

学士学位论文

网络化奇异摄动系统故障检测

姓 名： 赵云清

学科专业： 自动化

指导老师： 万雄波 副教授

培养单位： 自动化学院

二〇一八 年 六 月

中国地质大学（武汉）学士学位论文原创性声明

本人郑重声明：本人所呈交的学士学位论文《网络化奇异摄动系统故障检测》，是本人在指导老师的指导下，在中国地质大学（武汉）攻读学士学位期间独立进行研究工作所取得的成果。论文中除已注明部分外不包含他人已发表或撰写过的研究成果，对论文的完成提供过帮助的有关人员已在文中说明并致以谢意。

本人所呈交的学士学位论文没有违反学术道德和学术规范，没有侵权行为，并愿意承担由此而产生的法律责任和法律后果。

学位论文作者签名：_____

日 期： 年 月 日

摘 要

目前,控制领域的自动控制相关技术已在民用或者军用的航空航天企业、核能发电站和工业生产过程等领域得到较为全面的普及,成为与人们生活密切相关的一部分。众所周知,构成自动控制系统的基本单元是无数的电子器件和机械零部件,所以具体到每个元器件的可靠性直接决定着系统的鲁棒性。虽然自动控制技术以及相应的系统已经得到很好的应用和推广,但是实际上越复杂的系统,越容易出现网络化诱导现象以及受到故障影响。同时,在外部扰动以及产生故障的情况下,系统还要满足某些性能要求,则是本文希望能达到的目的。

本文首先分析了一类特殊的带有奇异摄动参数的网络化系统的构成以及这类系统在实际生产生活中的出现的情景,在此基础上作者介绍了关于控制系统稳定性以及在故障和扰动存在情况下应满足的性能指标的相关理论。然后对实际问题抽象出具体的网络化的奇异摄动系统的数学模型,考虑了测量输出的随机丢包的诱导现象,并用统计特性已知的伯努利二次分布进行描述,同时运用两个引理进行逐步分析处理,再利用 Schur 补引理对已知的李雅普诺夫二次型方程做差分之后的结果的中间项进行分解,就可以得到系统在无外部扰动 ω_k 和故障 f_k 时保持随机稳定以及在有扰动和故障的情况下满足 H_∞ 性能指标的条件。

在具体的推导求解细节上,本文采用了现代控制理论中李雅普诺夫能量函数的数学模型,并利用李雅普诺夫第二法对构建的数学模型进行差分求解,得出相应的结论。可以指出,在系统在外部扰动信号 ω_k 以及故障信号 f_k 不为零的条件下,满足所提出的 H_∞ 范数性能指标同时,也能推导出系统在扰动 ω_k 以及故障 f_k 为零时保持稳定性的条件。

最后,通过一个具体的数学实例,利用 MATLAB 中的线性矩阵不等式(LMI)工具箱进行了实例仿真,满足性能指标的参数由线性矩阵不等式 LMI 给出,同时奇异摄动参数的上界由 LMI 的可行解来评估,并检验了故障检测的效果评估了故障检测滤波器设计方案的可行性。

关键字: 奇异摄动系统; H_∞ 性能指标; 故障检测

Abstract

At present, automatic control technology has been widely used in aerospace, nuclear power plants and industrial production processes, and has become a part of people's lives. The basic unit that constitutes the automatic control system is electronic components and mechanical parts, so the reliability of the components directly determines the quality of the system. Although the automatic control technology and the corresponding system have been well applied, the more complex systems, the more likely to be induced by the network; at the same time, the system must meet certain performance requirements in the event of external disturbances and failures. This is the purpose that this article hopes to achieve.

This paper first analyzes the composition of a special kind of networked system with singularly perturbed parameters and the appearance of such systems in actual production and life. Relevant theory of performance indicators that should be satisfied in the presence of disturbances and fault. Then a concrete mathematical model of a networked singularly perturbed system is abstracted for practical problems. Then the condition can be obtained that the system without disturbance and fault maintains the exponential mean square stability and meets certain performance targets in the event of disturbances and fault.

Finally, through a concrete example of mathematics, an example is simulated using the linear matrix inequality (LMI) toolbox in MATLAB. The parameters that satisfy the performance index are given by the linear matrix inequality LMI, and the upper bound of the singularly perturbed parameter is LMI's. Feasible solutions to evaluate and verify the effectiveness of fault detection evaluate the feasibility of fault detection filter design

Keywords: Singularly Perturbed System; H_∞ performance index; fault detection

目 录

第一章 绪论	1
1.1 选题背景.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 国内研究现状	2
1.2.2 国外研究现状	2
1.3 研究的意义和目的.....	3
1.4 本文主要内容.....	3
第二章 奇异摄动系统模型建立	5
2.1 奇异摄动系统的提出.....	5
2.2 网络诱导现象及故障.....	6
2.3 奇异摄动系统的建立.....	7
第三章 系统的总体设计	10
3.1 系统预期目标.....	10
3.2 数学引理.....	11
3.2.1 引理 1	11
3.2.2 引理 2	11
3.3 故障检测方法.....	11
第四章 定理提出与证明	13
4.1 系统的稳定性.....	13
4.1.1 系统稳定性的充分条件	13
4.1.2 稳定性定理的证明	13
4.2 稳定性定理中参数的分离.....	15
4.2.1 参数分离结论	15
4.2.2 结论证明	16
4.3 H_∞ 性能指标	16
4.3.1 满足 H_∞ 性能指标的充分条件	17
4.3.2 系统满足 H_∞ 性能指标的证明.....	17
4.4 系统满足 H_∞ 性能指标条件中参数的分离	20
4.4.1 参数分离结论	20

4.4.2 参数分离结论证明	21
第五章 分析与仿真	23
5.1 定理总结与分析	23
5.2 实例仿真	23
5.3 总结和展望	25
致谢	27
参考文献	28

第一章 绪论

1.1 选题背景

在现代社会,自动控制相关技术已广泛应用于航空航天、核能发电站和工业生产过程等领域,成为与普通人们生产生活密切相关的一部分。众所周知,构成自动控制系统的基本单元是无数的电子器件和机械零部件,所以具体到每个元器件的可靠性直接决定着系统的鲁棒性。虽然自动控制技术以及相应的系统已经得到很好的应用和推广,但是实际上越复杂的系统,越容易出现网络化诱导现象以及受到故障影响。

网络化控制系统是指用一种虚拟的通讯网络,通过分布在系统之间不同位置的零部件或电子元器件,如传感器、控制器、执行器进行信息交换和信号传输从而实现对一个复杂对象的控制和运行。相对于传统的最简单的点和点之间进行相互作用的基础系统,网络化控制系统具有很多基础系统不具备的优势,如降低了成本、减轻实际重量、降低运行所带来的高功耗、同时易于拆卸和维修、它本身的复杂性也决定了它的安全性能比较有保障等。通信网络的应用和普及虽然为庞大的网络化系统带来了许多无法代替的优点,但是同时也带来了许多新的需要考虑的方面。由于通信网络的带宽、容量和服务能力的限制,网络的数据传输将产生各种网络诱导的现象,如数据丢包、网络延时、数据量化、传输受限、信道衰减等。

在网络化控制系统中,来源于电子器件尤其是传感器和执行器的之间由于网络化诱导现象或者外部扰动等原因产生的故障已成为导致控制系统鲁棒性较为低下,以及性能较为一般的主要原因。据统计,绝大多数的控制系统失效问题都起因于传感器上发生的各种类型的故障问题。因此,研究不同情况下的网络化控制系统的故障诊断问题,对系统鲁棒性的保持和提升,以及对外部扰动信号和故障的抗干扰能力有较大的帮助。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 国内研究现状

国内对于自动控制系统的故障检测与诊断技术的基础理论与逐步应用与推广开始于上世纪 80 年代初期。从大体上来说,我国在网络化系统的故障检测与诊断方面一直处于国际学术相关领域的前沿阶段,对最新的理论、方法、趋势等方面的把握和研究相对及时、准确,并随着研究的深入,国内的一批控制理论的工程师和科学家逐步取得了一批有价值的研究成果。如清华大学自动化系从 1983 年起就已经开始了控制领域故障诊断与检测的研究工作。据不完全统计,在国际方面,国内的研究学者专家在《*Automatica*》等行业内顶级期刊以及相关国际会议上发表了多篇论文;国内方面,在《控制与决策》、《控制理论与应用》、《自动化学报》、《信息与控制》等中文著名期刊先后发表了这方面的文章数百篇。《系统辨识与故障诊断理论与应用》及《动态系统故障检测与容错技术》等书籍的出版,也从一个侧面反映了我国在这一领域的研究状况。

