МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №4

З курсу “Дискретна математика ”

Виконав:
ст.гр. КН-110
Крушельницький Юрій
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

Лабораторна робота № 4.

Тема: Основні операції над графами. Знаходження остова мінімальної ваги за алгоритмом Пріма-Краскала.

Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок з використання алгоритмів Пріма і Краскала.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Теорія графів дає простий, доступний і потужний інструмент побудови моделей прикладних задач, є ефективним засобом формалізації сучасних інженерних і наукових задач у різних областях знань.

Графом G називається пара множин □V, E□, де V – множина вершин, перенумерованих числами 1, 2, ..., n □□ ; V □ □□□, E − множина упорядкованих або неупорядкованих пар e = (v′,v′′), v′∈V , v′′∈V , називаних дугами або ребрами, E ={e}. При цьому не має примусового значення, як вершини розташовані в просторі або площині і які конфігурації мають ребра. Неорієнтованим графом G називається граф у якого ребра не мають напрямку. Такі ребра описуються неупорядкованою парою (v′,v′′). Орієнтований граф (орграф) – це граф ребра якого мають напрямок та можуть бути описані упорядкованою парою (v′,v′′). Упорядковане ребро називають дугою. Граф є змішаним, якщо наряду з орієнтованими ребрами (дугами) є також і неорієнтовані. При розв’язку задач змішаний граф зводиться до орграфа. Кратними (паралельними) називаються ребра, які зв’язують одні і ті ж вершини. Якщо ребро виходить та й входить у дну і ту саму вершину, то таке ребро називається петлею. Мультиграф – граф, який має кратні ребра. Псевдограф – граф, який має петлі. Простий граф – граф, який не має кратних ребер та петель. Будь яке ребро е інцедентно двом вершинам (v′,v′′), які воно з’єднує. У свою чергу вершини (v′,v′′) інцендентні до ребра e . Дві вершини (v′,v′′) називають суміжними, якщо вони належать до одного й того самого ребра e , і несуміжні у протилежному випадку. Два ребра називають суміжними, якщо вони мають спільну вершину. Відношення суміжності як для вершин, так і для ребер є симетричним відношенням. Степенем вершини графа G називається число інцидентних їй ребер. Граф, який не має ребер називається пустим графом, нуль- графом. Вершина графа, яка не інцедентна до жодного ребра, називається ізольованою. Вершина графа, яка інцедентна тільки до одного ребра, називається звисаючою. Частина G□ □ □V□, E□□ графа G □ □V, E□ називається підграфом графа G , якщо V′ ⊆V і E′ складається з тих і тільки тих ребер e = (v′,v′′), у яких обидві кінцеві вершини v′,v′′∈V′ . Частина G□ □ □V□, E□□

називається суграфом або остовим підграфом графа G , якщо виконано умови: V′ =V , E′ ⊆ E .

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Завдання № 1. Розв'язати на графах наступні задачі:

1. Виконати наступні операції над графами:

