

## CONTOH MODEL TRANSPORTASI DAN PENYELESAIAN DENGAN NORTH WEST CORNER DAN STEPPING STONE

Sebuah perusahaan saat ini beroperasi dengan 3 buah pabrik serta jumlah permintaan dari 3 Kota dengan kapasitas masing-masing sebagai berikut:

Pabrik	Produksi	Kota	Permintaan
A	90 ton	Solo	50 ton
B	60 ton	Kudus	110 ton
C	50 ton	Tegal	40 ton
<b>Total</b>	<b>200 ton</b>	<b>Total</b>	<b>200 ton</b>

Perkiraan biaya transportasi (dalam ribuan/ton) dari setiap pabrik ke masing-masing Kota adalah:

- Dari pabrik A ke kota Solo = 20
- Dari pabrik B ke kota Solo = 15
- Dari pabrik C ke kota Solo = 25
- Dari pabrik A ke kota Kudus = 5
- Dari pabrik B ke kota Kudus = 20
- Dari pabrik C ke kota Kudus = 10
- Dari pabrik A ke kota Tegal = 8
- Dari pabrik B ke kota Tegal = 10
- Dari pabrik C ke kota Tegal = 19

### Pertanyaan:

1. Bagaimana distribusi barang yang paling optimal guna memenuhi kebutuhan ketiga Kota tersebut?
2. Berapa total biaya optimal untuk distribusi barang dari pabrik ke Kota tujuan?

### Solusi

#### A. Menentukan Solusi Awal dengan NWC

- Prosedur:
  1. Alokasikan dengan kapasitas penuh pada sel kiri atas. Jika masih ada sisa kapasitas, alokasikan pada sel di bawahnya atau di kanannya sedemikian sehingga kapasitas baris atau kolom terpenuhi.
  2. Ulangi langkah 1 hingga seluruh kapasitas pada baris atau kolom terpenuhi.

- Catatan: Solusi awal matriks transportasi disebut **feasible** jika jumlah sel terisi adalah  $m+n-1$  dimana  $m$ =jumlah baris, dan  $n$ =jumlah kolom. Jika sel terisi kurang dari  $m+n-1$  maka perlu ditambahkan sel **dummy** dengan alokasi sebanyak 0 pada sel kosong yang memiliki ongkos terkecil.
- Solusi awal dengan NWC untuk masalah di atas:

TABEL 1

		Tujuan			
		Solo	Kudus	Tegal	Total
Pabrik	A	50	40	8	90
	B	15	60	10	60
	C	25	10	19	50
Total		50	110	40	200

- Cek kelayakan
  - Jumlah sel terisi = 5 (sel basis)
  - Jumlah Baris  $m=3$ ; Jumlah Kolom  $n=3$ ;
  - $m+n-1 = 3+3-1=5$ ;
  - Solusi awal tersebut feasible (layak) karena jumlah sel terisi =  $m+n-1$
- Total cost (Tabel 1)
  - Total Cost =  $(50 \times 20) + (40 \times 5) + (60 \times 20) + (10 \times 10) + (40 \times 19) = 3260$

#### B. Menentukan Solusi Optimal dengan Stepping Stone

Optimalisasi dilakukan melalui evaluasi nilai **opportunity cost** atau perubahan ongkos dari sel kosong (non basis). Matriks transportasi disebut optimal jika **opportunity cost** dari sel sel kosong tidak ada yang negatif.

- Menentukan opportunity cost dari sel kosong pada tabel 1 melalui siklus/loop yang melibatkan sel basis (sel terisi) pada sudut-sudut siklus/loop:

Sel Kosong	Loop	Opportunity Cost
A3	A3-C3-C2-A2	$+8-19+10-5 = -6$
B1	B1-A1-A2-B2	$+15-20+5-20 = -20$
B3	B3-C3-C2-B2	$+10-19+10-20 = -19$
C1	C1-A1-A2-C2	$+25-20+5-10 = 0$

- Karena masih ada nilai opportunity cost yang negatif, maka Tabel 1 belum optimal dan dilakukan perubahan distribusi.

- o Sel kosong B1 (negatif terbesar) dipilih sebagai entering variable (untuk diisi) sebesar **minimum dari sel terisi yang bertanda negatif**, yaitu sebesar 50. Sedangkan sel A1-A2-B2 sebagai leaving variable (untuk ditambah/dikurangi) dengan nilai 50 tersebut (lihat loop).

