

2.4.2 逻辑函数的两种标准形式

1. 最小项： n 个变量的最小项是 n 个变量的“与项”，其中每个变量都以原变量或反变量的形式出现一次。 ■一个变量 \bar{A}, A

两变量 $\bar{A}\bar{B}, \bar{A}B, A\bar{B}, AB$

三变量 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}, \bar{A}\bar{B}C, \bar{A}B\bar{C}, \bar{A}BC, A\bar{B}\bar{C}, A\bar{B}C, AB\bar{C}, ABC$

n 个变量共有多少个最小项？

序号	ABC	m_0 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_1 $\bar{A}\bar{B}C$	m_2 $\bar{A}B\bar{C}$	m_3 $\bar{A}BC$	m_4 $A\bar{B}\bar{C}$	m_5 $A\bar{B}C$	m_6 $AB\bar{C}$	m_7 ABC
0	000	1	0	0	0	0	0	0	0
1	001	0	1	0	0	0	0	0	0
2	010	0	0	1	0	0	0	0	0
3	011	0	0	0	1	0	0	0	0
4	100	0	0	0	0	1	0	0	0
5	101	0	0	0	0	0	1	0	0
6	110	0	0	0	0	0	0	1	0
7	111	0	0	0	0	0	0	0	1

任何一个最小项，只有一组变量取值使它为1，而变量的其余取值均使它为0

最小项具有以下性质：

① n 变量的全部最小项的逻辑和恒为1，即

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$$

② 任意两个不同的最小项的逻辑乘恒为0，即

$$m_i \cdot m_j = 0 (i \neq j)$$

③ n 变量的每一个最小项有 n 个相邻项。

2. 最小项表达式——标准与或式（最小项标准式） ■

如果在一个与或表达式中，所有“与项”均为最小项，则称这种表达式为最小项表达式，或称为标准与或式。

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + ABC\overline{C} \\ &= m_5 + m_4 + m_6 = \sum m(4, 5, 6) \end{aligned}$$

逻辑函数用最小项表示：

真值表中使函数值为1的各个最小项相或

由于任何一个函数的真值表是唯一的，因此其最小项表达式也是唯一的

例

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

当 $A=0$ 并且 $B=1$ 或
 $A=1$ 并且 $B=0$ 或
 $A=1$ 并且 $B=1$ 时 $F=1$;

当 $\overline{A}=1$ 并且 $\overline{B}=1$ 或
 $A=1$ 并且 $\overline{B}=1$ 或
 $A=1$ 并且 $B=1$ 时 $F=1$;



$$F = \overline{A}B + A\overline{B} + AB$$

$$= m_1 + m_2 + m_3$$

例 已知F的真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

当A、B、C取值分别为001、或
 100、或111时，F为1，因此该
 真值表的最小项表达式为：

$$F = \overline{A}\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + ABC = \sum m(1, 4, 7)$$

3. 最大项 ■



n 个变量的最大项是 n 个变量的“或项”，其中每一个变量都以原变量或反变量的形式出现一次。

两变量 AB $A+B, A+\bar{B}, \bar{A}+B, \bar{A}+\bar{B}$

三变量 ABC $A+B+C, A+B+\bar{C}, A+\bar{B}+C, A+\bar{B}+\bar{C},$
 $\bar{A}+B+C, \bar{A}+B+\bar{C}, \bar{A}+\bar{B}+C, \bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

n 个变量共有多少个最大项？

任何一个最大项，
只有一组变量取值
使它为0，而变量的
其余取值均使它为1

十进制数 i	$A B C$	最小项 m_i	最大项 M_i
0	0 0 0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C} \ m_0$	$A+B+C \ M_0$
1	0 0 1	$\bar{A}\bar{B}C \ m_1$	$A+B+\bar{C} \ M_1$
2	0 1 0	$\bar{A}B\bar{C} \ m_2$	$A+\bar{B}+C \ M_2$
3	0 1 1	$\bar{A}BC \ m_3$	$A+\bar{B}+\bar{C} \ M_3$
4	1 0 0	$A\bar{B}\bar{C} \ m_4$	$\bar{A}+B+C \ M_4$
5	1 0 1	$A\bar{B}C \ m_5$	$\bar{A}+B+\bar{C} \ M_5$
6	1 1 0	$AB\bar{C} \ m_6$	$\bar{A}+\bar{B}+C \ M_6$
7	1 1 1	$ABC \ m_7$	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C} \ M_7$



最大项具有以下性质： ■

① n 变量的全部最大项的逻辑乘恒为0

$$\prod_{i=0}^{2^n-1} M_i = 0$$

② n 变量的任意两个不同的最大项的逻辑和为1

$$M_i + M_j = 1 (i \neq j)$$

③ n 变量的每个最大项有 n 个相邻项。
三个相邻项：

$$(\bar{A} + \bar{B} + C), (A + B + C), (A + \bar{B} + C)$$

④ 最小项与最大项之间的关系

$$\overline{m_i} = M_i; \overline{M_i} = m_i$$

十进制数 i	$A B C$	最小项 m_i	最大项 M_i
0	0 0 0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C} \quad m_0$	$A + B + C \quad M_0$
1	0 0 1	$\bar{A}\bar{B}C \quad m_1$	$A + B + \bar{C} \quad M_1$
2	0 1 0	$\bar{A}B\bar{C} \quad m_2$	$A + \bar{B} + C \quad M_2$
3	0 1 1	$\bar{A}BC \quad m_3$	$A + \bar{B} + \bar{C} \quad M_3$
4	1 0 0	$A\bar{B}\bar{C} \quad m_4$	$\bar{A} + B + C \quad M_4$
5	1 0 1	$A\bar{B}C \quad m_5$	$\bar{A} + B + \bar{C} \quad M_5$
6	1 1 0	$AB\bar{C} \quad m_6$	$\bar{A} + \bar{B} + C \quad M_6$
7	1 1 1	$ABC \quad m_7$	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} \quad M_7$

4. 最大项表达式——标准或与式（最大项标准式） ■

在一个或与式中，如果所有的“或项”均为最大项，则称这种表达式为最大项表达式，或称为标准或与式。

例 已知 F 的真值表，试写出函数 F 的最小项和最大项表达式。

A	B	C	F	\bar{F}
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

当 A 、 B 、 C 取值为 000、001、011、100、101 时， F 为 1， \bar{F} 为 0

当 A 、 B 、 C 取值为 010、110、111 时， F 为 0， \bar{F} 为 1

$$F = \sum m(0,1,3,4,5) \quad \bar{F} = \sum m(2,6,7) = \bar{m}_2 \cdot \bar{m}_6 \cdot \bar{m}_7$$

$$= \prod M(2,6,7)$$

先求出该函数的反函数 \bar{F} ，并写出 \bar{F} 的最小项表达式，然后将 \bar{F} 求反，利用 m_i 和 M_i 的互补关系便得到最大项表达式。

将真值表中使函数值为 0 的最大项相与。