1) знайти доповнення до першого графу,

2) об’єднання графів,

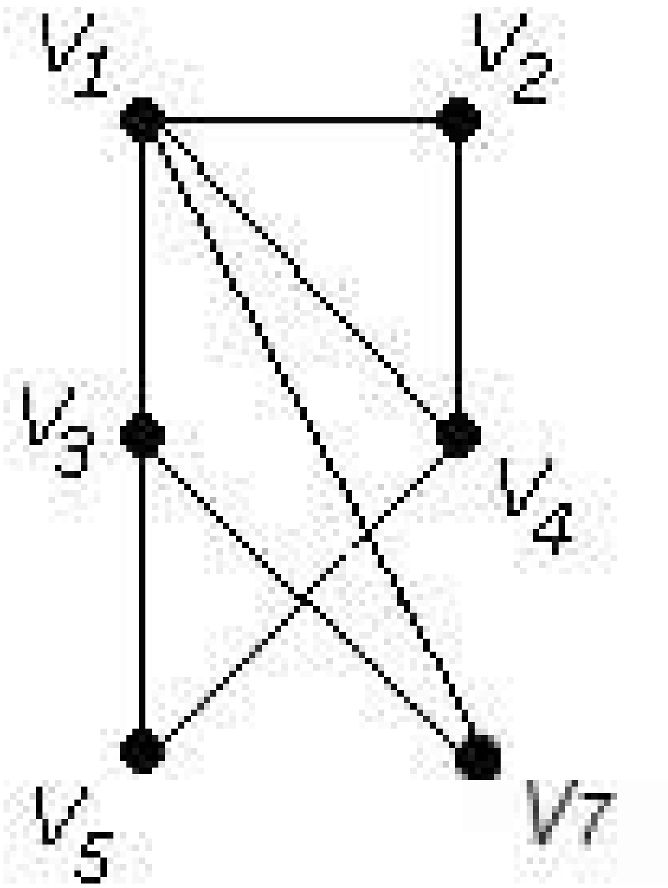
3) кільцеву суму G1 та G2 (G1+G2),

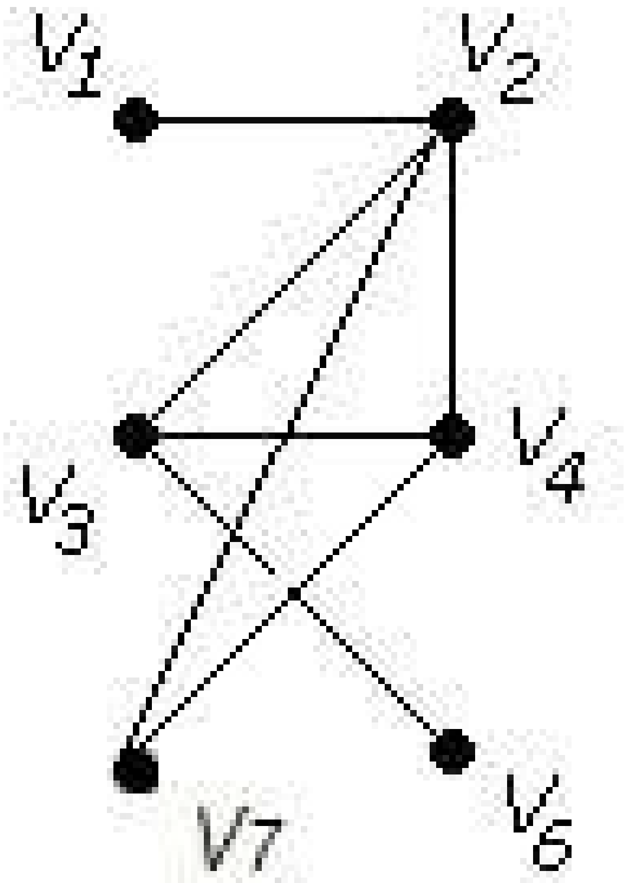
4) розщепити вершину у другому графі,

5) виділити підграф A, що складається з 3-х вершин в G1 і знайти

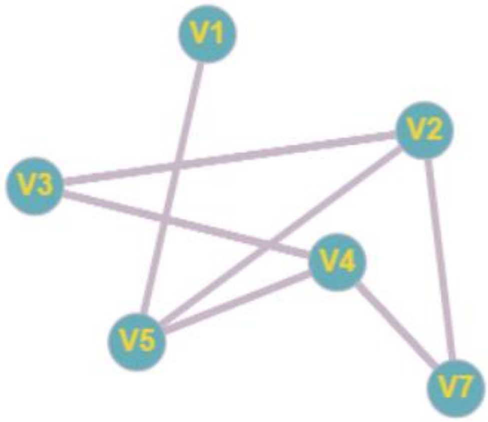
стягнення A в G1 (G1\ A),

6) добуток графів.

