动态规划训练赛 2

竞赛时间：2017 年 7 月 22 日 13:00-16:00

题目名称	狼	斐波那契数列	循环
输入文件名	wolf.in	fibonacci.in	for.in
输出文件名	wolf.out	fibonacci.out	for.out
每个测试点时限	1 sec	1 sec	1 sec
内存限制	128M	128M	128M
测试点数目	10	10	10
每个测试点分值	10	10	10
是否有部分分	无	无	无
题目类型	传统	传统	传统

提交源程序须加后缀

对于 Pascal 语言	wolf.pas	fibonacci.pas	for.pas
对于 C　　语言	wolf.c	fibonacci.c	for.c
对于 C++　语言	wolf.cpp	fibonacci.cpp	for.cpp

注意：最终测试时，所有编译命令均不打开。评测系统为 Win7。

狼

【问题描述】

在某个游戏中，你接受了一个任务。这个任务要求你消灭n只狼。这些狼排成一排，每只狼都有两个攻击力a和b。如果你消灭一只狼，需要的代价是这只狼的a攻击力加上它旁边的狼的b攻击力。每消灭一头狼，它两边的狼（如果有）会并在一起，仍然保持一排。

你需要求出：消灭所有狼的最小代价。

【数据规模和约定】

对于100%的数据，满足$1 \le n \le 400$，每只狼的a攻击力和b攻击力均不超过100000。

【简要题解】

a攻击力比较容易处理，读进来的时候直接加在答案上即可。

考虑用区间 DP 求最少的b攻击力产生的代价。设$f_{i,j}$表示消灭i到j的所有狼，并且在此期间第$i-1$和第$j+1$只狼都保持存活时的最小代价。

枚举最后一只被消灭的狼k，则$f_{i,j}=b_{i-1}+b_{j+1}+\min\{f_{i,k-1}+f_{k+1,j}\}$。

斐波那契数列

【问题描述】

斐波那契数列F满足如下性质：$F_1 = 1, F_2 = 2, F_{i+2} = F_{i+1} + F_i$。

对于一个正整数n，它可以表示成一些**不同的**斐波那契数列中的数的和。你需要求出：有多少种不同的方式可以表示出n？

【数据规模和约定】

对于100%的数据，满足$1 \le T \le 10000$，$1 \le n \le 10^{18}$。

【简要题解】

首先容易推出一点：对于斐波那契数列的第i项，它的答案应该是$(i+1)/2$（下取整）。也就是如果要求不能完整保留整个数时，它的答案为$(i-1)/2$（下取整）。

我们可以把一个数拆分成“斐波那契进制”：从大到小每次能取就取。然后取出一个数组，$a[i]$表示从小到大第i个1是斐波那契数列中的第几项。这样可以写成像二进制一样的一个01串。然后就可以从低位到高位进行DP。

设$g[i][j]$表示从低到高第i个1时，当前位为j的方案数。则DP方程为：

$$g[i][1] = g[i-1][0] + g[i-1][1]$$

$$g[i][0] = g[i-1][0] \times (a[i] - a[i-1])/2 + g[i-1][1] \times (a[i] - a[i-1] - 1)/2$$

初始值为：$g[1][1] = 1, g[1][0] = (a[1]-1)/2$。

循环

【问题描述】

给定一个n重循环，每重循环的变量名依次为$a, b, c, \ldots$，即前n个小写字母。

对于每重循环，它的上界和下界可能是一个正整数，也可能是在它之前的一个循环变量。并且数据保证，**每重循环的上界和下界中至多会出现一个之前的循环变量**。

在循环的最内层，有一个对变量cnt加一的语句。变量cnt的初值为0。你需要求出在循环结束后，cnt的值。

【数据规模和约定】

设循环上下界中出现的数的最大值为M。

对于100%的数据，满足$1 \leq n \leq 26$，$1 \leq M \leq 100000$。

【数据规模和约定】

每重循环的上下界至多出现一个之前的字母，所以我们可以考虑把每个字母连向它这层循环上下界所出现的字母（如果上下界没有字母，就连向一个 0 号节点）。这样形成的就是一个树结构，并且子树之间的循环是独立的，可以用乘法把它们之间的循环次数连接起来。

设$g_{u,x}$表示字母u取值为x时，u的子树的循环次数。再设$f_{u,x}$为$g_{u,x}$的前缀和。求$g_{u,x}$时，考虑u取值为x时u的某个儿子的循环上下界，用前缀和求出循环次数。不同儿子之间的循环次数应该被乘起来。

事实上$g_{u,x}$是不需要保存的，我们只需要存$f_{u,x}$即可。