	Tujuan			Total
	Solo	Kudus	Tegal	
A	20	5	8	90
B	15	20	10	60
C	25	10	19	50
Total	50	110	40	200

- o Hasil dari perubahan alokasi dinyatakan pada Tabel 2 berikut:

TABEL 2

	Tujuan			Total
	Solo	Kudus	Tegal	
A	20	5	8	90
B	15	20	10	60
C	25	10	19	50
Total	50	110	40	200

- Cek kelayakan Tabel 2
  - Jumlah sel terisi = 5 (sel basis)
  - Jumlah Baris m=3; Jumlah Kolom n=3;
  - $m+n-1 = 3+3-1=5$ ;
  - Tabel 2 feasible (layak) karena jumlah sel terisi =  $m+n-1$
- Total cost (Tabel 2)
  - o Total Cost =  $(90 \times 5) + (50 \times 15) + (10 \times 20) + (10 \times 10) + (40 \times 19) = 2260$
- Cek optimalisasi Tabel 2

Sel Kosong	Loop	Opportunity Cost
A1	A1-A2-B2-B1	$+20-5+20-15 = +20$
A3	A3-C3-C2-A2	$+8-19+10-5 = -6$
B3	B3-C3-C2-B2	$+10-19+10-20 = -19$
C1	C1-B1-B2-C2	$+25-15+20-10 = +20$

- o Karena masih ada nilai opportunity cost yang negatif, maka Tabel 2 belum

optimal dan dilakukan perubahan distribusi.

- o Sel kosong B3 (negatif terbesar) dipilih sebagai entering variable (untuk diisi) sebesar **minimum dari sel terisi yang bertanda negatif**, yaitu sebesar 10. Sedangkan sel C3-C2-B2 sebagai leaving variable (untuk ditambah/dikurangi) dengan nilai 10 tersebut (lihat loop).

	Tujuan			Total
	Solo	Kudus	Tegal	
A	20	5	8	90
B	15	20	10	60
C	25	10	19	50
Total	50	110	40	200

- o Hasil dari perubahan alokasi dinyatakan pada Tabel 3 berikut:

TABEL 3

	Tujuan			Total
	Solo	Kudus	Tegal	
A	20	5	8	90
B	15	20	10	60
C	25	10	19	50
Total	50	110	40	200

- Cek kelayakan Tabel 3
  - Jumlah sel terisi = 5 (sel basis)
  - Jumlah Baris m=3; Jumlah Kolom n=3;
  - $m+n-1 = 3+3-1=5$ ;
  - Tabel 3 feasible (layak) karena jumlah sel terisi =  $m+n-1$
- Total cost (Tabel 3)
  - o Total Cost =  $(90 \times 5) + (50 \times 15) + (10 \times 10) + (20 \times 10) + (30 \times 19) = 2070$
- Cek optimalisasi Tabel 3

Sel Kosong	Loop	Opportunity Cost
A1	A1-A2-C2-C3-C2-B1	$+20-5+10-19+10-15 = +1$
A3	A3-C3-C2-A2	$+8-19+10-5 = -6$
B2	B2-B3-C3-C2	$+20-10+19-10 = +9$
C1	C1-B1-B3-C3	$+25-15+10-19 = +1$

- o Karena masih ada nilai opportunity cost yang negatif, maka Tabel 3 belum optimal.
- o Sel kosong A3 (negatif terbesar) dipilih sebagai entering variable (untuk diisi) sebesar **minimum dari sel terisi yang bertanda negatif**, yaitu sebesar 30. Sedangkan sel C3-C2-A2 sebagai leaving variable (untuk ditambah/dikurangi) dengan nilai 30 tersebut (lihat loop).

	Tujuan			Total
	Solo	Kudus	Tegal	
A	20	5	8	90
B	15	20	10	60
C	25	10	19	50
Total	50	110	40	200

- o Hasil dari perubahan alokasi dinyatakan pada Tabel 4 berikut:

TABEL 4

	Tujuan			Total
	Solo	Kudus	Tegal	
A	20	5	8	90
B	15	20	10	60
C	25	10	19	50
Total	50	110	40	200

- Cek kelayakan Tabel 4
  - Jumlah sel terisi = 5 (sel basis)
  - Jumlah Baris  $m=3$ ; Jumlah Kolom  $n=3$ ;
  - $m+n-1 = 3+3-1=5$ ;
  - Tabel 4 feasible (layak) karena jumlah sel terisi =  $m+n-1$
- Total cost (Tabel 4)
  - o Total cost =  $(60 \times 5) + (30 \times 8) + (50 \times 15) + (10 \times 10) + (50 \times 10) = 1890$
- Cek optimalisasi Tabel 4

