МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №2

З курсу “Дискретна математика ”

Виконав:
ст.гр. КН-110
Крушельницький Юрій
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

Тема: Моделювання основних операцій для числових множин.

Мета: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості:

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Кажуть, що множина A є підмножиною множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де $\subseteq$ – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S. Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S. Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають *власною (строгою, істинною) підмножиною* S (позначають $A \subset S$, де $\subset$ – знак строгого включення). Дві множини A та S називаються рівними, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$. Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають універсумом або універсальною множиною і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають сімейством. Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають булеаном або множиною-степенем множини A і позначають $P(A)$. Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$. Множина, яка не має жодного елемента, називається порожньою і позначається $\emptyset$.

Завдання(частина1):

1. Для даних скінчених множин A = {1,2,3,4,5,6,7},B={5,6,7,8,9,10}, C = {1,2,3,8,9,10} та універсума U ={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а)$\overline{(A \cap B)}\setminus C$; б) (A\B)ΔC.
   Розв’язати, використовуючи комп’ютерне подання множин.

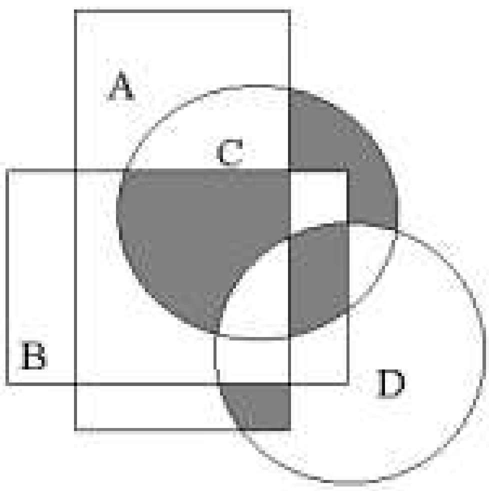
2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини: $((\overline{B}\setminus C) \cup B) \cap C$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):
   а) $\{4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$; б) $Z \cap R = R$;
   в) $N \cup Q \subset R \cap Z$; г) $N \cap Q \subset Q \setminus Z$;
   д) якщо $A \subset B \cup C$, то $A \cap \overline{B} \subset C$.

4. Логічним методом довести тотожність: $\overline{A\setminus B} \cup \overline{C\setminus B} = U$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: (((A∪C)ΔB)\A)ΔB.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(C\setminus(A\cap B))\cup B$.
8. У групі 15 студентів добре знають математику, 11 – програмування і 8 – і математику, і програмування. Скільки студентів на курсі добре знають лише один предмет?

Розв'язання:

1. $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$,$B=\{5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{1,2,3,8,9,10\}$,
   $U =\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
   A=1111111000, B=0000111111, C=1110000111
   a) $\overline{(A\cap B)}\setminus C$.

$A\cap B$=0000111000

$\overline{A\cap B}$=1111000111

$\overline{A\cap B}\setminus C$=0001000000={4}

b)$(A\setminus B)\Delta C$.

$(A\setminus B)$=1111000000

$(A\setminus B)\Delta C$=0001000111={8,9,10}

2. $((\overline{B}\setminus C)\cup B)\cap C$

$(\overline{B}\setminus C)=\{4,8,9,10\}$

$(\overline{B}\setminus C)\cup B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$

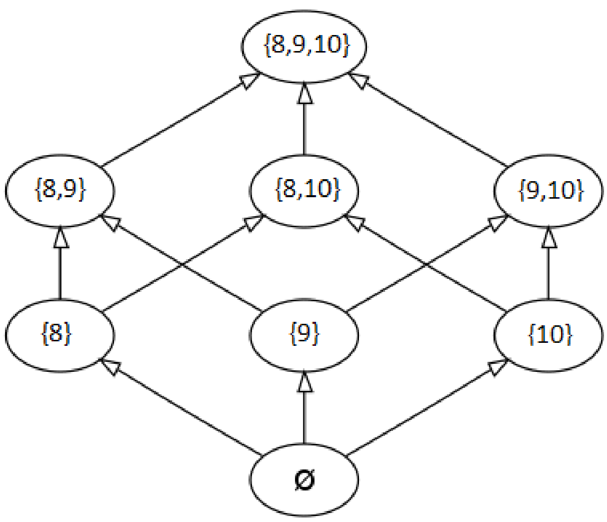
$((\overline{B}\setminus C)\cup B)\cap C=D^*=\{8,9,10\}$

