

运筹学基础

绪论

修贤超

机电工程与自动化学院
上海大学

xcxiu@shu.edu.cn

绪论

■ 什么是运筹学

- 大英百科全书：一门应用于管理有组织系统的科学，为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具。

■ 什么是运筹学

- **大英百科全书:** 一门应用于管理有组织系统的科学，为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具。
- **中国大百科全书:** 用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源，使实际系统有效运行的技术科学，它可以用来预测发展趋势，制订行动规划或优选可行方案。

绪论

■ 什么是运筹学

- **大英百科全书**: 一门应用于管理有组织系统的科学，为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具。
- **中国大百科全书**: 用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源，使实际系统有效运行的技术科学，它可以用来预测发展趋势，制订行动规划或优选可行方案。
- **辞海**: 主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题，它根据问题的要求，通过数学的分析与运算，作出综合性的合理安排，以达到经济有效地使用人力、物力。

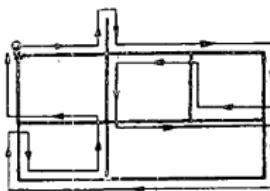
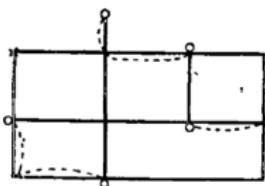
■ 什么是运筹学

- **大英百科全书**: 一门应用于管理有组织系统的科学，为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具。
- **中国大百科全书**: 用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源，使实际系统有效运行的技术科学，它可以用来预测发展趋势，制订行动规划或优选可行方案。
- **辞海**: 主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题，它根据问题的要求，通过数学的分析与运算，作出综合性的合理安排，以达到经济有效地使用人力、物力。
- **中国企业管理百科全书**: 应用分析、试验、量化的方法，对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排，为决策者提供有依据的最优方案，以实现最有效的管理。

绪论

■ 例 1 (中国邮递员问题)

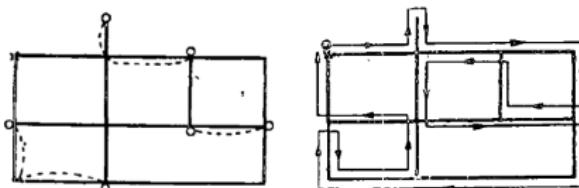
- 由一个邮递员从邮局出发，要走完他所管辖范围内的每一条街道，至少一次再返回邮局，如何选择一条尽可能短的路线？该问题由我国数学家管梅谷在 1962 年首先提出。



绪论

■ 例 1 (中国邮递员问题)

- 由一个邮递员从邮局出发，要走完他所管辖范围内的每一条街道，至少一次再返回邮局，如何选择一条尽可能短的路线？该问题由我国数学家管梅谷在 1962 年首先提出。



- 源于哥尼斯堡七桥问题，即一笔画问题



绪论

■ 例 2 (Netflix 百万美金问题)

- 某视频网站提供了约 48 万用户对 1 万 7 千多部电影的上亿条评级数据，电影评级由用户打分 1 星到 5 星表示，记为取值 1-5 的整数。希望对用户的电影评级进行预测，从而改进用户电影推荐系统，为每个用户更有针对性地推荐影片。

	电影 1	电影 2	电影 3	...	电影 n
用户 1	4	?	?	...	?
用户 2	?	2	4	...	?
用户 3	3	?	?	...	?
:	:	:	:	...	:
用户 m	?	3	4	...	?

绪论

■ 例 2 (Netflix 百万美金问题)

- 某视频网站提供了约 48 万用户对 1 万 7 千多部电影的上亿条评级数据，电影评级由用户打分 1 星到 5 星表示，记为取值 1-5 的整数。希望对用户的电影评级进行预测，从而改进用户电影推荐系统，为每个用户更有针对性地推荐影片。

	电影 1	电影 2	电影 3	...	电影 n
用户 1	4	?	?	...	?
用户 2	?	2	4	...	?
用户 3	3	?	?	...	?
:	:	:	:		:
用户 m	?	3	4	...	?

