

# 作业第十七题报告

PB18020539黄韞飞

1.作业题目：以 $x_{n+1} = \lambda \sin(\pi x_n)$ 为迭代方程进行迭代：

(1) 画出系统状态随参数 $\lambda$ 的变化图，要求在图中体现出定值状态、倍周期分叉和混沌状态；

(2) 列出各个倍周期分叉处的 $\lambda$ 值，求相应的Feigenbaum常数

2.算法与公式：

在 $lmin$ 和 $lmax$ 之间以一定的步长 $step$ 分别取 $\lambda$ ，对于每一个 $\lambda$

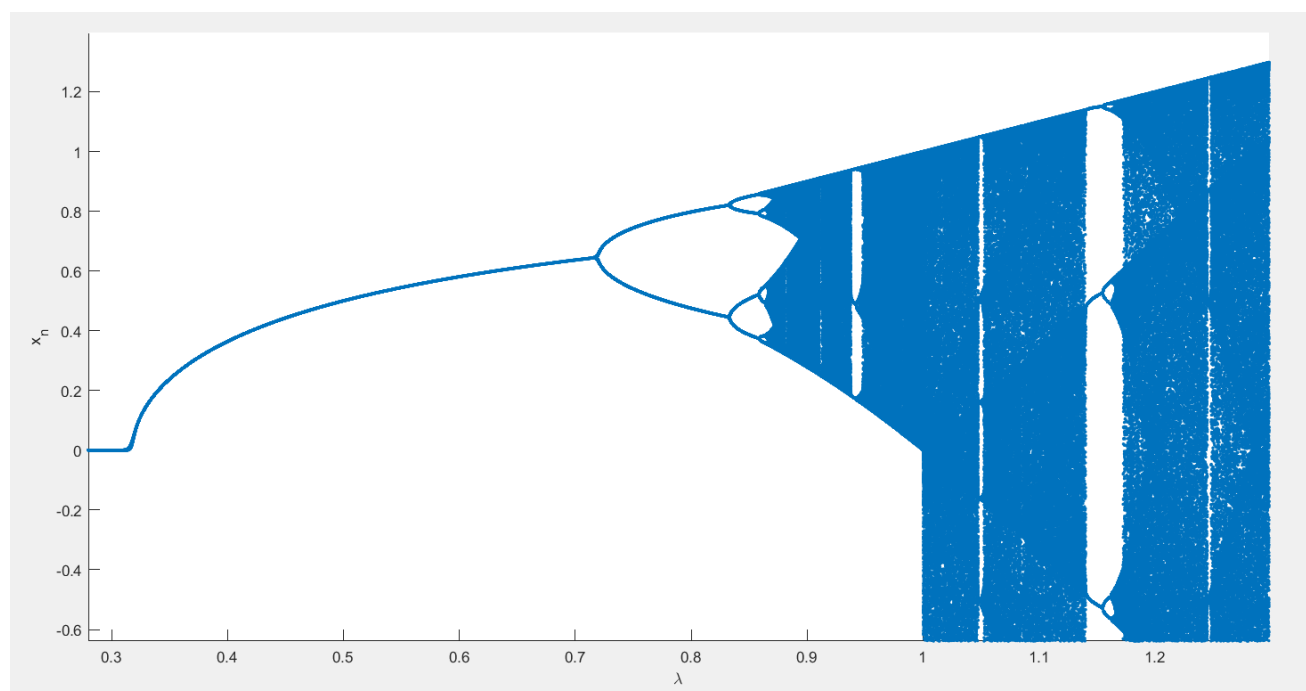
取初值 $x_0$ ，以 $x_{n+1} = \lambda \sin(\pi x_n)$ 为迭代方程，先进行 $M$ 步的迭代， $M$ 需要足够大，使 $x_M$ 达到稳定状态。