*(*D – утворена множина, записана для зручності*)

$D=\{8,9,10\}$

$|D|=3$, $|P(D)|=2^3=8$

$|P(D)|=\{\emptyset\},\{8\},\{9\},\{10\},\{8,9\},\{8,10\},\{9,10\},\{8,9,10\}$



3. а) $\{4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$ – вірно

б) $Z \cap R = R$; – невірно

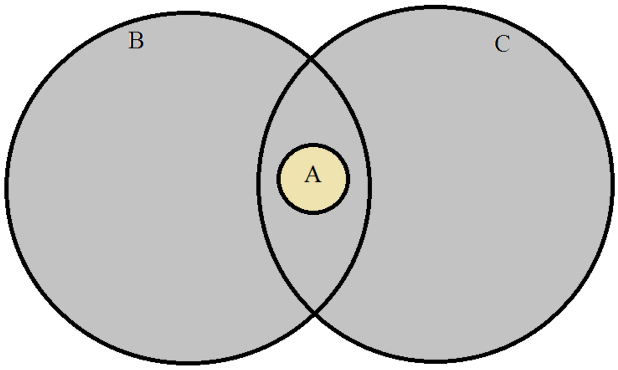
в) $N \cup Q \subset R \cap Z$; – невірно

г) $N \cap Q \subset Q \setminus Z$; – невірно

д) якщо $A \subset B \cup C$, то $A \cap \overline{B} \subset C$:

Пояснення: **(використаємо кола Ейлера)* виходячи з умови дізнаємося, що є шість можливих варіанти розміщення площини А, розглянемо кожен з них:

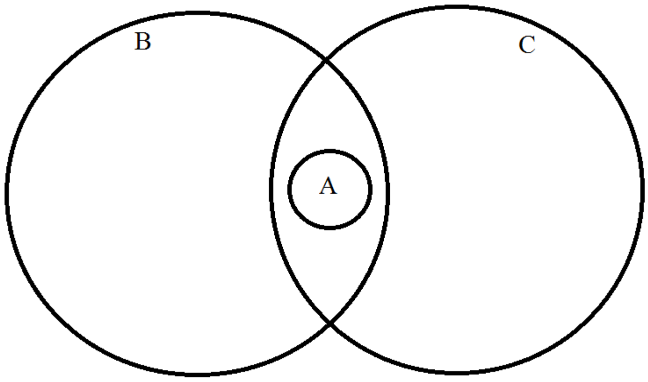
a.



$B \cup C$

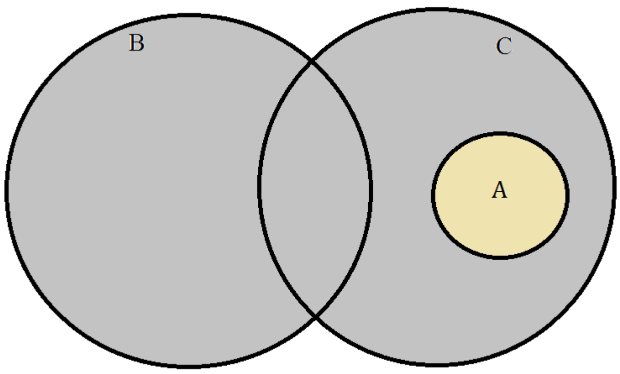
A

$A \subset B \cup C$



А і $\overline{B}$ не перетинаються, тому не може належати С. Отже твердження не вірне

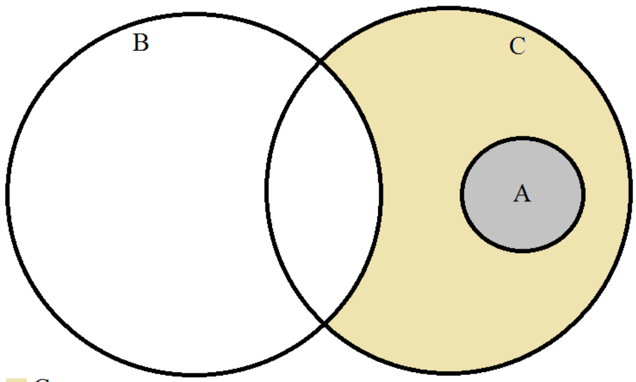
b.



