**南京信息工程大学 试卷**

**2022－2023学年 第一学期 《运筹学与最优化课程设计》**

**本试卷共 4 页； 出卷时间** **2022年 12 月**

学院 专业 班

学号 姓名 得分

**从以下四个题目中任选一个完成课程设计**

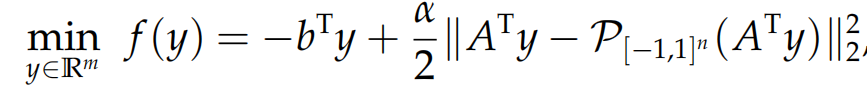
**第一题**

**基追踪问题的求解**

压缩感知中的一个常用模型是基追踪问题，而压缩感知（也被称为压缩采样或稀疏采样），一经提出，就引起学术界和工业界的广泛关注。在信息论、[图像处理](https://baike.baidu.com/item/%E5%9B%BE%E5%83%8F%E5%A4%84%E7%90%86)、地球科学、光学/微波成像、[模式识别](https://baike.baidu.com/item/%E6%A8%A1%E5%BC%8F%E8%AF%86%E5%88%AB)、无线通信、生物医学工程等领域受到高度关注，并被美国科技评论评为2007年度十大科技进展。它是一种寻找欠定线性系统的稀疏解的技术，作为一个新的[采样](https://baike.baidu.com/item/%E9%87%87%E6%A0%B7)理论，通过开发信号的稀疏特性，在远小于Nyquist [采样率](https://baike.baidu.com/item/%E9%87%87%E6%A0%B7%E7%8E%87)的条件下，用随机采样获取信号的离散样本，然后通过非线性重建算法完美的重建信号 。正则化的基追踪问题可表述为

，

其中 且向量*b*的维数远小于向量*x*的维数，即*m≪ n*，为正则化参数，这是一个约束优化问题，如何将其转化为一个无约束优化问题呢？自然地，我们可以考虑其对偶问题，正则化的基追踪问题的对偶问题为



其中表示到集合的投影，在这个例子中，我们构造了一个128 × 25矩阵***A***，它的每个元素都服从高斯（Gauss）随机分布，假设精确解u只有10%的元素非零，每一个非零元素也服从高斯分布．这些特征可以在理论上保证u是方程组唯一的非零元素最少的解。

1. 阐述压缩感知问题的发展及其应用背景；
2. 介绍一种求解基追踪问题的对偶问题的优化算法，并给出算法的收敛结果；
3. 作图展示算法的求解结果（迭代序列与最优解之间的距离随迭代步数的变化图），并对算法的求解结果进行对比、总结、分析。

**第二题**

**逻辑回归问题的求解**

在数据分析中线性回归模型相对简单，并且提供了易于理解的数学公式，可以对数据结果进行预测和分类，学会线性回归可以应用于商业和学术研究的各个领域，从生物学，行为学，环境科学，社会科学到商业，线性回归已广泛应用于所有领域，而逻辑回归本质上是一种线性回归，其在线性回归的基础上，继续套用了一层函数，用于解决二分类问题（对于二分类问题，预测变量只有两个取值，即−1, 1），并因其简单性、可并行化、可解释性强深受各界喜爱。下面给出其对应的优化问题



其中常数一般取，为已知的待分类的数据集（请参考LIBSVM数据集中的*a*9*a*，<https://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvmtools/datasets/>），***x***为待估计的结果。

1. 阐述逻辑回归问题的发展及其应用背景，并将逻辑回归与其他分类方法对比（如支持向量机等）指出其优缺点；
2. 介绍一种求解该问题的优化算法，并给出算法的收敛结果；
3. 作图展示算法的求解结果（目标函数值或梯度范数随迭代步数的变化图），并对算法的求解结果进行对比、总结、分析。

**第三题**

**LASSO问题的求解**

现在的机器学习问题中，高维度的数据随处可见。不过，如果向量是稀疏的的话，例如两个向量分别只有 L1 和 L2 个非零元素，那么计算内积可以只使用 min(L1,L2)次乘法完成。因此稀疏性对于解决高维度数据的计算量问题是非常有效的，而LASSO(Least absolute shrinkage and selection operator)问题就是一个经典的稀疏优化问题，其具体形式可以表述为



其中为已知的实数，  且向量*b*的维数远小于向量*x*的维数，即*m≪ n*，表示向量***x***的每个元素的绝对值之和。LASSO通过惩罚参数的*ℓ*1 范数来控制解的稀疏性，如果*x*是稀疏的，则预测值只和矩阵***A***的行向量**的部分元素相关。因此，数据点原有的*n*个特征中，对预测起作用的特征对应于*x*的分量不为0，从而 LASSO 模型起到了特征提取的功能。在该例中，我们构造一个128 × 25矩阵***A***，它的每个元素都服从高斯（Gauss）随机分布，假设精确解u只有10%的元素非零，每一个非零元素也服从高斯分布。这些特征可以在理论上保证u是方程组唯一的非零元素最少的解。

1. 阐述LASSO问题的发展及其应用背景；
2. 介绍梯度算法、邻近梯度算法，并给出算法的收敛结果；
3. 采用梯度法（需对目标函数进行光滑化处理）或邻近梯度算法对LASSO问题进行求解；
4. 作图展示算法的求解结果（目标函数值随迭代步数的变化图），并对算法的求解结果进行对比、总结、分析。

**第四题**

**低秩矩阵恢复问题的求解**

低秩矩阵恢复广泛用于图像处理中的图像恢复，比如去噪、去模糊等。一幅清晰的自然图像其数据矩阵往往是低秩或者近似低秩的，这是因为其中的图像信息就有很大的相关性，但如果图像中引入噪声，那么随机幅值任意大但是分布稀疏的误差破坏了原有数据的低秩性。低秩矩阵恢复是将被噪声污染的退化图像看做一组低维数据加上噪声形成的，因此要得到退化前图像的数据就可以通过低秩矩阵来逼近。此外，随着互联网行业的发展，推荐系统越来越不容忽视，而想要更好地向客户推荐，就要充分利用已有的客户信息。低秩矩阵恢复就是通过将客户信息数据化，然后构造一个矩阵X，使得其在指定位置和已有的客户信息相同，并能给出一些未知的信息，从而更好的为客户进行推荐，其具体模型为



其中为想要恢复的矩阵，为已知参数，为核范数，表示矩阵***X***的奇异值的和，用于保证矩阵的低秩性，而范数平方项可保证矩阵***X***与矩阵***M***的元素对应相等。

1. 阐述低秩矩阵恢复问题的发展及其应用背景，；
2. 介绍一种求解该问题的优化算法，并给出算法的收敛结果；
3. 作图展示算法的求解结果（目标函数值或梯度范数随迭代步数的变化图），并对算法的求解结果进行对比、总结、分析。