

一. 单项选择题:

- (1) 方程 $x^2 - 12x + 9 = 0$ 的实根个数为
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- (2) 函数 $f(x), g(x)$ 为恒正可微函数, 且满足 $f'(x)g(x) - f(x)g'(x) < 0$
 $\forall x \in [a, b]$. 则当 $a < x < b$ 时, 必有:
 (A) $f(x)g(b) > f(b)g(x)$ (B) $f(x)g(a) > f(a)g(x)$
 (C) $f(x)g(x) > f(b)g(b)$ (D) $f(x)g(x) > f(a)g(a)$
- (3) 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 且满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$, 则
 (A) $f(0) = 1$, 且 $f'(0) = 2$ (B) $f(0) = 0$, 且 $f'(0) = 0$
 (C) $f(0) = 0$, 且 $f'(0) = 2$ (D) 前三项均不对.
- (4) 设函数 $f(x)$ 可导, $\alpha = f(x+\Delta x) - f(x) - f'(x)\Delta x$ 则
 (A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\alpha}{\Delta x} = 0$ (B) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\alpha}{\Delta x} = 1$
 (C) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\alpha}{(\Delta x)^2} = 1$ (D) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\alpha} = 0$
- (5) 若函数 $f(x) = |x|g(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 则必有
 (A) $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$ (B) $\lim_{x \rightarrow 0} g'(x) = g'(0)$
 (C) $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$ (D) $\lim_{x \rightarrow 0} g'(x) = g'(0)$

二. 填空题

- (1) 若曲线 $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 有拐点 $(-1, 0)$, 则 $b =$
- (2) 设 $f(x) = x(x+1)(x+2) \cdots (x+n)$, 则 $f'(0) =$
- (3) 若 $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{\sin x}$, 则 $f'(x) =$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^5}{n^6} + \frac{2^5}{n^6} + \cdots + \frac{(n-1)^5}{n^6} \right) =$$

(5) 曲线 $f(x) = x + x \sin \frac{1}{x}$ 的所有渐近线为

三 两个点 $P(a, 0)$ $Q(0, b)$ 与原点 $O(0, 0)$ 组成一个三角形. 若线段 PQ 的长度为 20, 则 $\triangle OPQ$ 的最大面积为多少? 此时 a 和 b 的值分别是多少?

四. 已知曲线方程为 $y^3 + y = 2 \cos x$. 求 $\frac{dy}{dx} \big|_{x=0}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2} \big|_{x=0}$.

五, 已知区域 R 由 x 轴, 直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 和曲线 $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan^2 x}{x}, & 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 把区域 R 绕 y 轴旋转, 求此旋转体的体积.

六, 计算积分

$$(1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx$$

$$(2) \int_{\frac{\pi}{2}}^4 \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}} dx$$

七. 求极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x})}{(1-x^2)^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin(x^3)}$$

八 求曲线 $y = 1 + x + \int_0^x \cos((x-t)^2) dt$

在点 $(0, 1)$ 处的切线方程.