在此基础上进行 $N$ 步的迭代，把得到的 $N$ 个 $x$ 写入文件并画图。

3.计算结果与讨论：

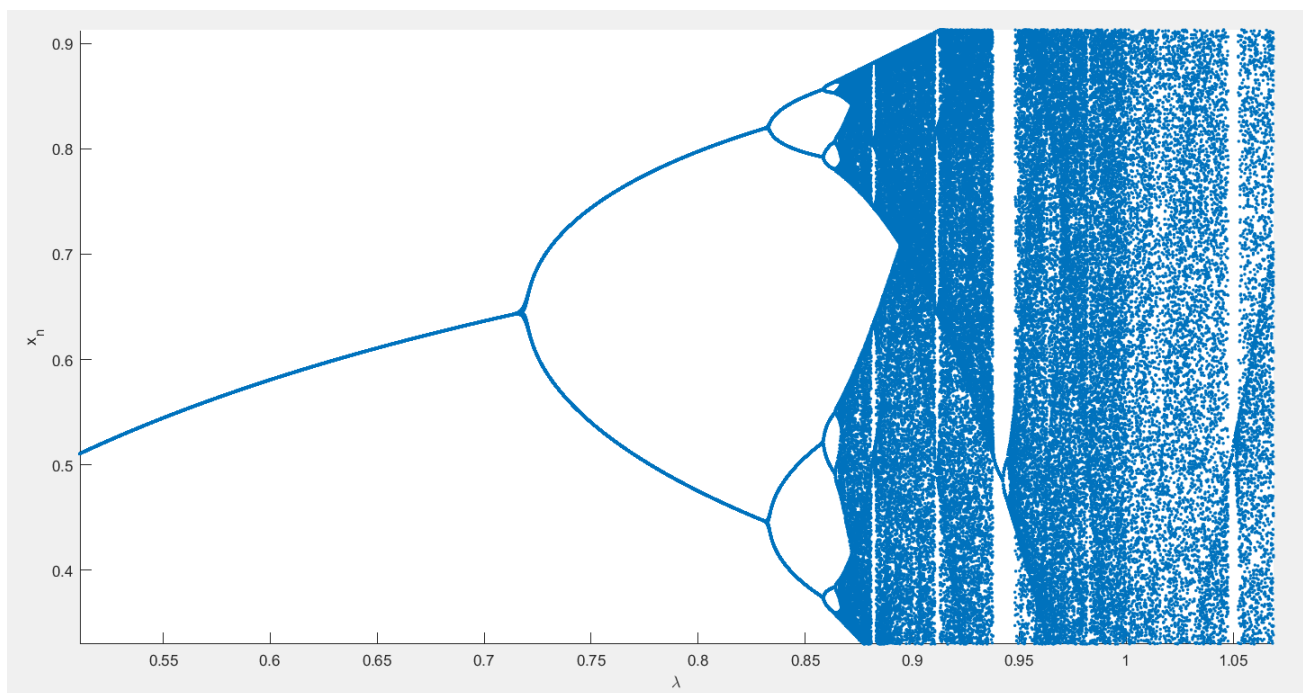
取参数为： $x_0 = 0.6, lmin = 0, lmax = 1.5, step = 2e - 4,$

记录下所有稳定迭代后的 $\lambda$ 和 $x_n$ 并画图



该图明显出现了绝灭 ( $0 < \lambda < 0.32$ )，定值区域 ( $0.32 < \lambda < 0.72$ )，倍周期分叉区域 ( $0.72 < \lambda < 0.87$ ) 以及混沌与倍周期窗口区域 ( $\lambda > 0.87$ )

放大倍周期分叉区域：



作图找到几个分叉点的 $\lambda$ 如下：

$m$	$\lambda_m$	$\lambda_m - \lambda_{m-1}$	$\frac{\lambda_m - \lambda_{m-1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_m}$
1	0.7154	/	/
2	0.8316	0.1162	4.4016
3	0.8580	0.0264	4.4000
4	0.8640	0.0060	5.0
5	0.8652	0.0012	/

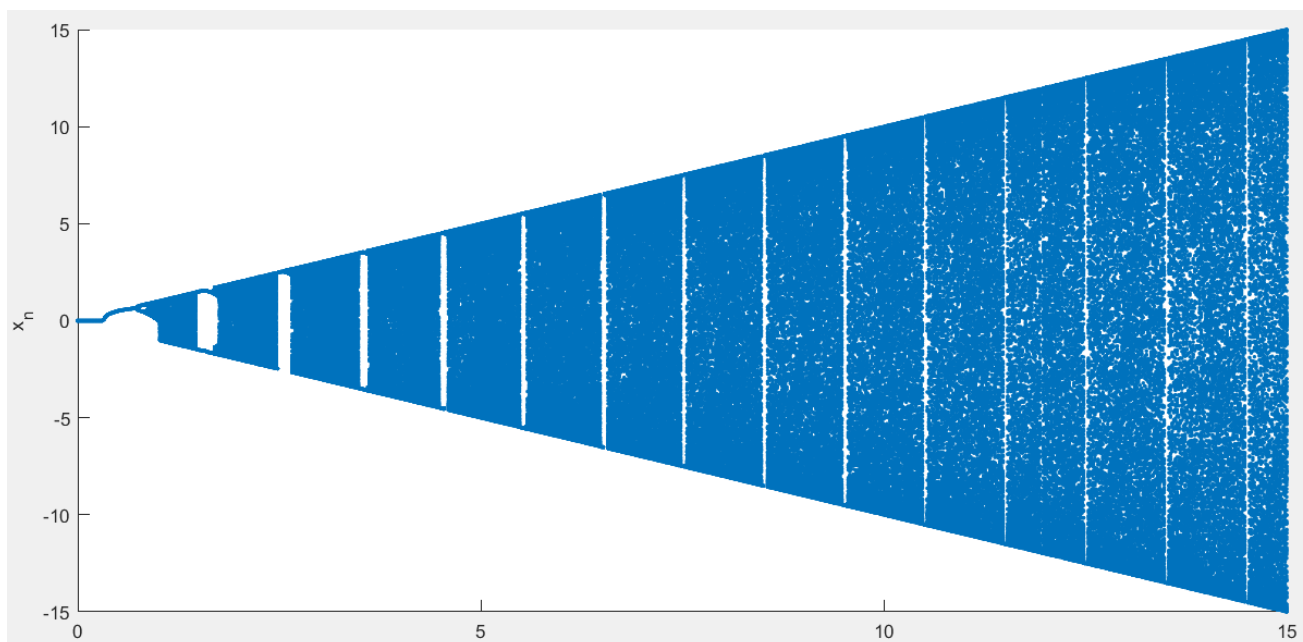
到第四个点 $8 \rightarrow 16$ 之后，由于计算精度的限制，分叉点不好确定，如果要增大计算精度的话，占用内存很大，所以只能依靠前四个分叉点估计Feigenbaum常数 $\delta \approx 4.40$