- 设 M 为评级矩阵， Ω 为评级指标集，构造低秩矩阵恢复模型

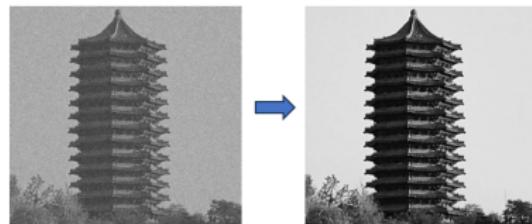
$$\min_{X \in \mathbb{R}^{m \times n}} \text{rank}(X)$$

$$\text{s.t. } X_{ij} = M_{ij}, \quad ij \in \Omega$$

绪论

■ 例 3 (图像去噪问题)

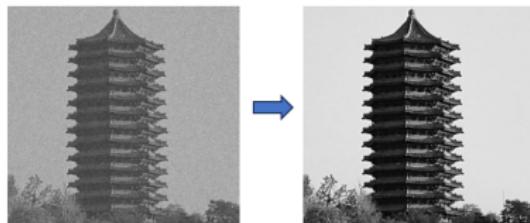
- 已知带噪声的图像 b , 如何进行去噪进而得到清晰的图像 x ?



绪论

■ 例 3 (图像去噪问题)

- 已知带噪声的图像 b , 如何进行去噪进而得到清晰的图像 x ?



- 设构造全变差 (Total Variation, TV) 模型

$$\min_{x \in \mathbb{R}^m} \frac{1}{2} \|x - b\|_2^2 + \lambda \|x\|_{\text{TV}}$$

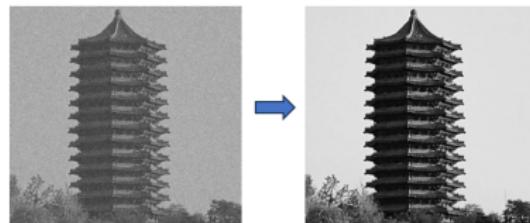
或者

$$\min_{x \in \mathbb{R}^m} \|x - b\|_1 + \lambda \|x\|_{\text{TV}}$$

绪论

■ 例 3 (图像去噪问题)

- 已知带噪声的图像 b , 如何进行去噪进而得到清晰的图像 x ?



- 设构造全变差 (Total Variation, TV) 模型

$$\min_{x \in \mathbb{R}^m} \frac{1}{2} \|x - b\|_2^2 + \lambda \|x\|_{\text{TV}}$$

或者

$$\min_{x \in \mathbb{R}^m} \|x - b\|_1 + \lambda \|x\|_{\text{TV}}$$

- 考虑不同的去噪神经网络, 进一步得到

$$\min_{x \in \mathbb{R}^m} \frac{1}{2} \|x - b\|_2^2 + \text{Denoiser}(x)$$

绪论

■ 名字的由来

- 英国 Operational Research (OR)
- 美国 Operations Research (OR)

绪论

■ 名字的由来

- 英国 Operational Research (OR)
- 美国 Operations Research (OR)
- 1955 年，暂用“运用学”一词
- 1956 年，从“**夫运筹帷幄之中，决胜千里之外**”中摘取“运筹”二字，将“OR”译为运筹学，包含运用筹划，以策略取胜等意义。

绪论

■ 名字的由来

- 英国 Operational Research (OR)
- 美国 Operations Research (OR)
- 1955 年，暂用“运用学”一词
- 1956 年，从“**夫运筹帷幄之中，决胜千里之外**”中摘取“运筹”二字，将“OR”译为运筹学，包含运用筹划，以策略取胜等意义。

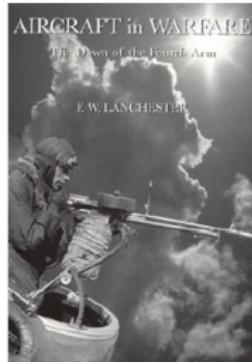
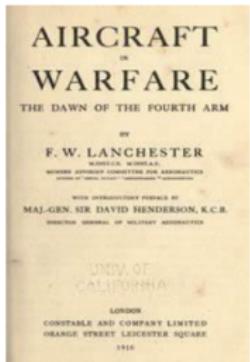
■ 早期朴素的运筹思想