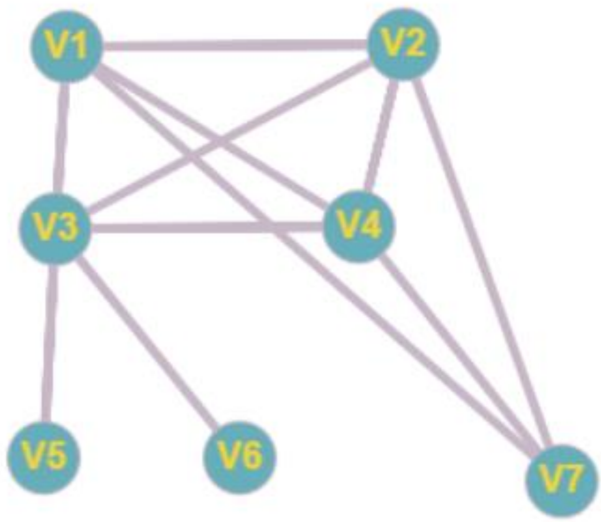




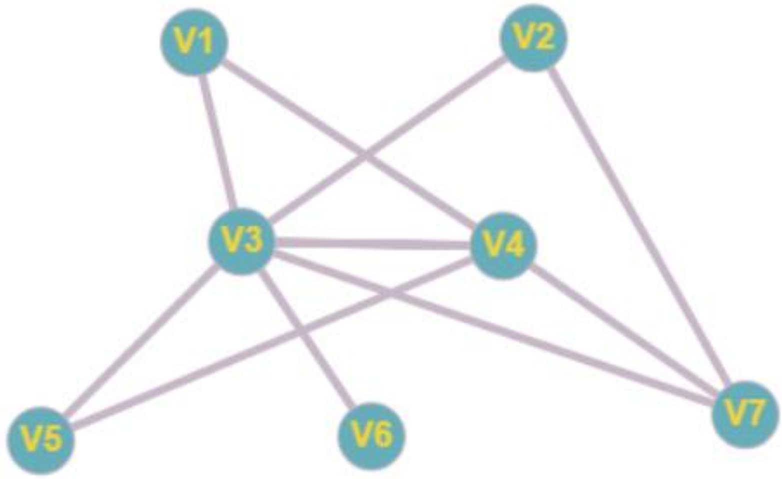
1) знайти доповнення до першого графу



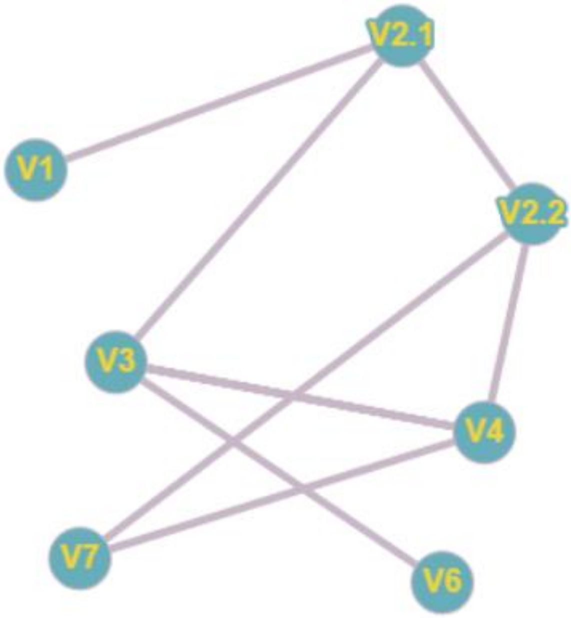
2) об'єднання графів



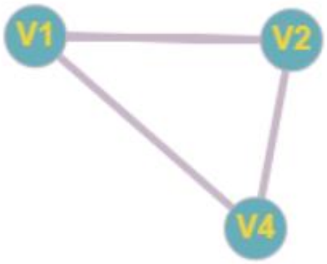
3) кільцеву суму G1 та G2 (G1+G2)