取 $x_n = 0.4975$ ，分别计算不同倍周期分叉的 $d_m$ ，从而得到另一个Feigenbaum常数 $\alpha$

$m$	$d_m$	$d_m/d_{m+1}$
1	0.2823	2.759
2	0.1023	2.140
3	0.0478	3.918
4	0.0122	/

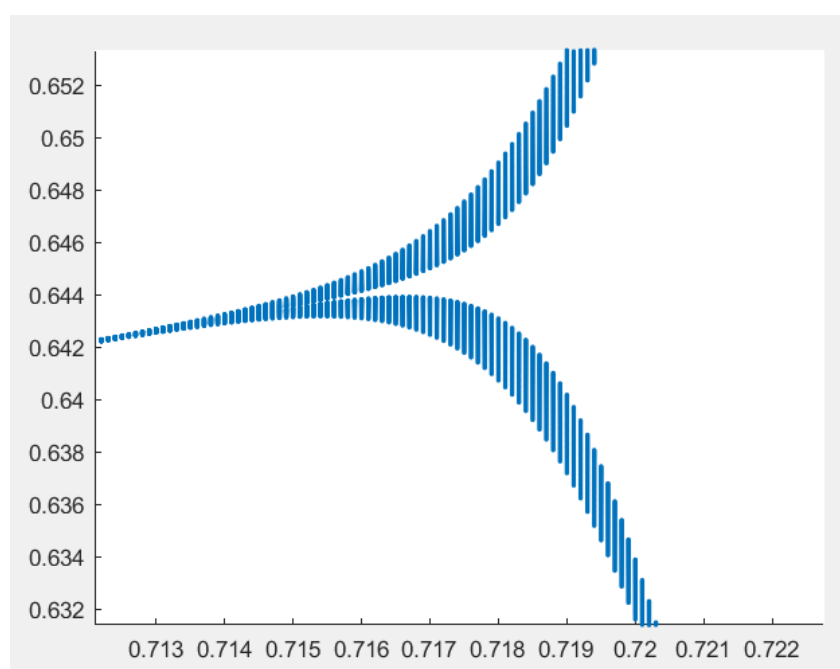
由于计算精度（取决于 $\lambda$ 步长与迭代次数）的限制，到 $m = 4$ 时已经很难准确计算 $d$ ，估计 $\alpha$ 取2.759与2.140的平均值2.450

取 $x_0 = 0.6, lmin = 0, lmax = 15, step = 2e - 2$ ,



可以看到周期性的窗口区域

Feigenbaum常数的理论值： $\delta = 4.669$ ,  $\alpha = 2.503$ ，误差的主要来源是计算时的舍入误差，以及 $\lambda$ 的步长有限，所以难以确定倍周期分叉点的具体位置，放大后的倍周期分叉点：



#### 4.结论：

以 $x_{n+1} = \lambda \sin(\pi x_n)$ 为迭代方程进行迭代，得到了系统状态随 $\lambda$ 的变化图，图中出现了明显的定值区，倍周期分叉区，混沌区与窗口区。得到Feigenbaum常数的值分别为： $\delta \approx 4.40$ 和 $\alpha \approx 2.450$ ，与理论值有微小的偏差，主要来自迭代过程中的舍入误差与 $\lambda$ 的步长不可能为无穷小。