$B \cup C$

A

$A \subset B \cup C$



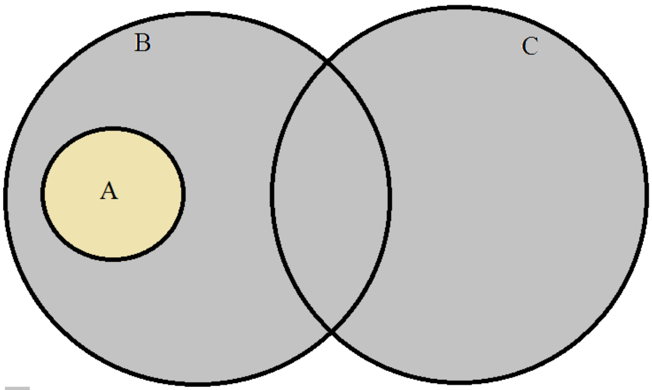
C

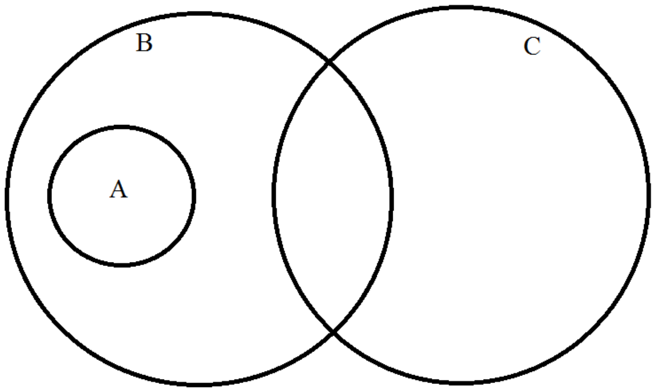
$A \cap \overline{B}$

$A \cap \overline{B} \subset C$

Отже твердження вірне

c.





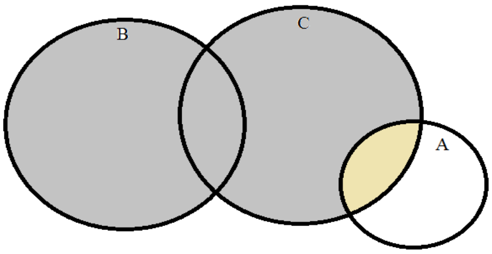
$B \cup C$

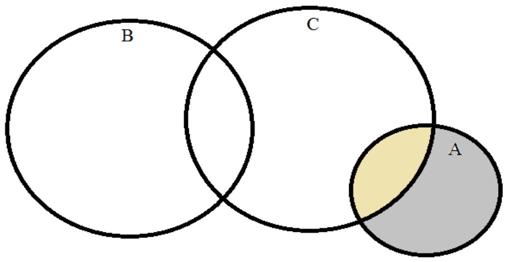
A

$A \subset B \cup C$

A і $\overline{B}$ не перетинаються, тому не може належать C. Отже твердження не вірне

d.





$B \cup C$

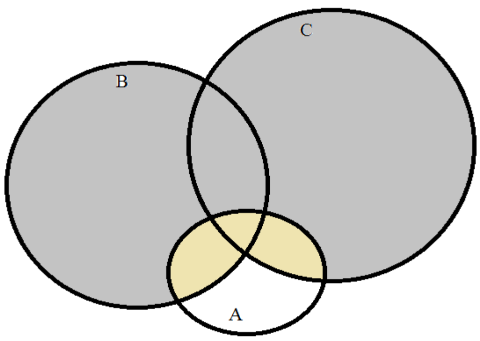
$A \subset B \cup C$

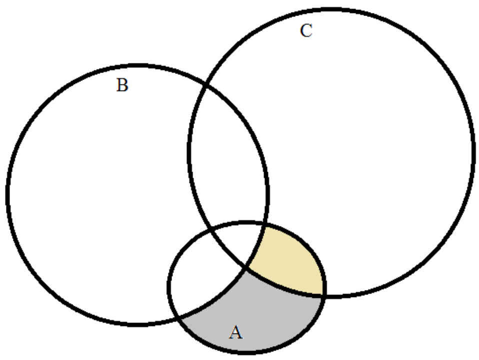
$A \cap \overline{B}$

$A \cap \overline{B} \subset C$

Отже твердження вірне

e.





