关系 $\land$ $\forall x \forall y \forall z (x \in domF \land y \in ranF \land z \in ranF \land xFy \land xFz \rightarrow y = z)$

记为 xFy 为 $y=F(x)$ ……(全函数 $domF=A$ 以后函数指全函数)

单射 满射 双射 象 原象

$f: A \rightarrow \{0,1\}$ $A' \subseteq A$ $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in A' \\ 0 & x \in A-A' \end{cases}$ ~~记 $f(x) = \chi_{A'}$ 特征函数~~

$f: A \rightarrow A/R$ $f(a) = [a]_R$ 自然映射，典型映射

$f \circ g(x) = f(g(x))$ (P62)

$f: A \rightarrow B$ $g: B \rightarrow A$ $g \circ f = I_A$ g为f的左逆 $f \circ g = I_B$ 右逆

七.图

无序积 $A \& B = B \& A$ (与 $A \times B$ 不同，用于定义无向图) 无序对 $(a,b) = (b,a)$

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ $V \neq \phi$ ~~有穷集~~ E是 $V \& V$ 的多重子集(元素有重复度的集合)

有向图 $G = \langle V, E \rangle$ … E是 $V \times V$ … …

V顶点集 E边集 $|V| = n$ n阶图 D用于表示有向图

基图 把D的边 $\langle a,b \rangle$ 改为 (a,b) 得G，G称为D的基图

端点，始点，终点，孤立点，相关联的 相邻的 环 (v_i, v_i) 邻接到 邻接于

无向 { 邻域 $N_G(v)$ 定义 $= \{u \mid u \in V(G) \land (u,v) \in E(G) \land u \neq v\}$ 闭邻域 $\overline{N_G}(v) = N_G(v) \cup \{v\}$
关联集 $\{e \mid e$ 与v相关联$\}$ $I_G(v)$

有向 { 后继元集 先驱元集 邻域 闭邻域 $\Gamma^+_D(v)$ $\Gamma^-_D(v)$ $N_D(v)$ $\overline{N_D}(v)$

平行边 重数 度 $d(v)$ 出度 入度 $d^+_D(v)$ $d^-_D(v)$

最大度 $\Delta(G)$ 最小度 $\delta(G)$

No.

Date

握手定理 $\sum d(v_i) = 2|E|$ $\sum d^+(v_i) = \sum d^-(v_i) = |E|$

简单图：不含平行边或环

度数列 $(d(v_1), d(v_2), \dots d(v_n))$ $d = (d_1 \dots d_n)$ 可图化 可简单图化

定理7.3 d可图化 $\Leftrightarrow$ $\sum d_i \equiv 0 \pmod 2$

7.4 可简单图化 d: $(n-1) \geq d_1 \geq d_2 \cdots \geq d_n \geq 0$ $\forall r$ $1 \leq r \leq (n-1)$

$\sum d \leq r(r-1) + \sum_{r+1}^{n} \min\{r, d_i\}$ 且 $\sum d_i \equiv 0 \pmod 2$

微观

No.
Date

第一章绪论

什么是西方经济学 现代西方经济学的

企事业的经营管理方法和经验 对一个经济部门或领域的集中研究

经济理论的研究考查

微观：以企业、家庭和单个市场作为研究对象，研究供求行为与价格之间的关系。

价值理论

宏观：研究一个国家整体经济的运行。国民收入决定理论

理性人假设……行为经济学 博弈论 信息经济学

现代西方经济学的由来与演变 （经济主流学派每年都不一样） (实物/货币) (微观、宏观) 凯恩斯 政府—市场

亚当斯密（乐观者） 古典市场：供给→需求 马克思（悲观者）

工作拯救 凯恩斯（资本主义的救世主） 政府干预经济 （有效需求） 需求→供给 萧条，低通胀

在70年代又受到冲击—(石油危机 滞胀) 新学派：新古典综合学派

经济学奖 (金融衍生品?)

西方经济学的研究对象和内容

研究对象：如何使用相对稀缺的资源满足人类欲望的无限性

机会成本 生产可能性曲线

研究内容：~~生产什么？如何生产？~~ 产品，生产要素组合，分配，数量，时间

第二章 供需曲线概述及有关的基本概念

需求理论 供给理论 均衡价格理论 弹性理论 蛛网理论

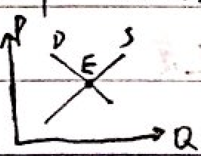
需求：消费者在一定时期内在各种可能的价格下愿意并且能够购买的数量

价格 收入 相关商品价格 消费者偏好 价格预期

供给：生产者在一定时期内在各种可能的价格下愿意而且能够提供出售的该商品的数量

价格 成本 技术水平 相关商品价格 对未来预期

均衡价格，均衡数量

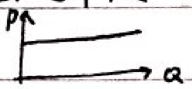
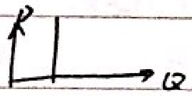


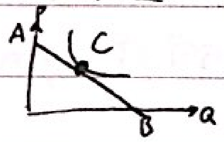
0322

弹性理论：价格的变动会引起需求量的变动，但需求量对价格变动的反应程度不同

$E \triangleq \dfrac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}} = \dfrac{d\ln y}{d\ln x}$ 需求的价格弹性：$E_d = -\dfrac{\Delta Q}{\Delta P}\dfrac{P}{Q}$