在工业领域,控制系统的复杂性与故障的发生有直接的联系,通常情况下,越复杂的系统越容易在外界扰动或干扰下产生故障,或者由于网络本身的特性,如带宽限制等,容易产生网络化诱导现象,故对于网络化复杂系统的研究和应用就显得很有必要。经过三十多年的发展,故障诊断与检测技术已经得到广泛并且深入的研究,并且基于各种数学模型的发展,人们掌握了许多有效且可行的应对方法与政策。但实际上,这些研究绝大多数还仅仅限于基于数学层面的计算机仿真或公式推导等实验阶段,而真正将理论研究与实际生产生活相结合的应用实例仍属极少数。本文所设计的奇异摄动系统就来源于广泛存在的具有多个时间尺度的控制系统。

1.2.2 国外研究现状

控制系统的故障诊断技术是一门涉及数字图像的信号处理、模式识别、人工智能、计算机科学、运筹学与统计学等多个学科的综合技术。在上世纪后半叶,欧美的一些发达国家为代表的研究小组相继开展了设备故障诊断技术的研究,主要应

用于空天技术、发电技术、国家电力系统等尖端工业部门与军事部门，自20世纪90年代以后逐渐扩展到偏民用的化工、海洋运输、铁路等以交通和能源为代表的许多重要科研或者生产领域。近年来控制系统的稳定性分析与故障诊断技术得到了迅速的发展，因为无论怎样的控制系统，都无法避免外界环境的干扰以及随机产生的故障或者各种诱导现象，而对故障进行检测的目的都是为了在生产过程中把损失降到最低。学者们提出了丰富的故障检测方法，国际上，故障诊断领域的权威专家 P. M. Frank 提出了基于解析模型、基于知识^[1]、基于信号处理^[2]的三大类分类方法，学术界对这种分类方式普遍认可。其中基于解析模型的故障检测方法较为成熟，这种方法是假设已知被诊断控制系统的精确数学模型，使用一定的数学处理方法对系统内的故障进行检测^[3]。这种故障检测方法主要有三个分支，基于状态估计的方法，基于参数估计的方法^[4]，基于等价空间的方法^[5]。

这几种处理方式在国际上都相对通用及流行，但是设计的特殊的系统模型，必须要用特殊的处理方式。虽然还没有具体的统计，但是国际上对于控制系统的故障检测的共识是使其在无扰动及故障的情况下保持系统自身的稳定性，同时在扰动和故障产生的情况下，通过一系列的数学方法，使得系统能满足一系列的性能指标。

1.3 研究的意义和目的

一般用现代控制理论来指导控制系统的分析和设计。然而当故障发生时，有些控制方法并不总能奏效。

另外一种方法就是建立数学模型，这种方法就是根据系统参数的估计值与其正常值之间的偏离数值，判断出系统的故障状况。如今，网络化系统已经成功应用于工业和生活的各个领域，如基于通信的列车控制系统、基于因特网的远程教学和实验、智能电网、飞行器遥控和智能交通系统等。网络化系统在工业中拥有广泛的应用，其规模和复杂度在逐渐增大，也正因为这样，网络化系统随时有可能发生故障，因此我们有必要研究网络化系统故障检测。而已有一些著名的故障检测方法可能不再适用于网络化系统的故障检测，因此我们亟需寻找新的故障检测方法。

1.4 本文主要内容

全文一共分为五章节内容。第一章介绍了研究内容的选题背景以及国内外的研究现状，并简单说明了研究的对象内容以及研究技术路线与方法。第二章内容中，通过具体介绍奇异摄动系统的来源与研究背景，提出建立了带有小参数的具有不同时间尺度的奇异摄动系统数学模型。第三章提出对特定的带有扰动和故障情况下、考虑传感器到控制器的随机数据丢包的网络化诱导现象的奇异摄动系统的预期目标和约束条件，并提出一系列的引理，作为辅助设计控制系统满足预期目标的工具。第四章主要介绍了对预期目标的设计与实现，通过数学模型的推导，应用第三章所提出的引理得出满足预期目标所对应的条件。第五章主要通过实例仿真给出必要的参数得到故障检测滤波器的待求参数 L 取值以及给出奇异摄动参数的上界，并说明了目前还存在的不足以及今后预期达到的目标。

整体来说，全文首先建立考虑随机数据丢包的网络化奇异摄动系统故障检测模型，在控制系统的数学模型中，设计基于观测器的滤波器模型，然后采用 H_∞ 故障检测方法，首先分析控制系统在外部扰动以及故障为零的条件下是否满足系统的随机稳定，并使系统在外部扰动以及故障不为零的条件下，满足 H_∞ 范数性能指标的约束条件，并通过一系列引理以及矩阵线性化的处理方式得到一个线性矩阵不等式LMI，并以此来证明所设计的故障检测滤波器的参数存在的充分条件，在给定故障检测及控制系统模型的相关参数以及 H_∞ 性能指标 γ 的条件下通过MATLAB中LMI工具箱得到线性矩阵不等式的可行解，然后确定控制器参数 L 以及奇异摄动参数的上界，最后检验故障检测的效果。

第二章 奇异摄动系统模型建立

2.1 奇异摄动系统的提出

对一个实际的物理系统建立合理的数学模型。这样建模的结果常常是一组阶数较高的线性或者非线性的微分方程,如果系统中存在一些小的时间常数,则会使得作为数学模型的微分方程有相当高的阶数,同时其状态方程组将会体现较强的刚性。奇异摄动问题是指这类数学上含有小参数、但不能够直接按照传统办法把小参数设为零从而求得所有近似解的问题。在描述奇异摄动问题的方程里,小参数作为系数出现在含有最高阶次方或导数项里,如果按照常规摄动法把小参数设为零,将会导致方程降阶从而不能得到所有的近似解。奇异摄动相关的问题来源就是这样的一类系统中,状态方程的系数中存在多个跨度较大的尺度。

在一般情况下,一个普通的参数摄动问题的求其零阶的近似解的传统办法是通过把摄动参数 ε 置零来求得。这种方法在本质上只等价于求得泰勒公式展开项的第一项,从而求得近似的解,然而这种办法往往具有较大的随机性,同时精确解与近似解往往有较大的误差。也就是说,只取第一项近似解的传统办法不能直接作为第一步来求解一个奇异摄动问题。

一个奇异摄动问题发生于当问题里的小参数出现在方程的含有最高阶算子的项的系数里。因此如果简单地把方程中的某个参数设零会改变问题的本质。对于微分方程,部分边界条件将不能被满足;对于代数方程,解的总数被减少了。所以,利用奇异摄动方法,通过“快慢分解”的思想,将一个奇异摄动系统分解成多个子系统分别进行研究,避免了由于摄动参数引入的问题,所以时至今日,依然是研究系统稳定性的重要手段。该方法主要是对摄动参数上界的计算,多年来各国学者做了大量工作,早期方法一般是频域方法,如采取频域方法求取上界,即将空间状态模型转化成等价的频域模型通过检查相关条件来求取参数上界。

奇异摄动系统的控制和分析是控制理论的研究热点,主要包括系统稳定性、鲁

棒性、优化、控制等。而在故障诊断及容错控制方面的研究和文献却相对较少。从研究方法上来讲, 以往的研究多采用模型降阶法、快慢分解法、广义系统法。

在闭环系统方面, 文献^[6]研究了采用输出反馈时闭环系统的稳定性, 并给出鲁棒稳定性的定量分析。文献^[7]利用李雅普诺夫方程, 研究了可以使稳定摄动参数上界达到无穷大的状态反馈控制律。

本文主要通过李雅普诺夫二次型能量函数, 在既定系统存在不同的时间尺度——即存在小参数 ε 时, 通过设计故障检测滤波器, 使得提出的系统在外部扰动信号 ω_k 以及故障信号 f_k 为零的时候满足系统随机稳定, 在扰动 ω_k 以及故障 f_k 不为零的时候满足指定的 H_∞ 性能指标 γ , 从而使得故障产生的损失降到最低。

