Thema 2: Aussagenlogik

Freitag, 22. Dezember 2023 13:34

Definition:

- Aussagen können nur w oder f sein

$\forall$	$\exists$	$\wedge$	$\vee$	$\neg$	$\Rightarrow$	$\otimes$	$\mid$	$\downarrow$
"für alle"	"Es existiert"	"und"	"oder"	"nicht"	"Es folgt"	"Entweder oder"	"NAND"	"NOR"

a) Alle Schafe sind weiß

$\forall x \in$ Schafe : x ist weiß

b) Hunde die Bellen, beißen nicht

$\forall x \in$ Hunde: x bellt $\Rightarrow \neg(x$ beißt$)$

c) Frauen sind entweder schön oder schlau

$\forall x \in$ Frauen: $(x$ ist schön $\wedge \neg(x$ ist schlau$)) \vee (x$ ist schlau $\wedge \neg(x$ ist schön$))$

d) Es gibt eine Frau die schön und Schlau ist

$\exists x \in$ Frauen: x ist schön $\wedge$ x ist schlau

Wahrheitstabelle:

a b	Konjunktion $a \wedge b$	Disjunktion $a \vee b$	Subjunktion $a \rightarrow b$	Bijunktion $a \leftrightarrow b$	Kontravalenz $a \oplus b$
w w	w	w	w	w	f
w f	f	w	f	f	w
f w	f	w	w	f	w
f f	f	f	w	w	f

if a then b:

-If I guessed RIGHT then answered RIGHT, it make sense(it is RIGHT)
-If I guessed RIGHT then answered WRONG, it doesn't make sense (it is WRONG)
-If I guessed WRONG then answered RIGHT, it still make sense (It is RIGHT)
-If I guessed WRONG then answered WRONG, it still make sense (It is RIGHT)

Verknüpfung	formal	
Konjunktion	$a \wedge b$	Ich bin krank und gehe zum Artzt
Disjunktion	$b \vee c$	Ich gehe zum Artzt oder der Artzt kommt vorbei (oder beides)
Subjunktion	$a \rightarrow b$	Wenn ich krank bin, dann gehe ich zum Artzt
Bijunktion	$a \leftrightarrow b$	Wenn ich krank bin, dann gehe ich zum Artzt und umgekehrt. (Ich gehe genau dann zum Artzt, wenn ich krank bin

Implikation und Äquivalenz als Tautologien

p q	$(p \rightarrow q)$	$\leftrightarrow$	$(\neg p \vee q)$
w w	w	w	w
w f	f	w	f
f w	w	w	w
f f	w	w	w

Es gilt: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$

De Morgan'sche Regeln:

$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$
$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

Doppelte Verneinung:

$\neg(\neg A) \equiv \neg\neg A \equiv A$

Neutralitätsgesetze:

$A \wedge 1 \equiv A$
$A \vee 0 \equiv A$

Negierung von Existenzaussagen:

$\neg(\exists x \in \mathbb{N}: x < 10)$
$= \forall x \in \mathbb{N}: \neg(x < 10) \Leftrightarrow x \geq 10$

Extremalgesetze:

$A \wedge 0 \equiv 0$
$A \vee 1 \equiv 1$

Dualitätsgesetze:

$\neg 0 \equiv 1$
$\neg 1 \equiv 0$

Kommutativgesetze:

$A \wedge B \equiv B \wedge A$
$A \vee B \equiv B \vee A$

Idempotenzgesetze:

$A \wedge A \equiv A$
$A \vee A \equiv A$

Komplementärgesetze:

$A \wedge \neg A \equiv 0$
$A \vee \neg A \equiv 1$

Assoziativgesetze:

$(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$
$(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$

Distributivgesetze:

$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Absorptionsgesetze:

$A \vee (A \wedge B) \equiv A$
$A \wedge (A \vee B) \equiv A$

Weitere logische Identitäten:

$(A \rightarrow B) \equiv (\neg A \vee B)$
$(A \rightarrow B) \equiv (\neg B \rightarrow \neg A)$
$(A \leftrightarrow B) \equiv (A \rightarrow) \wedge (B \rightarrow A)$

$(\neg A \wedge B) \vee A \equiv (B \vee A)$
$(\neg A \vee B) \wedge A \equiv (B \wedge A)$