- 田忌赛马
- 丁渭修皇宫
- 沈括运军粮

绪论

■ 运筹学的诞生

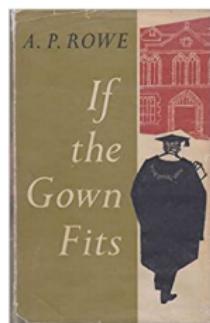
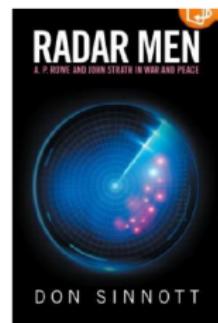
- 1914 年，兰彻斯特发表了一系列有关飞机应用和空战方面的论文，1916 年出版了《战争中的飞机——第四种武器的出现》一书。在该书的第五、六和八章中，他提出运筹学和作战模拟的一些基本模型和方法，他建立的描述作战双方兵力变化过程的数学方程被称为兰彻斯特方程 (Lanchester's equation)。



绪论

■ 运筹学的诞生

- 1938 年，阿尔伯特提出为了有效防止德国的空袭，不能仅依靠增加雷达数量及改进其性能，还应对建立雷达站的最佳位置、各雷达站之间的协调配合以及整个作战防空系统运行进行综合研究，才能更加有效地防备和阻击德国飞机侵入。



绪论

■ 运筹学的诞生

- 1940 年，布莱克特在英国皇家空军指挥部的领导下负责组建了一个研究小组，包括 2 名数学家、2 名数学物理学家、3 名生物学家、1 名天文学家、1 名物理学家、1 名陆军军官和 1 名测量技术人员。这个代号为“布莱克特马戏团”的小组可以视为世界上第一个运筹学小组，因此布莱克特被誉为**运筹学之父**。



■ 运筹学的诞生

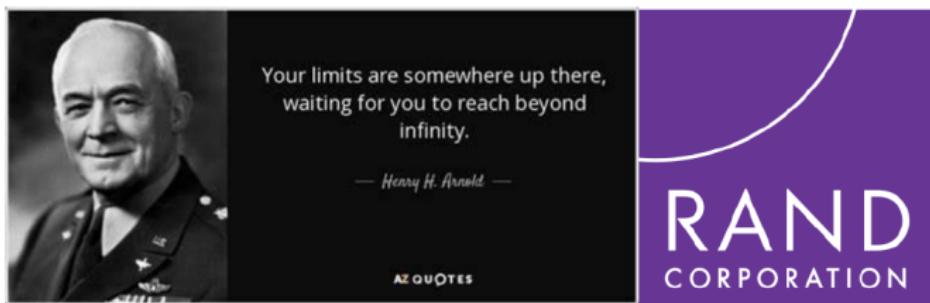
- 1944 年，诺曼底登陆开始。在总司令德怀特的指挥下，先后调集了 36 个师，总兵力达 288 万人，其中陆军有 153 万人。纳粹德国也投入了约 140 万兵力。这场史无前例的战役，盟军的作战计划制订和执行带来了极其巨大的挑战，代号为“**霸王计划**”。



绪论

■ 运筹学的诞生

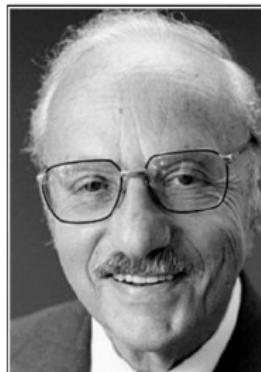
- 1948 年，兰德公司正式成立。它先以研究军事尖端科学技术和重大军事战略而著称于世，继而又扩展到内外政策各方面，逐渐发展成为一个研究政治、军事、经济科技、社会等方方面面的综合性思想库，被誉为现代智囊的“大脑集中营”和“超级军事学院”。



绪论

■ 运筹学的诞生

- 1941-1952 年，丹齐格任美国空军司令部数学顾问、战斗分析部和统计管理部主任，负责解决实际的计划问题：分配空军的人力、经费、飞机和其它资源。他为这些问题建立了线性规划模型，并提出了著名的**单纯形法**。



True optimization is the
revolutionary contribution of
modern research to decision
processes.