2.2 网络诱导现象及故障

本文主要讨论的是数据丢包的问题, 未讨论数据量化和传输受限等问题。由于本课题没有引入通信协议来调度数据传输, 不能减少数据冲突的影响, 进而要考虑上述网络诱导现象的发生。数据包的传输, 总不是按照理想情况中没有任何丢包的传输, 不论是因为物理线路故障、设备故障等硬件错误、还是以病毒攻击或者软件存在问题等等原因, 数据包总会存在有一定概率的丢失并很难完全弥补。碰到这种情况, 网络会自动的让通信的两端根据预先设定好的协议来补包。如果实时网络的线路情况好, 带宽足够并且速度较快, 数据包的损失可以忽略不计, 补包的工作也相对可以较好地地完成, 因此可以近似的将数据看作是无损传输。但是, 如果线路的情况较差如遇带宽限制, 那么数据的损失量就会非常大, 补包工作也不可能很好完成。在这种情况下, 数据的传输就会出现空洞, 造成丢包。

文献^[8]针对非线性网络化控制系统中存在网络时延、数据丢包、传感器随机故障的问题, 考虑通道中传感器端到滤波器端的数据是多包传输的, 设计了一个可靠保成本滤波器来检测系统中发生的故障, 使得残差与故障的差在成本函数的框架下尽可能地小; 文献^[9]研究了带有系统参数不确定性的网络化控制系统的故障检测问题; 文献^[10]针对具有随机丢包的网络化控制系统, 分析了故障检测装置设计问题, 首先建立了随机的故障检测模型, 然后将故障检测装置的设计问题转化为 H_∞ 控制问题, 最后可以通过计算机仿真得到滤波器的参数; 文献^[11]研究了在非理想网络环境下, 带有间歇性测量丢失的故障检测问题; 文献^[12]分别设计了依赖和独立于网络状况的故障检测滤波器, 该文献中, 采样机制基于时钟驱动的

周期采样, 且只是从改善系统结构、提高描述模型的精度等角度来提高故障检测装置发现故障的敏感性, 但没有从减小网络时延的角度来提高系统对故障的检测能力。

本文从考虑传输过程中数据随机丢包的角度, 采用线性矩阵不等式LMI方法探求所设计的故障检测滤波器存在的充分条件并针对奇异摄动系统的稳定性理论以及故障诊断进行研究。主要内容概括如下: 研究并对带有数据随机丢包的网络化奇异摄动系统的建模并进行故障诊断问题, 这里考虑的系统诱导现象为统计特性已知的一类伯努利随机序列, 且故障信号为变化规律已知的量 f_k 。

针对这一类带有数据丢包的网络化奇异摄动系统, 研究控制器或者故障检测滤波器参数存在的问题, 具体的处理方式有很多种。如文献^[13-16]研究了传输时滞影响下的网络化系统 H_∞ 性能问题; 文献^[17-19]研究了信道衰减影响下网络化系统的控制和滤波问题; 文献^[20-22]讨论了含信号量化的网络化系统控制和滤波问题。文献^[23-25]探讨了数据丢包影响下的网络化系统的控制问题;

首先引入一个满足伯努利分布的随机变量^[26-28]来描述传感器到控制器之间发生数据丢包的概率, 故障检测滤波器参数存在的充分条件可利用线性矩阵不等式LMI技术和李雅普诺夫稳定性理论分析求得, 然后通过求解线性矩阵不等式得到该滤波器待求参数以及给出奇异摄动参数的上界。所设计的滤波器能保证闭环网络化控制系统在外部扰动及故障信号为零时随机稳定且不为零时满足 H_∞ 性能指标。为了验证所设计方法的有效性与实用性, 最后本文利用MATLAB中的线性矩阵不等式LMI工具箱给出了具体的数值仿真。

2.3 奇异摄动系统的建立

考虑到网络化控制系统含有多个时间尺度, 即含有奇异摄动参数, 建立的系统的数学模型表达如下:

$$x_{k+1} = A_\varepsilon x_k + B_{\varepsilon\omega} \omega_k + B_{\varepsilon f} f_k \quad (1)$$

其中

$$A_\varepsilon = \begin{bmatrix} I + \varepsilon A_{11} & \varepsilon A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, B_{\varepsilon f} = \begin{bmatrix} \varepsilon B_{f1} \\ B_{f2} \end{bmatrix}, B_{\varepsilon\omega} = \begin{bmatrix} \varepsilon B_{\omega1} \\ B_{\omega2} \end{bmatrix}$$

$x_k \in R^n$ 是状态变量, $\omega_k \in R^q$ 是外部扰动输入信号且满足 $\omega_k \in l_2[0, \infty)$, $f_k \in R^l$

是待检测到的故障信号，以及 ε 是一个小的摄动参数且满足 $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ 。

首先，对于如下带有随机数据丢包的传感器测量值：

$$y_k = \alpha_k C x_k + D \omega_k \quad (2)$$

这里， $y_k \in R^p$ 是测量输出向量， C 和 D 是已知的具有适当维度的实矩阵。其中

随机变量 $\alpha_k \in R$ 是一个服从伯努利分布的白噪声序列：

$$\text{Prob}\{\alpha_k=1\}=\text{E}\{\alpha_k\}:=\bar{\alpha} \quad (3)$$

$$\text{Prob}\{\alpha_k=0\}=1-\text{E}\{\alpha_k\}:=1-\bar{\alpha} \quad (4)$$

$$\text{Var}\{\alpha_k\}=E\{(\alpha_k-\bar{\alpha})^2\}=(1-\bar{\alpha})\bar{\alpha} \quad (5)$$

建立如下故障检测滤波器 (FDF)：

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_\varepsilon x_k + L(y_k - \bar{\alpha} C x_k) \\ r_k &= N(y_k - \bar{\alpha} C x_k) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $x_k \in R^n$ 是系统 (1) 的状态估计变量， $r_k \in R^l$ 是产生的残差信号， $L \in R^{n \times p}$ 以及 $N \in R^{m \times n}$ 是待设计的滤波器参数。可以从 (2) 注意到引入的服从伯努利分布的白噪声序列，这可以反映传感器到控制器的随机数据丢包现象。

定义如下新向量：

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \quad (7)$$

$$\tilde{r}_k = r_k - f_k \quad (8)$$

可以通过 (1)，(2)，(7) 得到如下的闭环系统：

$$e_{k+1} = (A_\varepsilon - \bar{\alpha} L C) e_k - (\alpha_k - \bar{\alpha}) L C x_k + (B_{\varepsilon \omega} - L D) \omega_k + B_{\varepsilon f} f_k \quad (9)$$

$$x_{k+1} = A_\varepsilon x_k + B_{\varepsilon f} f_k + B_{\varepsilon \omega} \omega_k \quad (10)$$

将其写成更紧密的形式：

$$\eta_{k+1} = A_\varepsilon \eta_k + E \bar{A} \eta_k + B_{\varepsilon q} q_k \quad (11)$$

$$\tilde{r}_k = r_k - f_k = (\alpha_k - \bar{\alpha}) C_1 \eta_k + C_2 \eta_k + D q_k \quad (12)$$

其中：

$$\eta_k = \begin{bmatrix} x_k \\ e_k \end{bmatrix}, \quad q_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ f_k \end{bmatrix}, \quad A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A_\varepsilon & 0 \\ 0 & A_\varepsilon - \bar{\alpha} LC \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -(\alpha_k - \bar{\alpha}) I \end{bmatrix},$$

$$B_{\varepsilon q} = \begin{bmatrix} B_{\varepsilon \omega} & B_{\varepsilon f} \\ B_{\varepsilon \omega} - LD & B_{\varepsilon f} \end{bmatrix}, \quad C_1 = [NC \quad 0], \quad C_2 = [0 \quad \bar{\alpha} NC], \quad D = [ND \quad -I]$$

至此，考虑了带有奇异摄动参数的网络化奇异摄动系统已经建立。同时，通过用统计特性已知的伯努利白噪声序列描述了随机丢包的特性。

接下来，将通过引入一系列数学引理来说明系统在外部扰动信号以及故障信号为零时达到随机稳定的充分条件，以及外部扰动信号以及故障信号不为零的时候达到 H_∞ 性能指标的充分条件，同时指出了对所提出的网络化奇异摄动系统的故障检测的具体处理办法。

第三章 系统的总体设计

3.1 系统预期目标

对于系统(11)：

$$\eta_{k+1} = A_\varepsilon \eta_k + E \bar{A} \eta_k + B_{\varepsilon q} q_k$$

其中

$$\eta_k = \begin{bmatrix} x_k \\ e_k \end{bmatrix}, \quad q_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ f_k \end{bmatrix}, \quad A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A_\varepsilon & 0 \\ 0 & A_\varepsilon - \bar{\alpha} LC \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -(\alpha_k - \bar{\alpha})I \end{bmatrix}, \quad B_{\varepsilon q} = \begin{bmatrix} B_{\varepsilon \omega} & B_{\varepsilon f} \\ B_{\varepsilon \omega} - LD & B_{\varepsilon f} \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ LC & 0 \end{bmatrix}$$