富有弹性 >1 缺乏弹性 <1 单位弹性 =1

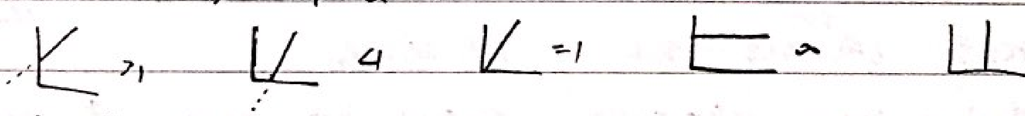
完全弹性 $+\infty$  完全无弹性 0 



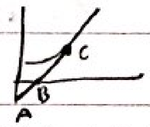
$E_d = \dfrac{BC}{AC}$ 对厂商，效用 $A = PQ$，最大时 $E=1$

影响因素：可替代性(+) 商品用途广泛性(+) 对消费者生活重要程度(−) 商品消费支出占总支出的比例(+) 消费者调节需求量的时间(+)

供给的价格弹性 $E_s = \dfrac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\dfrac{P}{Q}$



>1 <1 =1 ∞ 0



$E_s = \dfrac{BC}{AC}$

影响因素：考察时间的长短(+) 生产成本(+ −) 生产周期的长短(−)

大宗商品：石油，钢铁，大麦等 价格波动大 需求  需求 供给 

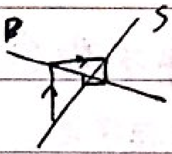
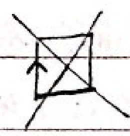
需求的交叉价格弹性 是它商品的价格变动所引起需求量变动

$e_{XY} = \dfrac{\Delta Q_X}{\Delta P_Y}\cdot\dfrac{P_Y}{Q_X}$ >0 替代 <0 互补 0 无关系

需求的收入弹性 e_M >0 正常 >1 奢侈品 (0,1] 必需品 <0 低档品

恩格尔定律 富裕程度高，食物的收入弹性越小

0329

蛛网理论 $Q_t^d = \alpha - \beta\cdot P_t$ 收敛型  循环型 

需求(当期P) $Q_t^s = -\delta + \gamma P_{t-1}$

供给(上期P) $Q_t^d = Q_t^s$

三．消费者选择

效用论概述

效用：商品满足人的欲望的能力，消费者的满足程度

效用是个人心理感受，因时而异，与实际价值无关

基数效用　基数：可计数，可加总：　边际效用递减规律

序数效用　序数：可排序，不可加总：　无差异曲线

完备性　可传递性　非饱和性

总效用 $TU=f(Q)$　边际效用 $MU=\frac{\Delta TU(Q)}{\Delta Q}$

消费者均衡　$\sum P_nQ_n = I$ 时　$Max\ U = U(q_1,q_2,\dots q_n)$　（拉格朗日乘数法）

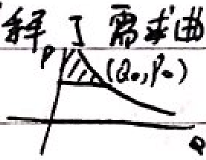
$$L = U(q_1,\dots q_n) + \lambda(I - P_1q_1 - \dots P_nq_n)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = MU_i - \lambda p_i = 0$$

$$\frac{MU_i}{p_i} = \lambda$$

~~边~~　边际效用递减解释了需求曲线向下倾斜

消费者剩余



$CS=\int_0^{Q_0} f(Q)dQ - P_0Q_0$　　$Q=A-BP$ 时 $CS=\frac{Q_0^2}{2B}$

无差异曲线（序数效用理论），等效用曲线

商品边际替代率　$MRS_{12} = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{MU_1}{MU_2}$

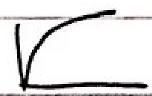
$$\Delta TU = \frac{\partial u}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2}\Delta x_2 = MU_1\Delta x_1 + MU_2\Delta x_2$$

边际替代率递减

A 期望效用　$E(U[P, w_1, w_2]) = pU(w_1) + (1-p)U(w_2)$

B 期望值的效用　$U(pw_1 + (1-p)w_2)$

风险回避者　A>B　：$U(w)$ 凸



行为经济学？　$V=\sum \pi(p_i)V(W_i)$　展望理论

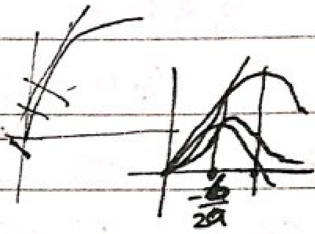
生产者行为理论

劳动 L　资本 K　土地 N　企业家才能 E　（四大类生产要素）

$Q=f(L,K,N,E)$　一般简化为 $Q=f(L,K)$

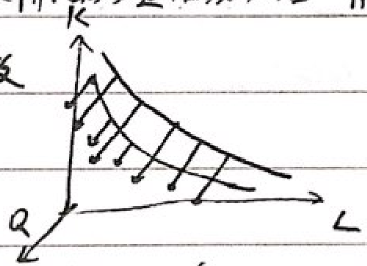
短期生产函数　$Q=f(L,\bar{K})=f(L)$

$TP_L = f(L,\bar{K})$　　$AP_L = \frac{f(L,\bar{K})}{L}$　　$MP_L = \frac{\Delta f(L,\bar{K})}{\Delta L}$



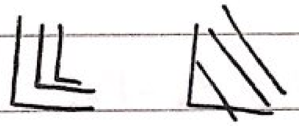
生产函数常用的S型曲线方程　$TP= aL^3+bL+cL$　$a<0$　$b>0$

长期生产函数



等产量曲线

劳动对资本的边际技术替代率　$MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$



柯布-道格拉斯生产函数

$Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$　$A>0$　$0<\alpha<1$　$0<\beta<1$

$MP_L = \alpha A L^{\alpha-1}K^{\beta}$

$MP_K = \beta A L^{\alpha}K^{\beta-1}$

等成本曲线　$C=wL+rK$