

Fórmula de Newton

Rafael Renó Corrêa

2 de dezembro de 2023

Teoria:

Dados valores medidos:

x	$f(x)$
x_0	$f(x_0)$
x_1	$f(x_1)$
\dots	\dots
x_{n-1}	$f(x_{n-1})$

Para n tuplas medidas, é o polinômio de Newton:

$$P(x) = D_0 + D_1 * (x - x_0) + \dots + D_{n-1} * (x - x_0) * (x - x_1) * \dots * (x - x_{n-1}).$$

Isto é,

$$P(x) = f(x_0) + f[x_1, x_0] * (x - x_0) + \dots + f[x_{n-1}, x_0] * (x - x_0) * (x - x_1) * \dots * (x - x_{n-1}).$$

E para fazê-lo, $f[x_0] = f(x_0)$, $f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$,

$$f[x_2, x_0] = \frac{f[x_2, x_1] - f[x_1, x_0]}{x_2 - x_0}, \dots, f[x_{n-1}, x_0] = \frac{f[x_{n-1}, x_{\frac{n}{2}-1}] - f[x_{\frac{n}{2}-1}, x_0]}{x_{n-1} - x_0}.$$

Parece confuso, mas resolvendo numa tabela fica intuitivo!

Exemplo:

x	$f(x)$
1	1
2	8
3	27
4	64

	D_0	D_1	D_2	D_3
x_0	$f[x_0]$	$f[x_1, x_0]$ $f[x_2, x_1]$ $f[x_3, x_2]$	$f[x_2, x_0]$ $f[x_3, x_1]$	$f[x_3, x_0]$
x_1	$f[x_1]$			
x_2	$f[x_2]$			
x_3	$f[x_3]$			

	D_0	D_1	D_2	D_3
x_0	1	7 19 37	6 9	1
x_1	8			
x_2	27			
x_3	64			

$$P(x) = 1 + 7(x - 1) + 6(x - 1)(x - 2) + 1(x - 1)(x - 2)(x - 3)$$
$$P(x) = 1 + 7x - 7 + 6(x^2 - 2x - x + 2) + (x^2 - 2x - x + 2)(x - 3)$$
$$P(x) = 1 + 7x - 7 + 6x^2 - 18x + 12 + x^3 - 3x^2 + 2x - 3x^2 + 9x - 6$$
$$P(x) = x^3.$$
$$P(5) = 125, \text{ por exemplo.}$$