Sel Kosong	Loop	Opportunity Cost
A1	A1-A3-B3-B1	$+20-8+10-15 = +7$
B2	B2-A2-A3-B3	$+20-5+8-10 = +3$
C1	C1-B1-B3-A3-A2-C2	$+25-15+10-8+5-10 = +7$
C3	C3-C2-B2-B3	$+19-10+5-8 = +6$

- o Karena tidak ada nilai opportunity cost yang negatif, maka Tabel 4 sudah optimal dengan total cost 1890

## CONTOH MODEL TRANSPORTASI DAN PENYELESAIAN DENGAN INSPEKSI (ONGKOS TERKECIL/LEAST COST) DAN STEPPING STONE

### Contoh:

Lihat kembali persoalan di atas. Jika matriks solusi awal menggunakan metode inspeksi (ongkos terkecil) dan penyelesaian optimalnya menggunakan stepping stone, dapat dilakukan sebagai berikut:

### A. Menentukan Solusi Awal dengan Inspeksi

- Prosedur:
  1. Alokasikan dengan kapasitas penuh pada sel yang memiliki ongkos terkecil. Jika terdapat lebih dari 1 sel dengan ongkos terkecil, pilih salah satu.
  2. Ulangi langkah 1 hingga seluruh kapasitas pada baris atau kolom terpenuhi.
- Catatan: Solusi awal matriks transportasi disebut **feasible** jika jumlah sel terisi adalah  $m+n-1$  dimana  $m$ =jumlah baris, dan  $n$ =jumlah kolom. Jika sel terisi kurang dari  $m+n-1$  maka perlu ditambahkan sel **dummy** dengan alokasi sebanyak 0 pada sel yang kosong.
- Solusi awal dengan metode inspeksi untuk masalah di atas:
  1. Ongkos terkecil terdapat pada sel B2, isikan dengan kapasitas penuh sebesar 90. Akibatnya, kapasitas baris A sudah terpenuhi.
  2. Ongkos terkecil berikutnya yang layak terdapat pada sel B3, isikan dengan kapasitas penuh sebesar 40. Akibatnya kapasitas kolom Tegal sudah terpenuhi.
  3. Ongkos terkecil berikutnya yang layak terdapat pada sel C2, isikan dengan kapasitas penuh sebesar 20 (karena hanya tersisa 20 untuk kolom C. Akibatnya kapasitas kolom C sudah terpenuhi.

4. Ongkos terkecil berikutnya yang layak terdapat pada sel B1, isikan dengan kapasitas penuh sebesar 20 (karena hanya tersisa 20 untuk baris B). Akibatnya kapasitas baris B sudah terpenuhi.
5. Ongkos terkecil berikutnya yang layak terdapat pada sel C1, isikan sisa kapasitas yang masih mungkin (sebesar 30).
6. Hasil alokasi dinyatakan pada Tabel 1:

TABEL 1

		Tujuan			
		Solo	Kudus	Tegal	Total
Pabrik	A	20	5	8	90
	B	15	20	10	60
	C	25	10	19	50
	Total	50	110	40	200

- Cek kelayakan
  - Jumlah sel terisi = 5 (sel basis)
  - Jumlah Baris  $m=3$ ; Jumlah Kolom  $n=3$ ;
  - $m+n-1 = 3+3-1=5$ ;
  - Solusi awal tersebut feasible (layak) karena jumlah sel terisi =  $m+n-1$
- Total cost (Tabel 1)
  - Total Cost =  $(90 \times 5) + (20 \times 15) + (40 \times 10) + (30 \times 25) + (20 \times 10) = 2100$

## B. Menentukan Solusi Optimal dengan Stepping Stone

Lihat prosedur menggunakan metode Stepping Stone pada contoh sebelumnya.

- Menentukan opportunity cost dari sel kosong pada tabel 1 melalui siklus/loop yang melibatkan sel basis (sel terisi) pada sudut-sudut siklus/loop:

Sel Kosong	Loop	Opportunity Cost
A1	A1-C1-C2-A2	$+20-25+10-5 = 0$
A3	A3-B3-B1-C1-C2-A2	$+8-10+15-25+10-5 = -7$
B2	B2-C2-C1-B1	$+20-10+25-15 = +20$
C3	C3-C1-B1-B3	$+19-25+15-10 = -1$

- Karena masih ada nilai opportunity cost yang negatif, maka Tabel 1 belum optimal dan dilakukan perubahan distribusi.

- Sel kosong A3 (negatif terbesar) dipilih sebagai entering variable (untuk diisi) sebesar **minimum dari sel terisi yang bertanda negatif**, yaitu sebesar 30. Sedangkan sel B3-B1-C1-C2-A2 sebagai leaving variable (untuk ditambah/dikurangi) dengan nilai 30 tersebut (lihat loop).