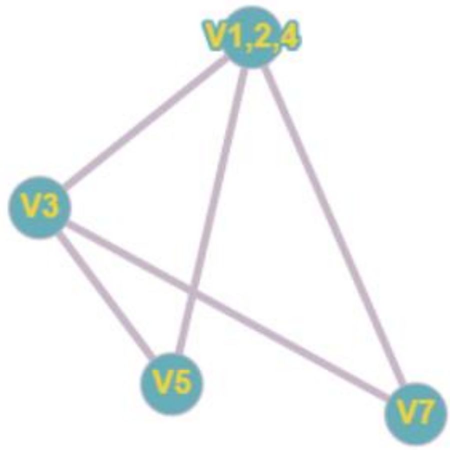


4) розщепити вершину у другому графі

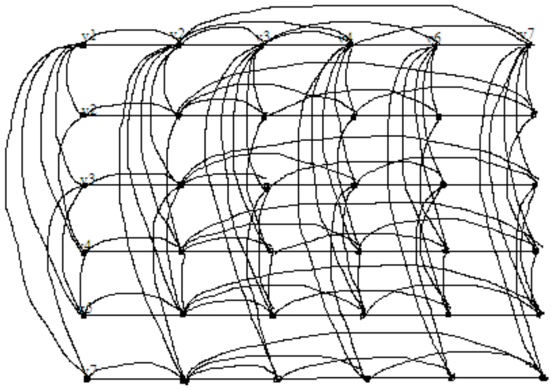


5) виділити підграф A, що складається з 3-х вершин в G1 і знайти стягнення A в G1 (G1\ A)

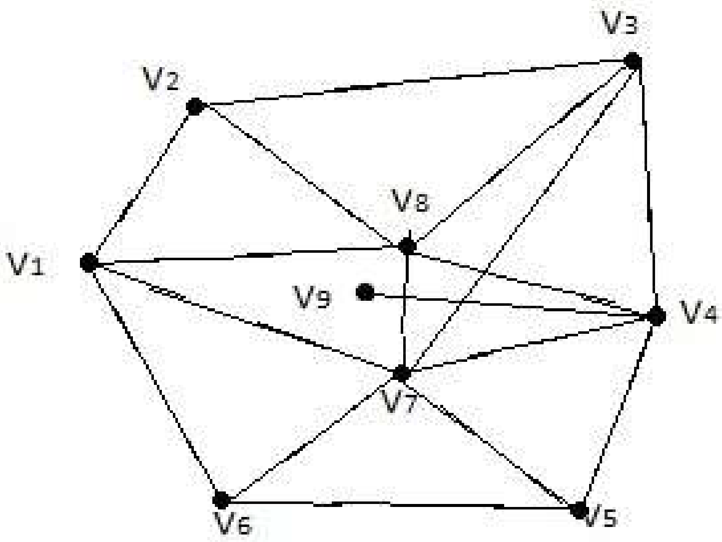




6) добуток графів



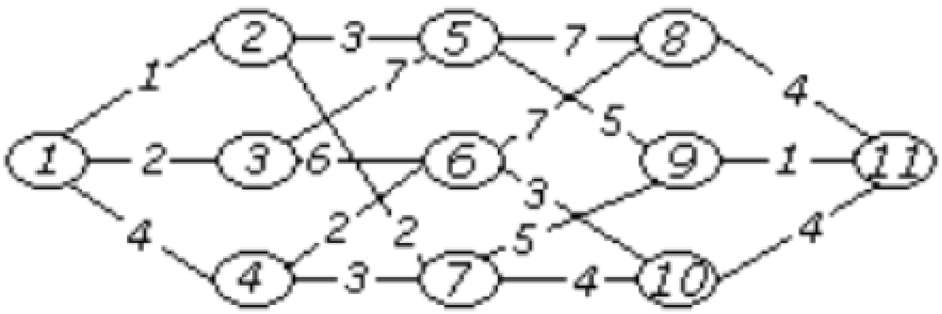
2. Знайти таблицю суміжності та діаметр графа.



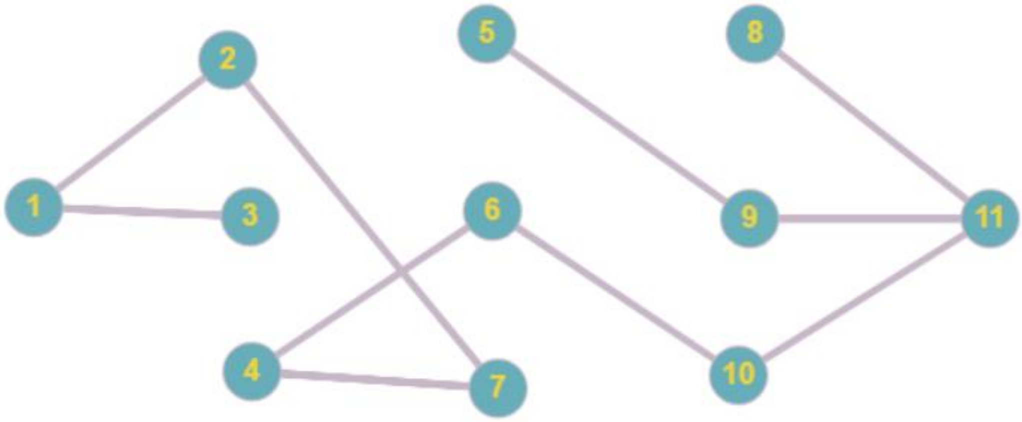
Діаметр = 3.