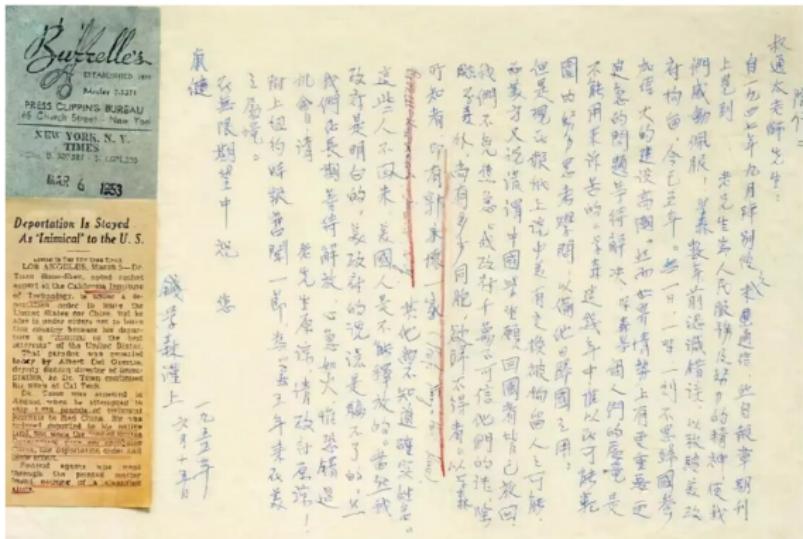
— George Dantzig —

AZ QUOTES

绪论

■ 运筹学在中国

- 1949年，钱学森开始筹划回国。然而，美国却以各种方式阻挠他回国。钱学森被迫参加了一场接一场的听证会，并开始了长达5年的软禁生涯。



绪论

■ 运筹学在中国

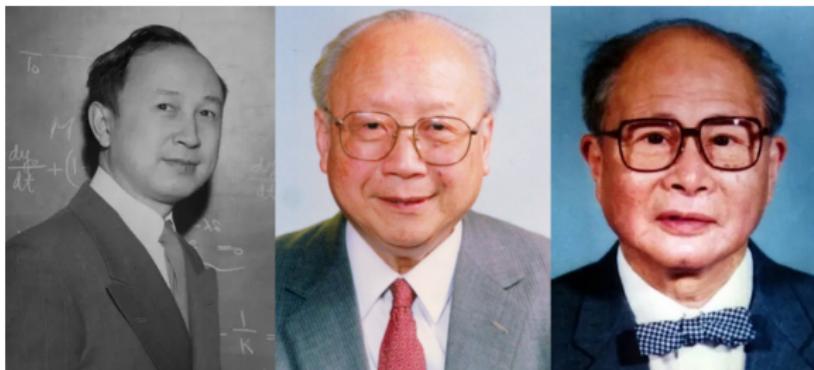
- 1955 年，在毛泽东主席和周恩来总理的争取下，以朝鲜战争空战中被俘的 11 名美军飞行员作为交换，钱学森才得以回到新中国。



绪论

■ 运筹学在中国

- 1957 年，在钱学森和钱伟长的倡导下，力学所成立了国内最早的运筹学研究组，许国志担任副室主任，并从学科大交叉的角度出发挑选了 8 人组成了基础队伍，包括 3 名北大应用数学专业、3 名人大学国民经济专业、2 名上交大电子技术专业。



绪论

■ 运筹学在中国

- 1958 年，在华罗庚的支持下，数学所成立了运筹学研究室，分成排队论、图论与线性规划、博弈论三个研究组。1960 年，中国科学院要求数学所与力学所的两个运筹室合而为一。



■ 中国运筹学发展简史

- 1980 年，中国数学会在时任理事长华罗庚的支持下，成立运筹学分会，华罗庚兼任分会理事长。



绪论

■ 运筹学期刊

- Operations Research
- Management Science
- SIAM Review

绪论

■ 运筹学期刊

- Operations Research
- Management Science
- SIAM Review
- Mathematical Programming
- SIAM Journal on Optimization
- Mathematics of Operations Research

绪论

■ 运筹学期刊

- Operations Research
- Management Science
- SIAM Review
- Mathematical Programming
- SIAM Journal on Optimization
- Mathematics of Operations Research
- Journal of the Operations Research Society of China
- 运筹学学报
- 运筹与管理

