

## 一. 单项选择题:

(1) 下列哪一个函数在  $x=0$  处可导?

(A)  $|x|\sqrt{\sin x} + 2$

(B)  $|x| + \sqrt{\sin x} + 2$

(C)  $|x| \sin x$

(D)  $|x| + \sin x$

(2) 下列哪一个函数存在斜渐近线?

(A)  $\frac{\sqrt{2x^3+x+1}}{x+1}$

(B)  $\frac{x^4+1}{x^3+\sin x}$

(C)  $x + \sin x$

(D)  $x + \frac{1}{2+\sin x}$

(3)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \cos x \right) dx =$

(A)  $\frac{3}{2}$

(B)  $\frac{2}{3}$

(C)  $-\frac{3}{2}$

(D)  $-\frac{2}{3}$

(4) 设:  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x}, & x > 0 \\ x \sin \frac{1}{x-1}, & x \leq 0 \end{cases}$ , 下面哪个说法正确?(A)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  不存在.(B)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在但  $f$  在  $x=0$  处不连续.(C)  $f$  在  $x=0$  处连续但不可导.(D)  $f$  在  $x=0$  处可导.(5) 若  $y = f(x)$  在  $x=0$  处有一个跳跃间断点, 下面哪个极限存在:

(A)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2)$

(B)  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x))^2$

(C)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x^3)$

(D)  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - f(-x))$

## 二. 填空题

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{n\pi}{n}) =$

(2) 若直线  $y = 9x + b$  是曲线  $y = x^3 - 3x$  的一条切线, 则  $b =$

(3) 已知  $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{x+1}$ , 则  $f'(1) =$

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{1 - \cos x} =$

(5) 若  $f(x) = \tan x$ , 则  $f^{(14)}(0) =$

三 证明: 方程  $x^5 + 2x - 100 = 0$  有且仅有一个实根.

四 计算:  $\int_0^1 (1+x)^2 (1-x)^5 dx$

五 求函数  $f(x) = \frac{2}{1-x} + \sqrt{1+x}$  在  $x=0$  处的线性近似

六. 若函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x + b}{x - 1}, & x > 1 \\ a, & x \leq 1 \end{cases}$  在  $x=1$  处连续, 求常数  $a, b$ .

七 考虑函数  $f(x) = \frac{x^3}{2(x-1)^2}$

(a) 求所有局部极值点与拐点

(b) 求所有水平渐近线、垂直渐近线和斜渐近线。

(c) 做出  $f(x)$  的简略图。

八 设函数  $y = f(x)$  在  $x=1$  内邻域内满足方程

$$2y^3 - y^2 + 3xy - 2x^2 - 2 = 0$$

求函数  $y = f(x)$  在  $x=1$  处的切线方程。

九. 设函数  $f(x)$  在  $(-a, a)$  上连续, 且定义函数

$$F(x) = \int_0^x tf(x-t^2) dt, \text{ 求 } F'(x)$$