

# 作业第十八题报告

PB18020539 黄韞飞

1.作业题目：进行单中心DLA模型的模拟（可以用圆形边界，也可以用正方形边界），并用两种方法计算模拟得到的DLA模型分形维数，求分形维数时需要作出双对数图。

## 2.算法与公式

DLA生长规则：

1. 在正方形边界（假设边长为 $N$ ）上随机产生一个点作为起点，并使其做随机行走，四个方向概率相等
2. 周期性边界条件：如果一个粒子行走到边界后向外行走，则把它从另一侧边界进入。
3. 初始时刻认为中心点 $(0,0)$ 处有点占据，如果粒子行进到某一步时，其上下左右四个点中有被占据的点，则停止行走。

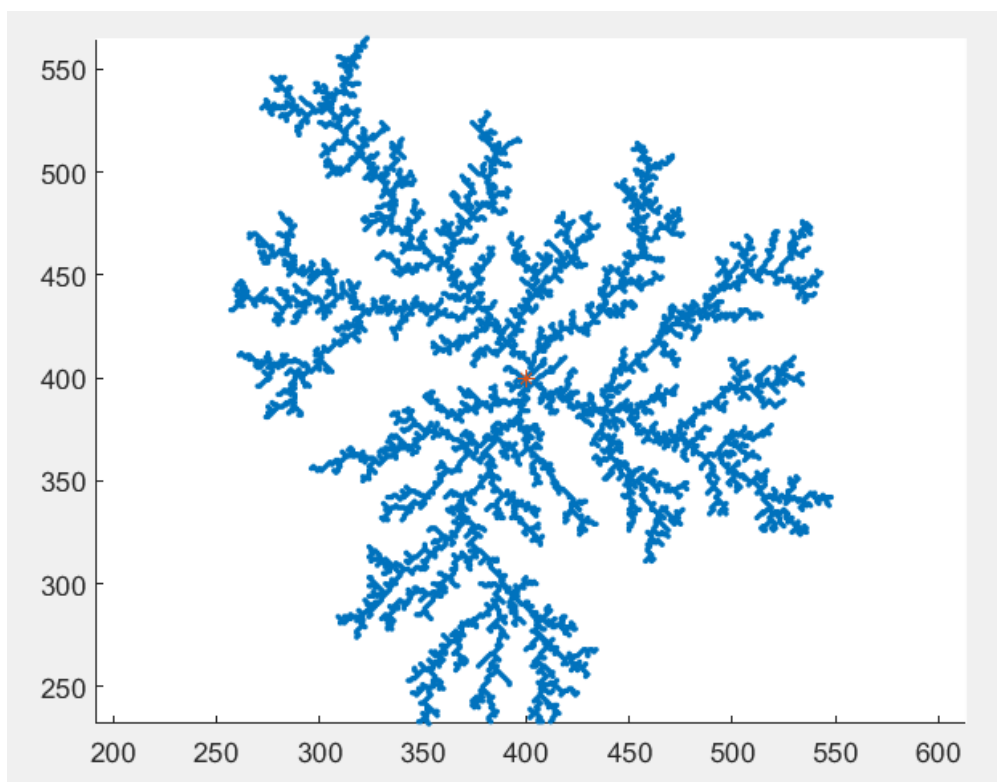
## 计算分形维数

Sandbox方法：从中心点开始依次取不同半径 $r$ 的圆，计算圆内像素点的个数 $n$ ，满足关系 $n \sim r^D$ ，作出 $\ln n - \ln r$ 关系图，图像的斜率就是分形维数 $D$

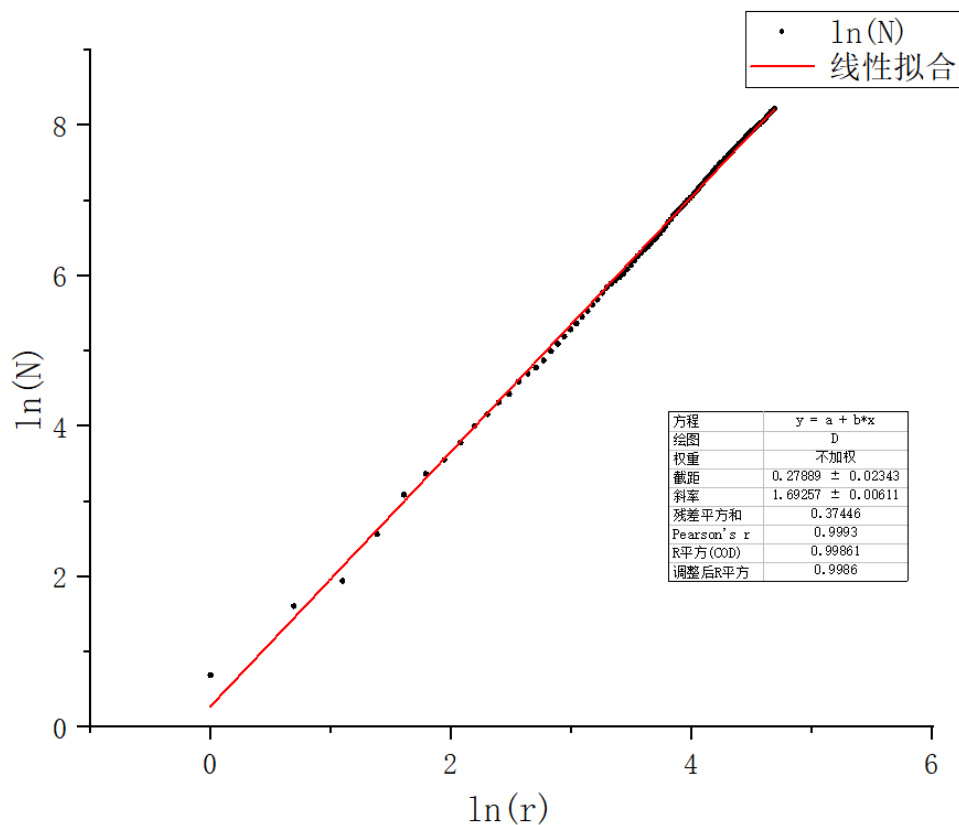
盒计数法：取中心点周围边长为 $100 \times 100$ 的正方形区域，分别用尺寸 $\epsilon = 1, 1/2, 1/4, 1/10, 1/25, 1/50, 1/100$ ，计算出含有像素点的网格数 $N(\epsilon)$ 。 $N$ 与 $\epsilon$ 之间满足关系 $N(\epsilon) \sim (1/\epsilon)^D$ ，作出 $\ln N - \ln(1/\epsilon)$ 关系图，斜率就是分形维数 $D$ ，在计算中，用网格实际尺寸 $100, 50, 25 \dots$ 代替 $\epsilon$

