Fórmula de Lagrange

Rafael Renó Corrêa

3 de dezembro de 2023

Teoria:

Dados valores medidos:

x	$f(x)$
x_0	$f(x_0)$
x_1	$f(x_1)$
...	...
x_{n-1}	$f(x_{n-1})$

Para n tuplas observadas, é a fórmula de Lagrange:

$P(x) = f(x_0).L_0 + f(x_1).L_1 + f(x_2).L_2 + ... + f(x_{n-1}).L_{n-1} + f(x_n).L_n$.

$L_k = \frac{(x-x_0)*(x-x_1)*(x-x_2)*...*(x-x_{n-1})*(x-x_n)}{(x_k-x_0)*(x_k-x_1)*(x_k-x_2)*...*(x_k-x_{n-1})*(x_k-x_n)}$.

exceto $\frac{(x-x_k)}{(x_k-x_k)}$, uma vez que ocorreria **divisão por zero**.

Ou seja, $P(x)$ será a **interpolação polinomial** dos valroes medidos, isto é, uma função polinomial que os contém.

Exemplo:

x	$f(x)$
1	1
2	4
3	9

$P(x) = 1.L_0 + 4.L_1 + 9.L_2.$
$L_0 = \frac{(x-2).(x-3)}{(1-2).(1-3)} = \frac{x^2-3x-2x+6}{2} = \frac{x^2-5x+6}{2},$
$L_1 = \frac{(x-1).(x-3)}{(2-1)(2-3)} = \frac{x^2-3x-x+3}{-1} = -x^2 + 4x - 3,$
$L_2 = \frac{(x-1).(x-2)}{(3-1).(3-2)} = \frac{x^2-2x-x+2}{2} = \frac{x^2-3x+2}{2}.$
$P(x) = \frac{x^2-5x+6}{2} + 4.(-x^2 + 4x - 3) + 9.(\frac{x^2-3x+2}{2})$
$P(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{5x}{2} + 3 - 4x^2 + 16x - 12 + \frac{9x^2}{2} - \frac{27x}{2} + 9$
$P(x) = x^2.$
$P(4) = 16$, por exemplo.