应当指出，闭环系统(11)存在随机变量 α_k ，这与传统的不带有数据丢包的确
定系统存在差异。为了方便处理随机参数系统(11)，现在需要引入随机稳定性的
概念。

在这篇文章中，所期望达到的目的是为系统(11)设计一个数学形式如(6)所示
的故障检测滤波器，使得系统在考虑传感器到控制器随机数据丢包的网络诱导现
象，以及在系统存在外部扰动信号 ω_k 以及故障信号 f_k 时，这个闭环系统(11)是随
机稳定的，且同时能满足所规定的 H_∞ 性能指标。

接下来，将建立使得以下两个条件得到满足的充分条件：

- (1) 在外部扰动信号以及故障为零的条件下，闭环系统(11)是随机稳定的。
- (2) 在零初始条件下，满足如下的 H_∞ 性能指标的约束条件：

$$E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{r}_k^T \tilde{r}_k \right\} \leq \gamma^2 E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} q_k^T q_k \right\} \quad (13)$$

其中 $q_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ f_k \end{bmatrix}$ ，且对于所有非零的 q_k 成立，其中 $\gamma > 0$ 是一个给定的标量。

3.2 数学引理

3.2.1 引理 1

矩阵的Schur补定义如下：假设 A, B, C, D 分别是 $m \times m, m \times n, n \times m, n \times n$ 的矩阵，且 D 是可逆矩阵。若有：

$$S = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} < 0$$

则以下三个条件相互等价：

$$(I) S < 0$$

$$(II) A - BD^{-1}C < 0, D < 0$$

$$(III) D - CA^{-1}B < 0, A < 0$$

3.2.2 引理 2

通过以下的引理可以说明，对于奇异摄动参数取范围内的最小值以及最大值都满足所提出的线性矩阵不等式(LMI)，那么 ε 在取值范围内的任意值，都满足所提出的线性矩阵不等式。

对于一个正的标量 ε_0 以及有合适维度的矩阵 M_1 和 M_2 ，若 M_1 和 M_2 满足 $M_1 < 0$ 且 $M_1 + \varepsilon_0 M_2 < 0$ ，那么如下的矩阵不等式成立

$$M_1 + \varepsilon M_2 < 0, \quad \forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$$

3.3 故障检测方法

为了对故障进行检测，通常选用如下所示的残差评估函数 J_k 以及故障阈值 J_{th} ：

$$J_k = E \left\{ \left(\sum_{s=l_0}^{l_0+k} r_s^T r_s \right)^{1/2} \right\}$$

$$J_{th} = \sup_{\omega \in l_2, f=0} E \left\{ \left(\sum_{s=l_0}^{l_0+k} r_s^T r_s \right)^{1/2} \right\}$$

其中 l_0 是评估函数的初始值, k 代表评估函数的最大步长。最后, 通过以下的规则可以对故障信号进行检测:

$$\begin{cases} J_k > J_{th} \Rightarrow \text{检测到故障} \\ J_k \leq J_{th} \Rightarrow \text{没有故障} \end{cases}$$

考虑到所给出的闭环系统含有奇异摄动参数, 所以在通过求解最后的线性矩阵不等式得到可行解, 来说明系统满足随机稳定以及满足 H_∞ 性能指标的同时, 还应得到故障检测滤波器的参数 L 的最优解以及参数 N , 同时给出能使线性矩阵不等式得到可行解的奇异摄动参数的上界。

第四章 定理提出与证明

4.1 系统的稳定性

4.1.1 系统稳定性的充分条件

经过前三章对奇异摄动系统的简介以及数学模型的建立，现在预期的目标已经明确。首先，要使建立的系统在外部扰动 ω_k 以及故障 f_k 为零的时候，满足系统的随机稳定。根据李雅普诺夫第二法，通过构建李雅普诺夫二次型函数，提出如下理论：

定理1：

对于已给出的标量 $\gamma > 0$ ，以及给定的 $\varepsilon > 0$ ，若存在相应的实矩阵 S, N 以及正定矩阵 P ，使得如下的矩阵不等式成立，那么所提出的系统(11)是随机稳定的：

$$\begin{bmatrix} -P & A_\varepsilon^T S & \bar{A}^T S \\ * & P - S^T - S & 0 \\ * & * & P - S^T - S \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (1 - \bar{\alpha})\bar{\alpha}P_{22} \end{bmatrix}, \quad A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A_\varepsilon & 0 \\ 0 & A_\varepsilon - \bar{\alpha}LC \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ LC & 0 \end{bmatrix}$$

4.1.2 稳定性定理的证明

现在给出定理的证明过程。定义如下所示的李雅普诺夫函数：

$$V_k = \eta_k^T P \eta_k \quad (15)$$

由于这是一个离散系统, 故对 V_k 计算差分并求其数学期望, 有:

$$\begin{aligned}
\Delta V_k &= E\{V_{k+1}\} - V_k \\
&= E\{\eta_{k+1}^T P \eta_{k+1}\} - V_k \\
&= E\{[\eta_k^T A_\varepsilon^T + \eta_k^T \bar{A}^T E^T] P [A_\varepsilon \eta_k + E \bar{A} \eta_k]\} - \eta_k^T P \eta_k \\
&= E\{\eta_k^T A_\varepsilon^T P A_\varepsilon \eta_k + \eta_k^T \bar{A}^T E^T P E \bar{A} \eta_k\} - \eta_k^T P \eta_k \\
&= \eta_k^T A_\varepsilon^T P A_\varepsilon \eta_k - \eta_k^T P \eta_k + E\{\eta_k^T \bar{A}^T E^T P E \bar{A} \eta_k\} \\
&= \eta_k^T A_\varepsilon^T P A_\varepsilon \eta_k - \eta_k^T P \eta_k + \eta_k^T \bar{A}^T P \bar{A} \eta_k \\
&= \eta_k^T \Phi \eta_k
\end{aligned} \tag{16}$$

因为

$$\begin{aligned}
\eta_k^T A_\varepsilon^T P A_\varepsilon \eta_k &= \eta_k^T \begin{bmatrix} A_\varepsilon^T & 0 \\ 0 & A_\varepsilon^T - \bar{\alpha} C^T L^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\varepsilon & 0 \\ 0 & A_\varepsilon - \bar{\alpha} L C \end{bmatrix} \eta_k \\
&= \eta_k^T \begin{bmatrix} A_\varepsilon^T P_{11} A_\varepsilon & A_\varepsilon^T P_{12} (A_\varepsilon - \bar{\alpha} L C) \\ (A_\varepsilon^T - \bar{\alpha} C^T L^T) P_{21} A_\varepsilon & (A_\varepsilon^T - \bar{\alpha} C^T L^T) P_{22} (A_\varepsilon - \bar{\alpha} L C) \end{bmatrix} \eta_k \\
&= \eta_k^T \Phi_1 \eta_k
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
\eta_k^T \bar{A}^T P \bar{A} \eta_k &= \eta_k^T \begin{bmatrix} 0 & C^T L^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (1 - \bar{\alpha}) \bar{\alpha} P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L C & 0 \end{bmatrix} \eta_k \\
&= \eta_k^T \begin{bmatrix} (1 - \bar{\alpha}) \bar{\alpha} C^T L^T P_{22} L C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \eta_k \\
&= \eta_k^T \Phi_2 \eta_k
\end{aligned} \tag{18}$$

可以得到

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - P$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} A_\varepsilon^T P_{11} A_\varepsilon & A_\varepsilon^T P_{12} (A_\varepsilon - \bar{\alpha} L C) \\ (A_\varepsilon^T - \bar{\alpha} C^T L^T) P_{21} A_\varepsilon & (A_\varepsilon^T - \bar{\alpha} C^T L^T) P_{22} (A_\varepsilon - \bar{\alpha} L C) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1 - \bar{\alpha}) \bar{\alpha} C^T L^T P_{22} L C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} A_\varepsilon^T P_{11} A_\varepsilon + (1 - \bar{\alpha}) \bar{\alpha} C^T L^T P_{22} L C - P_{11} & A_\varepsilon^T P_{12} (A_\varepsilon - \bar{\alpha} L C) - P_{12} \\ (A_\varepsilon^T - \bar{\alpha} C^T L^T) P_{21} A_\varepsilon - P_{21} & (A_\varepsilon^T - \bar{\alpha} C^T L^T) P_{22} (A_\varepsilon - \bar{\alpha} L C) - P_{22} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{19}$$