## 3.计算结果与讨论

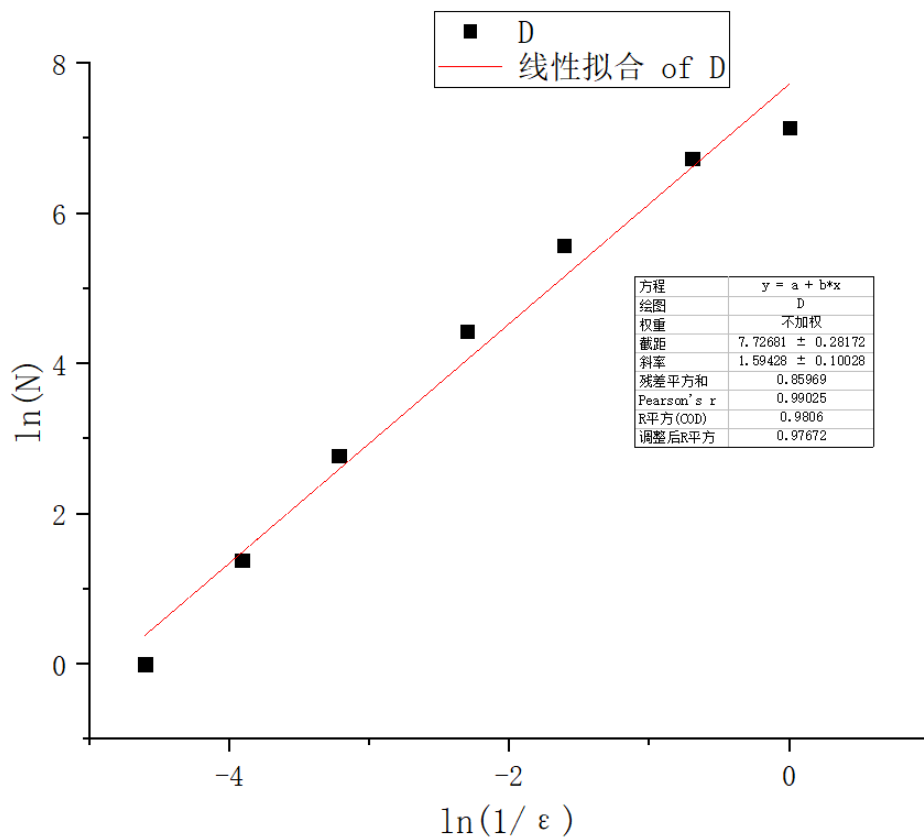
选取参数：图形大小 $800 \times 800$ ，中心点为 $(400, 400)$ ，点数 $n=6000$ ，画出如下的图：



Sandbox：取整数的 $r \in [1, 110]$ ，可以看到 $\ln n$ 与 $\ln r$ 大致呈线性关系，斜率为 $1.693 \pm 0.006$



盒计数方法：得到斜率为 $1.59 \pm 0.1$



可以看到盒计数法的最后一个点与曲线偏离较远，这是因为，当 $\epsilon$ 越小 ( $\ln(1/\epsilon)$ 接近0) 时， $N$ 的数值与分形图像各个分支上的细微形状关系越大。我们在最初进行生长时，算力有限，只取了6000个点进行生长。如果要使枝条上的细微结构更清楚，获得更准确的 $N$ ，就要取更多的点和更小的步长，这要花费大量的时间。

#### 4.结论

通过本题，在 $800\times 800$ 正方形边界上进行了DLA模拟，用Sandbox和盒计数两种方法分别得到了分形维数为1.693和1.59。其中，盒计数法在尺寸很小的时候会出现明显的偏差，这是因为生长时取的点数和步长有限所导致的。