$B \cup C$

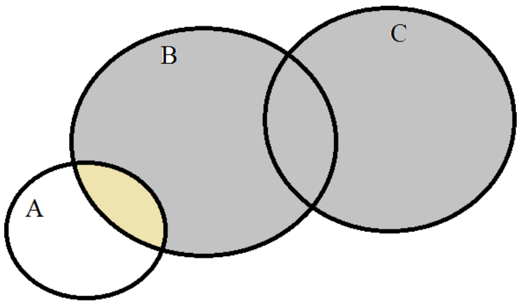
$A \subset B \cup C$

$A \cap \overline{B}$

$A \cap \overline{B} \subset C$

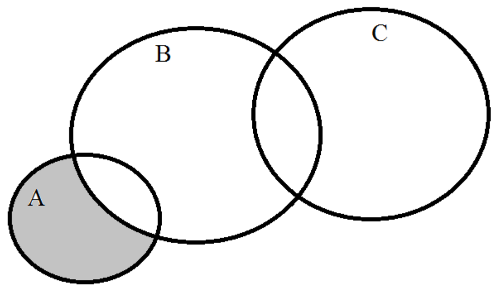
Отже твердження вірне

f.



$B \cup C$

$A \subset B \cup C$



$A \cap \overline{B}$

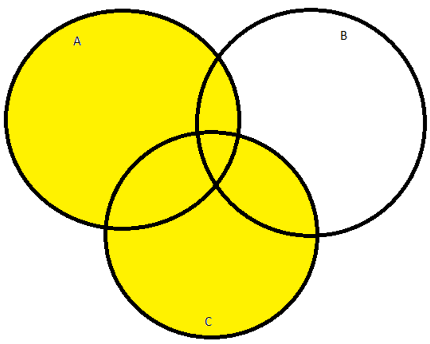
$A \cap \overline{B}$ і C не перетинаються, отже твердження не вірне

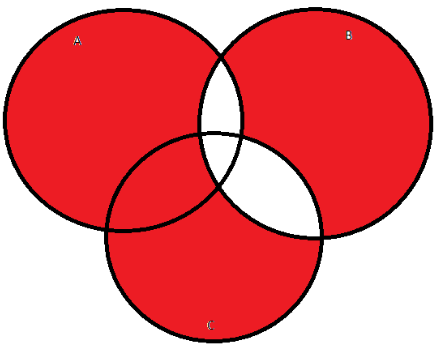
Якщо за визначенням $\exists a \in B, \exists a \in C$, отже $A \cap \overline{B}$,
$\exists a \in A \& \exists a \notin B$, оскільки за визначенням строгого включення $\exists a \in C$.

4. $\overline{A\setminus B} \cup \overline{C\setminus B} = U$

$\overline{A\setminus B} \cup \overline{C\setminus B}=\overline{(A\setminus C \cap C\setminus B)}=\overline{(A \cap \overline{C})} \cup \overline{(C \cap \overline{B})}=(\overline{A} \cup C) \cup (\overline{C} \cup B)=$
$= (\overline{A} \cup B) \cup (C \cup \overline{C})=\overline{A} \cup B \cup U=\overline{A} \cup U \cup B=U \cup B=U$
$U=U$

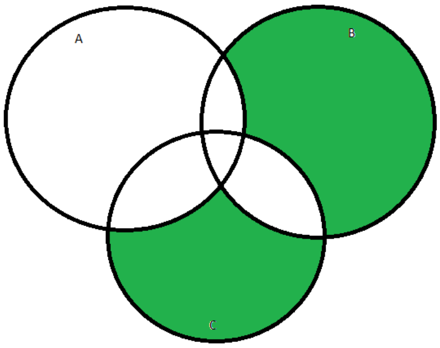
5. $(((A \cup C)\Delta B)\setminus A)\Delta B$