由(16)可知, 当 $\Phi < 0$ 时, 滤波误差系统(11)时随机稳定的, 并且由引理1 (Schur

补引理)可知, $\Phi < 0$ 等价于如下形式:

$$\begin{bmatrix} -P & A_\varepsilon^T & \bar{A}^T \\ * & -P^{-1} & 0 \\ * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

注意到得到的矩阵中, 因为存在 P^{-1} 以及 P , 所以这不是一个线性矩阵。接下来对所得到的矩阵 Φ 进行线性化处理。令 $\Lambda = \text{diag}\{I \ S \ S\}$, 对(1.20)前后同时乘 Λ^T 以及 Λ , 可以得到:

$$\begin{bmatrix} -P & A_\varepsilon^T S & \bar{A}^T S \\ * & -S^T P^{-1} S & 0 \\ * & * & -S^T P^{-1} S \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

而(21)可由下式推得

$$\begin{bmatrix} -P & A_\varepsilon^T S & \bar{A}^T S \\ * & P - S^T - S & 0 \\ * & * & P - S^T - S \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

其中 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$, A_ε , \bar{A} , P 的定义如前所述, 证明完毕。

4.2 稳定性定理中参数的分离

4.2.1 参数分离结论

定理 2:

对于任意的 $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, 其中 ε_0 是对于 ε 所给定的上界, 对于给定的标量 $\gamma > 0$, 若存在相应的实矩阵 S, N 以及正定矩阵 P , 使得如下的矩阵不等式成立, 那么系统 (11) 是随机稳定的:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -P & A^T S & \bar{A}^T S \\ * & P - S^T - S & 0 \\ * & * & P - S^T - S \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} -P & A^T S & \bar{A}^T S \\ * & P - S^T - S & 0 \\ * & * & P - S^T - S \end{bmatrix} + \varepsilon_0 \begin{bmatrix} 0 & AS & 0 \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_1 - \bar{\alpha}LC \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} A_2 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4.2.2 结论证明

因为

$$\begin{aligned} A_\varepsilon &= \begin{bmatrix} A_\varepsilon & 0 \\ 0 & A_\varepsilon - \bar{\alpha}LC \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_1 - \bar{\alpha}LC \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} A_2 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

故可把含有奇异摄动参数 ε 的项按照如下规则分开：

$$A_\varepsilon^T S = A^T S + \varepsilon A^T S \quad (24)$$

由(14)和(24)可以得到(23)。利用引理2可知，在 $\varepsilon = 0$ 以及 $\varepsilon = \varepsilon_0$ 时，(23)成立，则对任意一个 $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ ，系统都可以满足随机稳定以及 H_∞ 性能指标。证明完毕。

接下来，继续探寻满足鲁棒 H_∞ 性能指标约束的充分条件。在随机系统中，引入以下 H_∞ 性能指标：

$$E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{r}_k^T \tilde{r}_k \right\} \leq \gamma^2 E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} q_k^T q_k \right\}$$

4.3 H_∞ 性能指标

4.3.1 满足 H_∞ 性能指标的充分条件

定理 3:

给定一个标量 $\gamma > 0$ ，对于给定的奇异摄动参数 ε ，如果存在正定矩阵 P_{11} 以及 P_{22} ，实矩阵 P_{12} 及 P_{21} ，实矩阵 S 、 V 和 N ，使得以下线性矩阵不等式LMI成立，则这个系统是随机稳定的，同时对于所有非零的 q_k ， H_∞ 性能指标(13)也能满足：

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & \Omega_{13} & C_2^T & \Omega_{15} & \sqrt{(1-\bar{\alpha})\bar{\alpha}}C_1^T \\ * & -\gamma^2 I & \Omega_{23} & D^T & 0 & 0 \\ * & * & P-S^T-S & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & P-S^T-S & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}, \quad C_1 = [NC \quad 0] \quad C_2 = [0 \quad \bar{\alpha}NC]$$

$$\Omega_{13} = A_\varepsilon^T S = \begin{bmatrix} A_\varepsilon^T & 0 \\ 0 & A_\varepsilon^T - \bar{\alpha}C^T L^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_\varepsilon^T S_{11} & A_\varepsilon^T S_{12} \\ A_\varepsilon^T S_{21} - \bar{\alpha}C^T V & A_\varepsilon^T S_{22} - \bar{\alpha}C^T V \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{15} = \bar{A}^T S = \begin{bmatrix} 0 & C^T L^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^T L^T S_{21} & C^T L^T S_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^T V & C^T V \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{23} = B_{\varepsilon q}^T S = \begin{bmatrix} B_{\varepsilon q}^T & B_{\varepsilon q}^T - D^T L^T \\ B_{\varepsilon f}^T & B_{\varepsilon f}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\varepsilon q}^T S_{11} + B_{\varepsilon q}^T S_{21} - D^T V & B_{\varepsilon q}^T S_{12} + B_{\varepsilon q}^T S_{22} - D^T V \\ B_{\varepsilon f}^T S_{11} + B_{\varepsilon f}^T S_{21} & B_{\varepsilon f}^T S_{12} + B_{\varepsilon f}^T S_{22} \end{bmatrix}$$

$V = L^T S_{21} = L^T S_{22}$ ， A_ε ， \bar{A} ， P 的定义如前所述。

那么故障检测滤波器的参数可以设计为 $L = (VS_{21}^{-1})^T = (VS_{22}^{-1})^T = S_{21}^{-T}V^T$ ，为了 L 的取值唯一，同时要满足 $S_{21} = S_{22}$ 。

4.3.2 系统满足 H_∞ 性能指标的证明

令

$$\xi_k = [\eta_k^T \quad q_k^T]^T。$$

从(12)可以得到:

$$\begin{aligned}
 E\{\tilde{r}_k^T \tilde{r}_k\} &= E\{[(\alpha_k - \bar{\alpha})\eta_k^T C_1^T + \eta_k^T C_2^T + q_k^T D^T][(\alpha_k - \bar{\alpha})C_1\eta_k + C_2\eta_k + Dq_k]\} \\
 &= (1 - \bar{\alpha})\bar{\alpha}\eta_k^T C_1^T C_1\eta_k + \eta_k^T C_2^T C_2\eta_k + \eta_k^T C_2^T Dq_k + q_k^T D^T C_2\eta_k + q_k^T D^T Dq_k \\
 &= \xi_k^T \begin{bmatrix} (1 - \bar{\alpha})\bar{\alpha}C_1^T C_1 + C_2^T C_2 & C_2^T D \\ D^T C_2 & D^T D \end{bmatrix} \xi_k \\
 &= \xi_k^T \Omega_1 \xi_k
 \end{aligned} \tag{26}$$

对提出的李雅普诺夫函数计算差分并取数学期望, 得到

$$\begin{aligned}
 \Delta V_k &= E\{V_{k+1}\} - V_k \\
 &= E\{[\eta_k^T A_\varepsilon^T + \eta_k^T \bar{A}^T E^T + q_k^T B_{\varepsilon q}^T]P[A_\varepsilon^T \eta_k + E\bar{A}\eta_k + B_{\varepsilon q}q_k]\} - \eta_k^T P\eta_k \\
 &= \xi_k^T \begin{bmatrix} -P + A_\varepsilon^T P A_\varepsilon + A^T P \bar{A} & A_\varepsilon^T P B_{\varepsilon q} \\ B_{\varepsilon q}^T P A_\varepsilon & B_{\varepsilon q}^T P B_{\varepsilon q} \end{bmatrix} \xi_k \\
 &= \xi_k^T \Omega_2 \xi_k
 \end{aligned} \tag{27}$$

同时有

$$\begin{aligned}
 -\gamma^2 E\{q_k^T q_k\} &= -[\eta_k^T \quad q_k^T] \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_k \\ q_k \end{bmatrix} \\
 &= \xi_k^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \xi_k \\
 &= \xi_k^T \Omega_3 \xi_k
 \end{aligned} \tag{28}$$

对于所有非零的 q_k , 从(26), (27)和(28)可以得到

$$\begin{aligned}
 E\{V_{k+1}\} - V_k - E\{r_k^T r_k\} - \gamma^2 E\{q_k^T q_k\} \\
 &= \xi_k^T \Omega_1 \xi_k + \xi_k^T \Omega_2 \xi_k + \xi_k^T \Omega_3 \xi_k \\
 &= \xi_k^T \Xi \xi_k
 \end{aligned} \tag{29}$$