		Tujuan			Total
		Solo	Kudus	Tegal	
A		20	5	8	90
B		15	20	10	60
C		25	10	19	50
Total		50	110	40	200

- Hasil dari perubahan alokasi dinyatakan pada Tabel 2 berikut:

TABEL 2

		Tujuan			Total
		Solo	Kudus	Tegal	
A		20	5	8	90
B		15	20	10	60
C		25	10	19	50
Total		50	110	40	200

- Cek kelayakan Tabel 2
  - Jumlah sel terisi = 5 (sel basis)
  - Jumlah Baris  $m=3$ ; Jumlah Kolom  $n=3$ ;
  - $m+n-1 = 3+3-1=5$ ;
  - Tabel 2 feasible (layak) karena jumlah sel terisi =  $m+n-1$
- Total cost (Tabel 2)
  - Total Cost =  $(60 \times 5) + (30 \times 8) + (50 \times 15) + (10 \times 10) + (50 \times 10) = 1890$
- Cek optimalisasi Tabel 2

Sel Kosong	Loop	Opportunity Cost
A1	A1-A3-B3-B1	$+20-8+10-15 = +7$
B2	B2-A2-A3-B3	$+20-5+8-10 = +13$
C1	C1-B1-B3-A3-A2-C2	$+25-15+10-8+5-10 = +7$
C3	C3-C2-A2-A3	$+19-10+5-8 = +6$

- Karena tidak ada nilai opportunity cost yang negatif, maka Tabel 2 sudah optimal dengan total cost 1890

## CONTOH MODEL TRANSPORTASI DAN PENYELESAIAN DENGAN VAM (VOGEL APPROXIMATION METHOD) DAN STEPPING STONE

### Contoh:

Lihat kembali persoalan di atas. Jika matriks solusi awal menggunakan metode VAM dan penyelesaian optimalnya menggunakan stepping stone, dapat dilakukan sebagai berikut:

#### A. Menentukan Solusi Awal dengan VAM

- Prosedur:
  1. Hitung nilai pinalti (selisih 2 ongkos terkecil) pada semua baris dan kolom.
  2. Pilih nilai pinalti kolom/baris terbesar.
  3. Alokasikan dengan kapasitas penuh pada sel dengan ongkos terkecil dari kolom/baris pinalti terbesar/terpilih.
  4. Ulangi langkah 1 s.d. 3 hingga semua kapasitas baris/kolom terpenuhi.
- Catatan: Solusi awal matriks transportasi disebut **feasible** jika jumlah sel terisi adalah  $m+n-1$  dimana  $m$ =jumlah baris, dan  $n$ =jumlah kolom. Jika sel terisi kurang dari  $m+n-1$  maka perlu ditambahkan sel **dummy** dengan alokasi sebanyak 0 pada sel yang kosong.
- Solusi awal dengan metode VAM untuk masalah di atas:

TABEL 1

	Tujuan			Kap	Pinalti				
	Solo	Kudus	Tegal		1	2	3	4	5
A	20	5	8	90	3	3	12	-	-
B	15	20	10	60	5	5	5	5	10
C	25	10	19	50	9	-	-	-	-
Kap	50	110	40						
Pinalti									
1	5	5	2						
2	5	15	2						
3	5	-	2						
4	15	-	10						
5	-	-	10						

- Cek kelayakan
  - Jumlah sel terisi = 5 (sel basis)
  - Jumlah Baris  $m=3$ ; Jumlah Kolom  $n=3$ ;
  - $m+n-1 = 3+3-1=5$ ;
  - Solusi awal tersebut feasible (layak) karena jumlah sel terisi =  $m+n-1$
- Total cost (Tabel 1)
  - Total Cost =  $(60 \times 5) + (30 \times 8) + (50 \times 15) + (10 \times 10) + (50 \times 10) = 1890$

- Cek optimalisasi Tabel 1

Sel Kosong	Loop	Opportunity Cost
A1	A1-A3-B3-B1	$+20-8+10-15 = +7$
B2	B2-A2-A3-B3	$+20-5+8-10 = +13$
C1	C1-B1-B3-A3-A2-C2	$+25-15+10-8+5-10 = +7$
C3	C3-C2-A2-A3	$+19-10+5-8 = +6$

- Karena tidak ada nilai opportunity cost yang negatif, maka Tabel 1 sudah optimal dengan total cost 1890

**Catatan:**

Dari contoh tersebut di atas, tampak bahwa penggunaan metode VAM merupakan pendekatan terbaik dalam menentukan solusi awal permasalahan transportasi karena lebih cepat dalam mencapai solusi optimal.