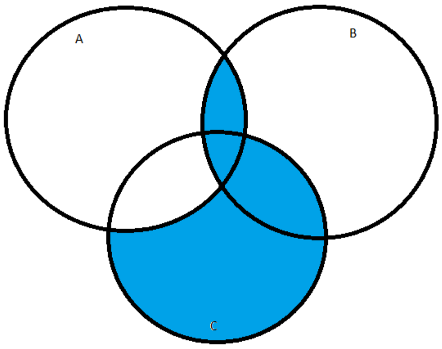


$A \cup C$ –

$(A \cup C)\Delta B$ –

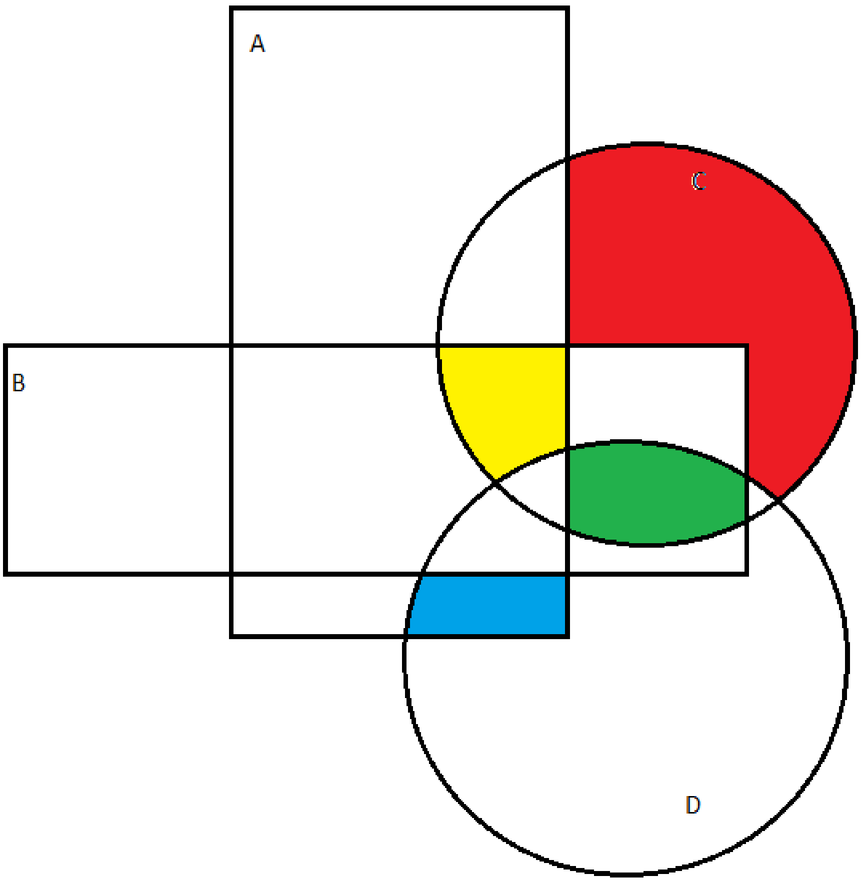


((A∪C)ΔB)\A –



(((A∪C)ΔB)\A)ΔB –

6.



$((C \backslash D) \backslash B) \backslash A$

$((A \cap B) \cap C) \backslash D$

$((C \cap D) \cap B \backslash A$

$(A \cap D) \backslash B$

7. $(C \backslash (A \cap B)) \cup B = (C \cap (\overline{A \cap B})) \cup B = \big(C \cap (\bar{A} \cup \bar{B})\big) \cup B =$

$$= ((C \cap \overline{A}) \cup (C \cap \overline{B})) \cup B =(B \cup (C \cap \overline{B})) \cup (C \cap \overline{A})=$$
$$= ((B \cup C) \cap (B \cup \overline{B})) \cup (C \cap \overline{A})=((B \cup C) \cap U) \cup (C \cap \overline{A})=$$
$$=(B \cup C) \cup (C \cap \overline{A})=(C \cup (C \cap \overline{A})) \cup B=(C \cup (\overline{A} \cap C)) \cup B=$$
$$=C\cup B$$