其中

$$\Xi = \begin{bmatrix} (1 - \bar{\alpha})\bar{\alpha}C_1^T C_1 + C_2^T C_2 + A_\varepsilon^T P A_\varepsilon + \bar{A}^T P \bar{A} - P & A_\varepsilon^T P B_{\varepsilon q} + C_2^T D \\ B_{\varepsilon q}^T P A_\varepsilon + D^T C_2 & D^T D + B_{\varepsilon q}^T P B_{\varepsilon q} - \gamma^2 I \end{bmatrix} \tag{30}$$

利用引理1 (Schur补引理) 可知, $\Xi < 0$ 等价于如下形式:

$$\Xi = \begin{bmatrix} -P & 0 & A_\varepsilon^T & C_2^T & \bar{A}^T & \sqrt{(1-\bar{\alpha})\bar{\alpha}}C_1^T \\ * & -\gamma^2 I & B_{\varepsilon q}^T & D^T & 0 & 0 \\ * & * & -P^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -P^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

所以, 从(25)可以得到:

$$\begin{aligned} & E\{V_{k+1}\} - V_k - E\{r_k^T r_k\} - \gamma^2 E\{q_k^T q_k\} \\ & = \xi_k^T \Xi \xi_k < 0 \end{aligned} \quad (32)$$

把(21)关于 k 从0到 ∞ 累加起来, 得到

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \tilde{r}_k^T \tilde{r}_k\right\} \leq \gamma^2 E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} q_k^T q_k\right\} + E\{V_0\} - E\{V_\infty\}$$

在零初始条件下, 可以总结得到:

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \tilde{r}_k^T \tilde{r}_k\right\} \leq \gamma^2 E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} q_k^T q_k\right\}$$

由于(31)中存在 P^{-1} 和 P , 所以(31)是非线性的。为了使该矩阵不等式线性化,

同样令 $\Gamma = \text{diag}\{I \ I \ S \ I \ S \ I\}$, 对 Ξ 的前后同时乘 Γ^T 以及 Γ 得到

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & A_\varepsilon^T S & C_2^T & \bar{A}^T S & \sqrt{(1-\bar{\alpha})\bar{\alpha}}C_1^T \\ * & -\gamma^2 I & B_{\varepsilon q}^T S & D^T & 0 & 0 \\ * & * & -S^T P^{-1} S & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -S^T P^{-1} S & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

而(33)可以由(25)得到, 证明完毕。

对(25)进行矩阵行列的删减, 可以得到(14), 再对(14)由引理 1 Schur 补引理分解可以得出(19), 故在定理 3 成立的条件下可以推出定理 1 成立, 即系统在满足 H_∞ 性能指标的同时, 在外部扰动以及故障为零的条件下也满足随机稳定。

4.4 系统满足 H_∞ 性能指标条件中参数的分离

4.4.1 参数分离结论

定理 4:

对于任意的 $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, 其中 ε_0 是对于 ε 所给定的上界, 对于给定的标量 $\gamma > 0$, 若存在以及正定矩阵 P_{11} 和 P_{22} 以及实矩阵 P_{12} 和 P_{21} , 有相应的实矩阵 S 、 N 和 V , 使得如下的线性矩阵不等式成立, 那么系统(11)是随机稳定的, 同时满足所提出的 H_∞ 性能指标:

$$\left\{ \begin{bmatrix} -P & 0 & \Psi_{13} & C_2^T & \Psi_{15} & \sqrt{(1-\bar{\alpha})\bar{\alpha}}C_1^T \\ * & -\gamma^2 I & \Psi_{23} & D^T & 0 & 0 \\ * & * & P-S^T-S & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & P-S^T-S & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \right\} < 0$$

$$+ \varepsilon_0 \left\{ \begin{bmatrix} -P & 0 & \Psi_{13} & C_2^T & \Psi_{15} & \sqrt{(1-\bar{\alpha})\bar{\alpha}}C_1^T \\ * & -\gamma^2 I & \Psi_{23} & D^T & 0 & 0 \\ * & * & P-S^T-S & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & P-S^T-S & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & A^T S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & B^T S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \right\} < 0$$

(34)

其中

$$\begin{aligned} \Psi_{13} &= A^T S = \begin{bmatrix} A_1^T & 0 \\ 0 & A_1^T - \bar{\alpha} C^T L^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_1^T S_{11} & A_1^T S_{12} \\ A_1^T S_{21} - \bar{\alpha} C^T L^T S_{21} & A_1^T S_{22} - \bar{\alpha} C^T L^T S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T S_{11} & A_1^T S_{12} \\ A_1^T S_{21} - \bar{\alpha} C^T V & A_1^T S_{22} - \bar{\alpha} C^T V \end{bmatrix} \\ \Psi_{15} &= \begin{bmatrix} 0 & C^T L^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^T L^T S_{21} & C^T L^T S_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^T V & C^T V \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{23} &= \begin{bmatrix} B_{\omega}^T & B_{\omega}^T - D^T L^T \\ B_f^T & B_f^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega}^T S_{11} + B_{\omega}^T S_{21} - D^T L^T S_{21} & B_{\omega}^T S_{11} + B_{\omega}^T S_{22} - D^T L^T S_{22} \\ B_f^T S_{11} + B_f^T S_{21} & B_f^T S_{12} + B_f^T S_{22} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} B_{\omega}^T S_{11} + B_{\omega}^T S_{21} - D^T V & B_{\omega}^T S_{11} + B_{\omega}^T S_{22} - D^T V \\ B_f^T S_{11} + B_f^T S_{21} & B_f^T S_{12} + B_f^T S_{22} \end{bmatrix} \\
B &= \begin{bmatrix} B_{\omega} & B_f \\ B_{\omega} & B_f \end{bmatrix}, B_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{\omega_2} \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{f_2} \end{bmatrix}, B_{\omega} = \begin{bmatrix} B_{\omega_2} \\ 0 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} B_{f_1} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$V = L^T S_{21} = L^T S_{22}$, A_{ε} , \bar{A} , P 的定义如前所述。

那么故障检测滤波器的参数可以设计为 $L = (VS_{21}^{-1})^T = (VS_{22}^{-1})^T = S_{21}^{-T} V^T$

4.4.2 参数分离结论证明

因为

$$\begin{aligned}
B_{\varepsilon q} &= \begin{bmatrix} B_{\varepsilon \omega} & B_{\varepsilon f} \\ B_{\varepsilon \omega} - LD & B_{\varepsilon f} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} B_{\omega} & B_f \\ B_{\omega} - LD & B_f \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} B_{\omega} & B_f \\ B_{\omega} & B_f \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

故可以把含有奇异摄动参数 ε 的项按照如下规则分开：

$$\begin{aligned}
A_{\varepsilon}^T S &= A^T S + \varepsilon A^T S \\
B_{\varepsilon q}^T S &= B^T S + \varepsilon B^T S
\end{aligned} \tag{35}$$

从而通过(25)以及(36)可以得到(35)。利用引理2可知，在 $\varepsilon = 0$ 以及 $\varepsilon = \varepsilon_0$ 时，(25)成立，则 $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ ，系统都可以满足随机稳定以及 H_{∞} 性能指标。证明完毕。

在之前的定理中，进行了基于李雅普诺夫稳定性理论且含有故障的奇异摄动系统稳定性分析，以及关于探求系统满足 H_{∞} 性能指标的充分条件的研究。下面将处理故障检测滤波器的设计问题并通过 LMI 求解得出其具体表达参数。

对于

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & A_\varepsilon^T S & C_2^T & \bar{A}^T S & \sqrt{(1-\bar{\alpha})\bar{\alpha}} C_1^T \\ * & -\gamma^2 I & B_{\varepsilon q}^T S & D^T & 0 & 0 \\ * & * & P - S^T - S & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & P - S^T - S & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0$$

因为

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix},$$

可以得出

$$A_\varepsilon^T S = \begin{bmatrix} A_\varepsilon^T & 0 \\ 0 & A_\varepsilon^T - \bar{\alpha} C^T L^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_\varepsilon^T S_{11} & A_\varepsilon^T S_{12} \\ A_\varepsilon^T S_{21} - \bar{\alpha} C^T L^T S_{21} & A_\varepsilon^T S_{22} - \bar{\alpha} C^T L^T S_{22} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}^T S = \begin{bmatrix} 0 & C^T L^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^T L^T S_{21} & C^T L^T S_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} B_{\varepsilon q}^T S &= \begin{bmatrix} B_{\varepsilon \omega}^T & B_{\varepsilon \omega}^T - D^T L^T \\ B_{\varepsilon f}^T & B_{\varepsilon f}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} B_{\varepsilon \omega}^T S_{11} + B_{\varepsilon \omega}^T S_{21} - D^T L^T S_{21} & B_{\varepsilon \omega}^T S_{12} + B_{\varepsilon \omega}^T S_{22} - D^T L^T S_{22} \\ B_{\varepsilon f}^T S_{11} + B_{\varepsilon f}^T S_{21} & B_{\varepsilon f}^T S_{12} + B_{\varepsilon f}^T S_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

