

# 作业第二题报告

PB18020539 黄韞飞

1.作业题目：用16807产生器测试随机数序列中满足关系 $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$ 的比重。讨论Fibonacci延迟产生器中出现这种关系的比重

## 2.算法与公式

16807产生器使用了第一题中的函数RandGen16807()和Schrage(), 遍历产生的所有数, 得到序列中满足关系 $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$ 的比重

Fibonacci延迟产生器:  $I_n = I_{n-p} \otimes I_{n-q} \mod m$

如果 $p < q$ , 要实现Fibonacci产生器, 先要对前 $q$ 个 $I_n$ 进行初始化。然后从 $q+1$ 个数开始利用Fibonacci产生器的公式生成。其中 $\otimes$ 可以任取加、减、乘和异或中的一种。

$X_{n-1}, X_n, X_{n+1}$ 之间的关系可以有6种, 在大量随机数完全均匀分布情况下, 每种出现的概率都相等, 为 $\frac{1}{6} \approx 0.1666...$ 。

## 3.计算结果

分别用16807随机数产生器和Fibonacci延迟产生器生成 $N = 2 \times 10^7$ 个随机数

种子I=1, 16807产生器产生的N个随机数中,  $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$ 占比为0.16661, 与理想情况下 $I = 0.1666...$ 差别不大。

```
proportion of relationship Xn-1<Xn+1<Xn is:
Gen16807: 0.166661
```

取运算符 $\otimes$ 为+,  $p, q$ 为两个任取的十六进制数。随机取了三组 $p, q$ 的值, 发现 $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$ 占比都在0.1666左右, 与理想值得偏差略大于16807产生器, 但都在1.666...附近。但是Fibonacci延迟产生器运算速度更快(只是自己的直观感受)

取 $p = 0xC8, q = 0x98$

```
proportion of relationship Xn-1<Xn+1<Xn is:
Fibonacci:0.166578
```

取 $p = 0x52, q = 0x20$

```
proportion of relationship Xn-1<Xn+1<Xn is:
Fibonacci:0.166639
```

取 $p = 0xDE, q = 0xF9$

```
proportion of relationship Xn-1<Xn+1<Xn is:
Fibonacci:0.166634
```

取运算符 $\otimes$ 为异或(^), 仍然取上面三组 $p, q$ 的值

取 $p = 0xC8, q = 0x98$

```
proportion of relationship Xn-1<Xn+1<Xn is:
Fibonacci:0.166640
```

取 $p = 0x52, q = 0x20$


```
proportion of relationship  $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$  is:  
Fibonacci:0.166669
```

取 $p = 0xDE, q = 0xF9$

```
proportion of relationship  $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$  is:  
Fibonacci:0.166584
```

并没有发现比例与算符或 $p, q$ 的取值有什么具体的联系

但是, 当取 $p = 1, q = 2$ 时, 运算符为 $+, -, ^$  (异或) 时比例均为0, 如下图

 Microsoft Visual Studio 调试控制台

```
proportion of relationship  $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$  is:  
Gen16807: 0.166661  
proportion of relationship  $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$  is:  
Fibonacci:0.000000
```

这反映了Fibonacci产生器的缺点。而且Fibonacci产生器中如果一个值 $I_n$ 很大, 由它产生的数也可能会很大, 这存在着相关性, 所以Fibonacci产生的伪随机数有明显的缺点。

#### 4.结论

16807随机数产生器的随机性比较好,  $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$ 占比与 $1/6$ 接近

Fibonacci产生器的随机性也较好, 但是 $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$ 的比例与参数 $p, q$ 的选取有关系, 在实验中没有发现具体有怎样的联系, 但可以发现当 $p = 1, q = 2$ 时是有明显缺陷的。