8. A=15
   B=11
   A∩C=8
   Скільки студентів знають добре лише один предмет?

A∪B=26

$$A\Delta B=(A\backslash B)\cup(B\backslash A)=(A\cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})=\overbrace{(A \cup B)}^{26} \backslash \overbrace{(A \cap B)}^{8} =18$$

18-8=10 **(бо 8 учнів знають і математику, і програмування)*

10 студентів знають добре лише один предмет.

Завдання(Частина2):

Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операцію об’єднання над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Програмно реалізувати побудову булеану цієї множини.

Розв’язання:

```
#include<stdio.h>
#include<cs50.h>
#include<stdlib.h>
#include<math.h>

int main()
{
char U[10]="abcdefghij";
int n;
do
{
printf("size A = ");
scanf("%d",&n);
if ((n<0)||(n>10)) printf("try again\n");
}
while((n<0)||(n>10));
int A[n];
for(int k=0; k<n; k++)
{
do
{
printf("write element - ");
A[k]=GetChar();
if ((A[k]<='`')||(A[k]>='k')) printf("try again\n");
```

```
}
while ((A[k]<='`')||(A[k]>='k'));
}
printf("A = ");
for(int k=0; k<n; k++)
{
printf("%c ", A[k]);
}
int n1;
do
{
printf("\nsize B = ");
scanf("%d",&n1);
if ((n1<0)||(n1>10)) printf("try again\n");
}
while ((n1<0)||(n1>10));
int B[n1];
for(int k=0; k<n1; k++)
{
do
{
printf("write element - ");
B[k]=GetChar();
if ((B[k]<='`')||(B[k]>='k')) printf("try again\n");
}
while ((B[k]<='`')||(B[k]>='k'));
}
printf("B = ");
for(int k=0; k<n1; k++)
{
printf("%c ", B[k]);
}
int a=0;
int C[10];
printf("\nBinary form A = ");
for( int k=0;k<10;k++)
{
if(A[a]==U[k])
{
C[k]=1;
a++;
}
else if (A[a]!=U[k])
{
C[k]=0;
}
printf("%d ", C[k]);
}
int b=0;
int D[10];
printf("\nBinary form B = ");
for( int k=0;k<10;k++)
{
if(B[b]==U[k])
{
D[k]=1;
b++;
}
else if (B[b]!=U[k])
{
```

```
D[k]=0;
}
printf("%d ", D[k]);
}
int F[10];
printf("\nCombination A and B = ");
for(int k=0;k<10;k++)
{
if (C[k]==0&&D[k]==0)
{
F[k]=0;
}
else if (C[k]==1&&D[k]==0)
{
F[k]=1;
}
else if (C[k]==0&&D[k]==1)
{
F[k]=1;
}
else if (C[k]==1&&D[k]==1)
{
F[k]=1;
}
printf("%d ", F[k]);
}
int p=0;
int t[p];
for (int k=0;k<10; k++)
{
if (F[k]==1)
{
t[p]=U[k];
p++;
}
}
printf("\n");
printf("Normal form = ");
for ( int k=0;k<p; k++)
{
printf ("%c ",t[k]);
}
int m,i,j;
m=pow(2,p);
printf("\nBolean = ");
for (i=0; i<m; i++)
{
printf(" {");
for (j=0; j<p; j++)
{
if (i&(1<<j))
{
printf("%c",t[j]);
}
}
printf("} ");
}
printf("\n");
return 0;
}
```

Результат:

```
jharvard@appliance (~/DescretMath/Lab2): ./lab
size A = 1
write element - Retry: h
A = h
size B = 1
write element - Retry: a
B = a
Binary form A = 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
Binary form B = 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Combination A and B = 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
Normal form = a h
Bolean =  {}  {a}  {h}  {ah}
```

Висновок:
Я ознайомився на практиці із основними поняттями теорії множин, навчився будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп’ютерне подання множин.