令 $S_{21} = S_{22}$ 且 $L^T S_{21} = L^T S_{22} = V$, 则滤波器参数可以设置为

$$L = S_{21}^{-T} V^T = S_{22}^{-T} V^T \quad (36)$$

通过(36)可知, 故障检测滤波器的待设计参数 L 可以通过如前所述的线性矩阵不等式求解得出。

至此, 全章通过提出系统稳定性以及满足 H_∞ 性能指标的条件两个定理, 分别说明了在外部扰动以及故障为零以及不为零的条件下, 系统应当达到随机稳定以及满足所给定的 H_∞ 性能指标的充分条件, 同时通过引理 1 Schur 补引理指出, 在定理 3 成立的前提下, 同样可以推出定理 1 成立。接下来, 将通过 MATLAB 中的 LMI 工具箱仿真, 给出具体的数值实例, 并求得相关的解。

第五章 分析与仿真

5.1 定理总结与分析

在定理3中, 本文进行了基于随机李雅普诺夫稳定性理论且含有外部扰动以及故障的奇异摄动系统稳定性分析。在下面将处理故障检测滤波器的相关参数设计问题并通过线性矩阵不等式LMI求解得出具体表达参数。参数 L 的设计可以通过使用MATLAB中的LMI工具箱实现。

考虑到测量输出带有的随机数据丢包现象, 本文提出了一种基于观测器的故障检测滤波器, 使得控制系统能够在扰动及故障为零的时候达到鲁棒随机稳定性, 在考虑扰动 ω_k 以及故障 f_k 的时候满足既定的 H_∞ 范数性能指标的约束条件。同时, 可以得出, 如果(25)是有解的, 那么这个故障检测滤波器的参数设计问题就可以得到解决, 也就是说, 可以满足提出的要求:

- (1) 在外部扰动信号以及故障为零的条件下, 闭环系统(11)是随机稳定的。
- (2) 在零初始条件下, 满足如下的 H_∞ 性能指标的约束条件:

$$E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{r}_k^T \tilde{r}_k \right\} \leq \gamma^2 E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} q_k^T q_k \right\}$$

5.2 实例仿真

接下来, 将给出一个实例来证明所得到的结果的有效性。考虑系统(1)以及测量输出(2), 以下给出其中的参数:

取:

$$\varepsilon_0=0.05, \bar{\alpha}=0.95, C=\begin{bmatrix} 0.05 \\ -0.025 \\ 0 \end{bmatrix}, D=0, A_\varepsilon=\begin{bmatrix} 0.8 & 0.07 & 0.015 \\ 0 & -0.08 & -0.15 \\ 0 & -0.16 & -0.05 \end{bmatrix}$$

$$B_{\varepsilon f}=\begin{bmatrix} 0.205 \\ -0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix}, B_{\varepsilon \omega}=\begin{bmatrix} 0.011 \\ -0.32 \\ -0.25 \end{bmatrix}, A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.08 & -0.15 \\ 0.8 & -0.16 & -0.05 \end{bmatrix}$$

利用 LMI 工具箱求解线性矩阵不等式可以得到：

$$L=10^{-12} \times \begin{bmatrix} -0.0021 \\ 0.1894 \\ 0.1809 \end{bmatrix}, N=-7.0061 \times 10^{-14}, \gamma=1.3500$$

也即，故障检测滤波器的参数 L 及 N 得以确定，同时可以求出， H_∞ 性能指标参数为 $\gamma=1.3500$ 。

接下来通过求得的故障检测滤波器的参数对给定的系统进行故障检测。选取初始条件下 $x_k=0$ ， $e_k=0$ ，且故障信号 f_k 以及外部扰动信号 ω_k 假定为以下形式：

$$f_k = \begin{cases} 4 \sin k & k = 30, 31, \dots, 60, \\ 0 & k = \text{其他值} \end{cases}$$

$$\omega_k = \begin{cases} 2 \exp(-0.01)n_k & k = 0, 1, \dots, 200, \\ 0 & k = \text{其他值} \end{cases}$$

其中 n_k 是均匀分布在 $[-0.01, 0.01]$ 上的白噪声。对于带有外部扰动信号以及故障信号的闭环系统(11)，图 1 表示了残差信号 r_k ，图 2 表示了故障检测评估函数的检测效果。

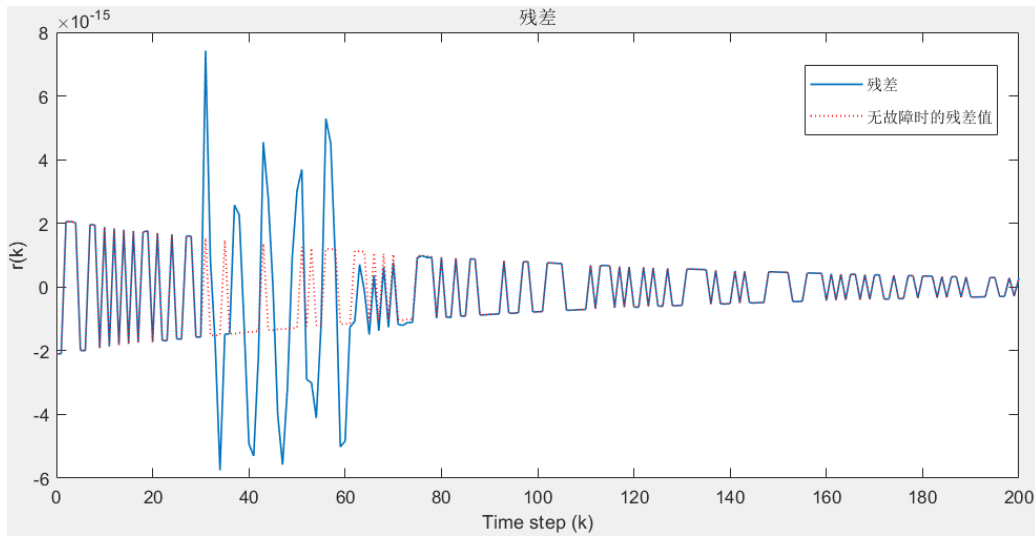


图 1 残差信号

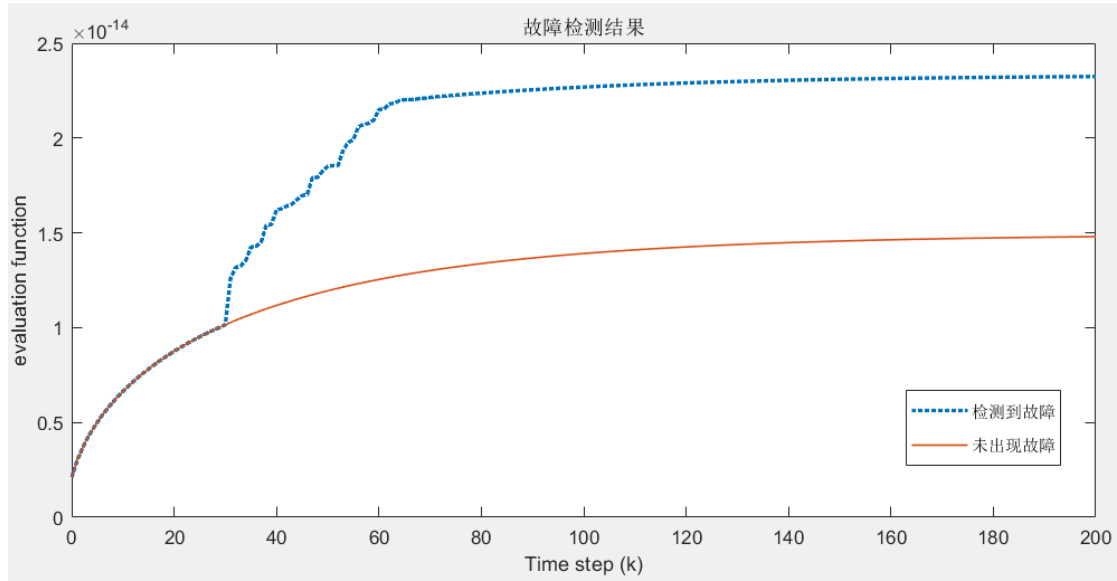


图 2 故障检测评价函数

如结果图所示,当系统发生故障时,评价函数的值迅速上升并超过阈值,从而实现了故障的检测。

5.3 总结和展望

本文通过对带有外部扰动以及故障的奇异摄动系统的建模,通过设计基于状态观测器的故障检测滤波器,利用线性矩阵不等式得出了网络化奇异摄动系统在外扰动及故障为零时满足稳定性定理以及外扰动及故障不为零时满足 H_∞ 性能指标的充分条件。同时给定实例得出在给定奇异摄动参数的上界的情况下能满足的性能指标的范围。