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
V2	1	0	1	0	0	0	0	1	0
V3	0	1	0	1	0	0	1	1	0
V4	0	0	1	0	1	0	1	1	1
V5	0	0	0	1	0	1	1	0	0
V6	1	0	0	0	1	0	1	1	0
V7	1	0	1	1	1	1	0	1	0
V8	1	1	1	1	0	1	1	0	0
V9	0	0	0	1	0	0	0	0	0

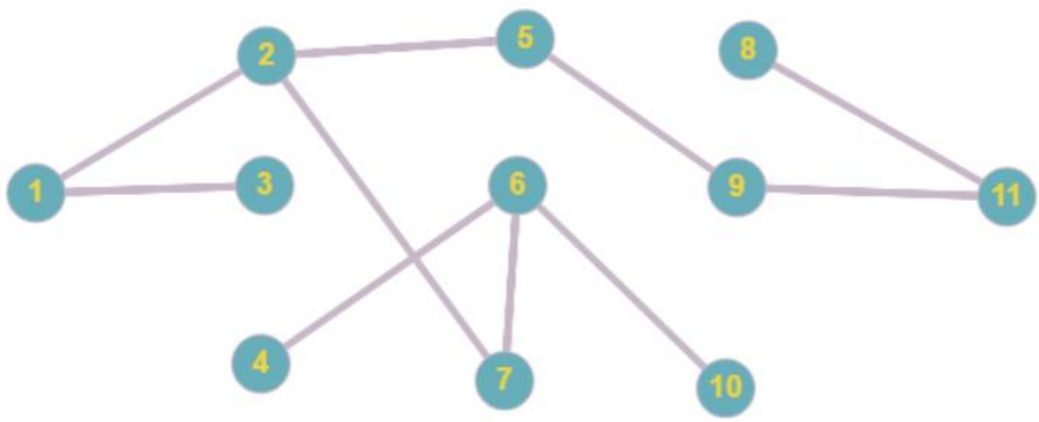
3. Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.



Метод Прима:

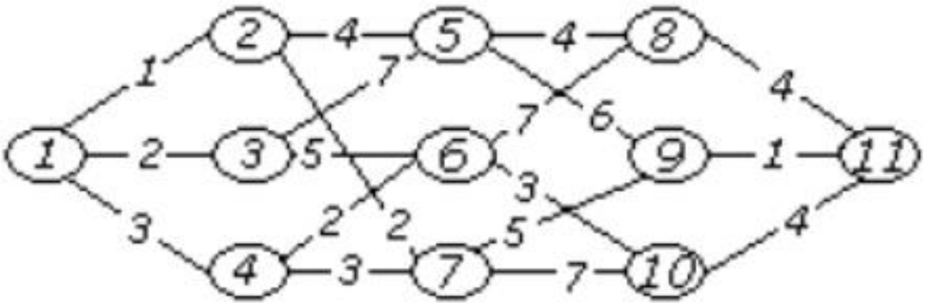


Метод Краскала:



Завдання №2. Написати програму, яка реалізує алгоритм знаходження остового дерева мінімальної ваги згідно свого варіанту.

