

# Fórmula de Lagrange

Rafael Renó Corrêa

30 de novembro de 2023

## Teoria:

Dados valores medidos:

$x$	$f(x)$
$x_0$	$f(x_0)$
$x_1$	$f(x_1)$
$\dots$	$\dots$
$x_{n-1}$	$f(x_{n-1})$

Onde  $n$  é a quantidade de tuplas medidas, é a fórmula de Lagrange:

$$P(x) = f(x_0).L_0 + f(x_1).L_1 + f(x_2).L_2 + \dots + f(x_{n-1}).L_{n-1} + f(x_n).L_n.$$

Onde

$$L_k = \frac{(x - x_0) * (x - x_1) * (x - x_2) * \dots * (x - x_{n-1}) * (x - x_n)}{(x_k - x_0) * (x_k - x_1) * (x_k - x_2) * \dots * (x_k - x_{n-1}) * (x_k - x_n)}.$$

exceto  $\frac{(x-x_k)}{(x_k-x_k)}$ , uma vez que ocorreria **divisão por zero**.

Ou seja,  $P(x)$  será a interpolação polinomial dos valores medidos, isto é, uma função polinomial que os contém.

### Exemplo:

$x$	$f(x)$
1	1
2	4
3	9

$$P(x) = 1.L_0 + 4.L_1 + 9.L_2.$$

$$L_0 = \frac{(x-2).(x-3)}{(1-2).(1-3)} = \frac{x^2 - 3x - 2x + 6}{2} = \frac{x^2 - 5x + 6}{2},$$

$$L_1 = \frac{(x-1).(x-3)}{(2-1).(2-3)} = \frac{x^2 - 3x - x + 3}{-1} = -x^2 + 4x - 3,$$

$$L_2 = \frac{(x-1).(x-2)}{(3-1).(3-2)} = \frac{x^2 - 2x - x + 2}{2} = \frac{x^2 - 3x + 2}{2},$$

$$P(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2} + 4.(-x^2 + 4x - 3) + 9.\left(\frac{x^2 - 3x + 2}{2}\right)$$

$$P(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{5x}{2} + 3 - 4x^2 + 16x - 12 + \frac{9x^2}{2} - \frac{27x}{2} + 9$$

$$P(x) = x^2.$$

Para  $x = 4$ , por exemplo,  $P(x) = 16$ .