故障检测问题贯穿控制领域的理论研究到应用实践,从人类着手研究开始就是一个非常重要的问题,本文研究了其中的一种较为常见但又被研究的较少的系统,同时在一定的假设条件下,给出了相应的解决办法以及仿真实例。虽然到目前为止本文做出的贡献仅仅在于理论层面,但是希望随着控制领域科学研究的不断发展,以本文为基础的更深层次的研究有机会能应用到生产实践之中,从而实现研究价值。

但是总体来说,还是有很多不足的地方,值得深究以及重新考虑。比如,在考虑系统的稳定性以及 H_∞ 性能指标的同时,还可以通过一维搜索优化算法,利用一个评价函数逐次逼近得出尽可能大的奇异摄动参数的上界 ε_0 同时得出尽可能小的

H_∞ 性能指标 γ ，这样可以优化最后的结果，得到更理想的性能指标和容错最好的条件。同时，还可以根据已知的条件，考虑更多的网络化诱导现象比如由于网络带宽限制导致的量化现象，或者故障参数也要考虑奇异摄动现象等。总的来说，由于刚接触控制理论的研究，还不是特别熟悉，在日后的学习过程中应该阅读更多的最新和最好的研究前沿的文献，同时丰富自己的理论知识和强化自己的数学推导运算能力，这样才能对新的理论和新的数学处理方法更加熟悉，对底层的基础研究有更好的了解，从而研究效率也会得到提高。

致谢

至此，我的本次毕业设计即将完结。在这里，我发自内心向一直以来大力支持和帮助过我的导师和师兄师姐们以及同班同学们表达最真挚的感谢！

首先，我必须要感谢我的导师万雄波老师，万雄波老师对学术研究的要求十分严格，但是同时对学生的生活以及成长也教育得当，通过各种方式对我进行培养和锻炼，在学术上经常为我指导毕业设计研究的方向，同时分享他的研究经历和心路历程，告知我应当怎样阅读科研文献，同时定期和我电话交流或者见面来督促我研究课题的进度，并要求我每周和师兄师姐们共同参与学术研讨会，分享自己的疑难问题，交流学习的心得体会，虽然我仅仅是一位新人，但是经过这样的锻炼使我学到了不少理论知识，更为我指明了道路，从而使本文得以完成。万雄波老师严谨的治学态度以及崇高的道德修养，以及严于律己的态度，是我学习的榜样！

同时，我还要感谢韩体壮师兄和鲁黎师兄在我进行学习、研究以及系统的设计仿真过程中的耐心指导和协助。他们总是尽可能把自己知道的知识技能全都教给我，这展现出了师兄们的严谨学习态度以及乐于助人的优秀品德，让我深受感动。

最后对在百忙之中抽空审阅本文的老们（尤其是以李玉清老师为代表）表示深深的谢意，毕业设计中还有许多不足，有待进一步的思考，希望以后有机会还能进一步研究，争取做出更多的成果与贡献。

参考文献

- [1] Y. Q. Wang, S. X. Ding, H. Ye, et al. Fault detection of networked control systems with packet based periodic communication [J]. *International Journal of Adaptive Control Signal Process*, 2009, 23(8): 682-698.
- [2] 郑英, 方华京, 谢林伯. 具有随机时延的网络化控制系统基于等价空间的故障诊断 [J]. *信息与控制*, 2003, 32(2): 155-159.
- [3] Y. Zhao, J. Lam, H. J. Gao. Fault detection for fuzzy systems with intermittent measurements [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, 17(2): 398-410.
- [4] J. Zarei, E. Shokri. Robust sensor fault detection based on nonlinear unknown input observer [J]. *Measurement*. 2014, 48: 335-367.
- [5] 孙蓉, 刘胜, 张玉芳. 基于参数估计的一类非线性系统故障诊断算法 [J]. *控制与决策*, 2014, 29(3): 506-510.
- [6] LIN C L, CHEN B S. On the design of stabilizing controllers for singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(11): 1828-1834.
- [7] CHIOU J C, KUNG F C, LI T H S. An infinite ε -bound stabilization design for a class of singularly perturbed systems [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 1999, 46(12): 1507-1510.
- [8] C. Peng, Q. L. Han. On designing a novel self-triggered sampling scheme for networked control systems with data losses and communication delays [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(2): 1239-1248.
- [9] X. Wan, H. Fang. Fault detection for networked nonlinear systems with time delays and packet dropouts [J]. *Circuits, System and Signal Processing*, 2012, 31(1): 329-345.
- [10] S. Jiang, X. Zhang, B. J. Gu, et al. Reliable fault detection for nonlinear networked systems with imperfect measurements: a multi-packet transmission mechanism [J]. *Circuits Systems and Signal Processing*, 2014, 33(4): 1153-1172.
- [11] X. He, Z. D. Wang, D. H. Zhou. Robust fault detection for networked systems with communication delay and data missing [J]. *Automatica*, 2009, 45(11): 2634-2639.

- [12] Y. Long, G. H. Yang. Fault detection in finite frequency domain for networked control systems with missing measurements [J]. *Journal of The Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 2013, 350(9): 2605-2626.
- [13] 傅磊, 戴冠中. 一种网络化控制系统的鲁棒 H_∞ 动态输出反馈控制 [J]. *控制与决策*, 2008, 23(9): 969-975.
- [14] H. Gao, T. Chen, J. Lam. A new delay system approach to network-based control [J]. *Automatica*, 2008, 44(1): 39-52.
- [15] F. Yang, Z. Wang, Y. S. Hung, M. N. Ga. H_∞ control for networked systems with random communication delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 511-518.
- [16] D. Yue, Q. L. Han, J. Lam. Network-based robust H_∞ control of systems with uncertainty [J]. *Automatica*, 2005, 41(6): 999-1007.
- [17] D. Ding, Z. Wang, B. Shen, H. Dong. Envelope-constrained H_∞ filtering with fading measurement and randomly occurring nonlinearities: the finite horizon case [J]. *Automatica*, 2015, 55: 33-45.
- [18] D. Ding, Z. Wang, J. Lam, B. Shen. Finite-horizon H_∞ control for discrete time-varying systems with randomly occurring nonlinearities and fading measurements [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(9): 2488-2493.
- [19] H. Dong, Z. Wang, S. X. Ding, H. Gao. Event-based H_∞ filter design for a class of nonlinear time varying systems with fading channels and multiplicative noises [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(13): 3387-3395.
- [20] A. S. Leong, S. Dey, G. N. Nair. Quantized filtering schemes for multi-sensor linear state estimation: stability and performance under high rate quantization [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(15): 3852-3865.
- [21] C. Liu, F. Hao. Dynamic output-feedback control for linear systems by using event-triggered quantisation [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(8): 1254-1263.
- [22] B. Shen, Z. Wang, H. Shu, G. Wei. Robust H_∞ finite-horizon filtering with randomly occurred nonlinearities and quantization effects [J]. *Automatica*, 2010, 46(11): 1743-1751.
- [23] Z.D. Wang, F.W. Yang, D.W.C. Ho, Liu, Robust H_1 control for networked systems with random packet losses, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.-B: Cybern.* 37 (4) (2007) 916-924.

- [24] M. Sahebsara, T.W. Chen, S.L. Shah, Optimal H_1 filtering in networked control systems with multiple packet dropouts, *Syst. Control Lett.* 57 (2008)696–702.
- [25]Xiongbo Wan, Huajing Fang, Sheng Fu, Observer-based fault detection for networked discrete-time infinite-distributed delay systems with packet dropouts, *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 270-278.
- [26] 刘于之, 李木国, 杜海. 具有时延和丢包的NCS鲁棒 H_∞ 控制 [J]. 控制与决策, 2014, 29(3):517-522.
- [27] 王建华. 具有伯努利分布丢包网络控制系统的保性能控制器设计 [J]. 航天控制, 2015, 33(1):10-14.
- [28] 张永, 方华京. 基于随机丢包网络化控制系统的故障检测 [J]. 华中科技大学学报, 2009, 37(1): 86-89.