За алгоритмом Краскала знайти мінімальне остове дерево графа. Етапи розв'язання задачі виводити на екран. Протестувати розроблену програму на наступному графі:



Код:

```c
#include <stdio.h>

int makeTrees(int n, int A[n][n]);
void removeRepeated(int n, int A[n][n]);
int areInDifferentTrees(int n, int A[n][n], int first, int second);
void addToTree(int n, int A[n][n], int first, int second);

int main()
{
    // the adjecency matrix of our graph (with weight)
    //           1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 11
    int A[11][11] = {
        /*1*/ { 0, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 },
        /*2*/ { 1, 0, 0, 4, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0 },
        /*3*/ { 2, 0, 0, 0, 7, 5, 0, 0, 0, 0, 0 },
        /*4*/ { 3, 0, 0, 0, 0, 2, 3, 0, 0, 0, 0 },
        /*5*/ { 0, 4, 7, 0, 0, 0, 0, 4, 6, 0, 0 },
        /*6*/ { 0, 0, 5, 2, 0, 0, 0, 7, 0, 3, 0 },
        /*7*/ { 0, 2, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 5, 7, 0 },
        /*8*/ { 0, 0, 0, 0, 4, 7, 0, 0, 0, 0, 4 },
        /*9*/ { 0, 0, 0, 0, 6, 0, 5, 0, 0, 0, 1 },
       /*10*/ { 0, 0, 0, 0, 0, 3, 7, 0, 0, 0, 4 },
       /*11*/ { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 1, 4, 0 }
    };

    removeRepeated(11, A);

   /* Prints verticles sorted by weight
    */
    printf("\nVerticles sorted by weight:");

    // weight, 7 is max weight
    for (int i = 1; i <= 7; i++)
    {
        printf("\n%d: ", i);
        // first edge
        for (int j = 1; j <= 11; j++)
        {
            // second edge
            for (int k = 1; k <= 11; k++)
            {
                if (A[j - 1][k - 1] == i)
                {
                    printf("%d-%d; ", j, k);
                }
            }
        }
    }

   /* Checks sorted vertivles and adds one to our path only if two edges are in different trees
    */

    int B[11][11];
    makeTrees(11, B);

    printf("\n\nOur path: ");
    // weight, 7 is max weight
    for (int i = 1; i <= 7; i++)
    {
        // first edge
        for (int j = 1; j <= 11; j++)
        {
            // second edge
            for (int k = 1; k <= 11; k++)
            {
                if (A[j - 1][k - 1] == i && areInDifferentTrees(11, B, j, k))
                {
                    addToTree(11, B, j, k);
                    printf("%d-%d; ", j, k);
                }
            }
        }
    }
    printf("\n\n");

    return 0;
}

int makeTrees(int n, int A[n][n])
{
```

```
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            A[i][j] = 0;
        }
    }
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        A[i][i] = i + 1;
    }

    return A[n][n];
}

void removeRepeated(int n, int A[n][n])
{
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            if (j < i)
            {
                A[i][j] = 0;
            }
        }
    }
}

int areInDifferentTrees(int n, int A[n][n], int first, int second)
{
    int temp1;
    int temp2;

    // line
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        temp1 = 0;
        temp2 = 0;
        // first element
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            if (A[i][j] == first)
            {
                temp1 = 1;
            }
        }
        // second element
        for (int k = 0; k < n; k++)
        {
            if (A[i][k] == second)
            {
                temp2 = 1;
            }
        }

        if (temp1 && temp2)
        {
            return 0;
        }
    }

    return 1;
}

void addToTree(int n, int A[n][n], int first, int second)
{
    int scndLine;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            if (A[i][j] == second)
            {
                scndLine = i;
            }
        }
    }

    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            if (A[i][j] == first)
            {
                for (int k = 0; k < n; k++)
                {
                    if (A[scndLine][k])
                    {
                        A[i][k] = A[scndLine][k];
                        A[scndLine][k] = 0;
                    }
                }
            }
        }
    }
}
```

Результат:

```
Verticles sorted by weight:
1: 1-2; 9-11;
2: 1-3; 2-6; 4-6;
3: 1-4; 4-7; 6-10;
4: 2-4; 5-8; 8-11; 10-11;
5: 3-6; 7-9;
6: 5-9;
7: 3-5; 6-8; 7-10;

Our path: 1-2; 9-11; 1-3; 2-6; 4-6; 4-7; 6-10; 5-8; 8-11; 10-11;
```

Висновок: я набув практичних вмінь та навичок з використання алгоритмів Пріма і Краскала.