绪论

■ 运筹学的基本特征

- 系统的整体观念
- 多学科的综合
- 模型方法的应用

绪论

■ 运筹学的基本特征

- 系统的整体观念
- 多学科的综合
- 模型方法的应用

■ 运筹学的研究步骤

- 第一步：分析表述问题及收集数据

绪论

■ 运筹学的基本特征

- 系统的整体观念
- 多学科的综合
- 模型方法的应用

■ 运筹学的研究步骤

- 第一步：分析表述问题及收集数据
- 第二步：建立模型

绪论

■ 运筹学的基本特征

- 系统的整体观念
- 多学科的综合
- 模型方法的应用

■ 运筹学的研究步骤

- 第一步：分析表述问题及收集数据
- 第二步：建立模型
- 第三步：求解模型和优化方案

绪论

■ 运筹学的基本特征

- 系统的整体观念
- 多学科的综合
- 模型方法的应用

■ 运筹学的研究步骤

- 第一步：分析表述问题及收集数据
- 第二步：建立模型
- 第三步：求解模型和优化方案
- 第四步：测试模型及对模型进行必要的修正

绪论

■ 运筹学的基本特征

- 系统的整体观念
- 多学科的综合
- 模型方法的应用

■ 运筹学的研究步骤

- 第一步：分析表述问题及收集数据
- 第二步：建立模型
- 第三步：求解模型和优化方案
- 第四步：测试模型及对模型进行必要的修正
- 第五步：建立对解的有效控制

绪论

■ 运筹学的基本特征

- 系统的整体观念
- 多学科的综合
- 模型方法的应用

■ 运筹学的研究步骤

- 第一步：分析表述问题及收集数据
- 第二步：建立模型
- 第三步：求解模型和优化方案
- 第四步：测试模型及对模型进行必要的修正
- 第五步：建立对解的有效控制
- 第六步：方案的实施

绪论

■ 运筹学的主要分支

- 规划论 (Programming Theory)

- 线性规划
- 整数规划
- 动态规划
- 非线性规划
- 目标规划
- 随机规划

- 图论 (Graph Theory)

- 存储论 (Inventory Theory)

- 排队论 (Queueing Theory)

- 对策论 (Game Theory)

- 决策论 (Decision Theory)

绪论

■ 课程信息

- 运筹学教程（第5版），胡运权，郭耀煌，清华大学出版社，2018

章节	内容	时长
第一章	线性规划及单纯形法（1-5）	12
第二章	线性规划的对偶理论与灵敏度分析（1-2）	4
第五章	整数规划（1-5）	8
第七章	动态规划（1-4）	8
第十二章	对策论（1-3）	8

绪论

■ 课程信息

- 运筹学教程（第5版），胡运权，郭耀煌，清华大学出版社，2018

章节	内容	时长
第一章	线性规划及单纯形法（1-5）	12
第二章	线性规划的对偶理论与灵敏度分析（1-2）	4
第五章	整数规划（1-5）	8
第七章	动态规划（1-4）	8
第十二章	对策论（1-3）	8

■ 参考资料

- 运筹学（第5版），教材编写组，清华大学出版社，2021
- Introduction to Operations Research, Frederick Hillier and Gerald Lieberman, McGraw Hill, 2021

绪论

■ 课程信息

□ 答疑

- 机自大楼 523
- 周一至周三 9-10 节
- 单独联系 xcxiu@shu.edu.cn

绪论

■ 课程信息

□ 答疑

- 机自大楼 523
- 周一至周三 9-10 节
- 单独联系 xcxiu@shu.edu.cn

□ 课堂

- 迟到或早退 3 次作为缺课一次
- 缺课超过总学时 $1/3$ 时，取消考试资格

绪论

■ 课程信息

□ 答疑

- 机自大楼 523
- 周一至周三 9-10 节
- 单独联系 xcxiu@shu.edu.cn

□ 课堂

- 迟到或早退 3 次作为缺课一次
- 缺课超过总学时 $1/3$ 时，取消考试资格

□ 成绩

- 平时情况占 30%，不允许抄袭，不接受晚交的作业
- 期末考试占 70%，闭卷考试，需写出详细计算过程

绪论

■ 课程信息

- 主页链接 <https://xianchaoxiu.github.io/teaching/>
- 课程微信群（下面二维码 9 月 4 日失效）



Q&A

Thank you!
感谢您的聆听和反馈