

Задача №13. Рисовые дыры

Условие

Если отварить рис не перемешивая его, вы обнаружите, на вашем вкусном рисе узор из дыр, как на изображении. Исследуйте явление.



Рис. 1: Узор из дыр на рисе

Решение

Эксперимент

Результаты проведенного эксперимента представлены на рис. 2

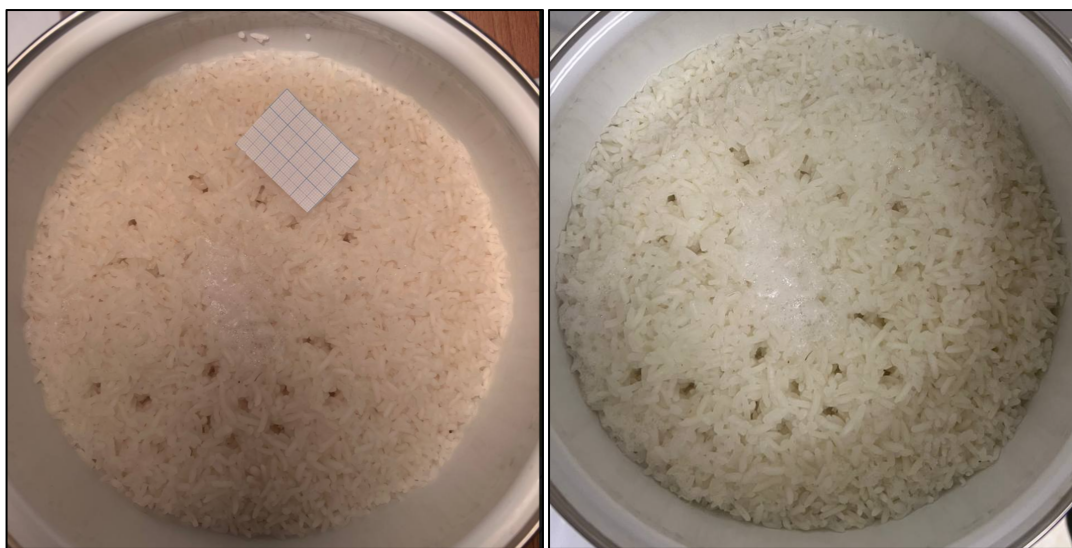


Рис. 2: Результаты эксперимента: узор на рисе

Качественное описание модели

1. Примем давление пара на дне p_1 за константу, которую можно приближенно принять равной атмосферному давлению с некоторой поправкой Δp (рис. 3):

$$p_1 \approx p_{\text{атм}} + \Delta p.$$

Δp можно приближенно выразить как давление столба риса:

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h.$$

2. Из-за нагревания плитой постоянной мощности $P_{\text{плиты}} \approx 2 \text{ kW}$ на дне за временной промежуток Δt образуется количество вещества пара $\Delta \nu$.
3. Вследствие неизменности давления пара на дне, а также других параметров, отвечающих за давление (объём кипящей воды на дне V , температура $T \approx 100^\circ \text{C}$), образовавшийся пар целиком выходит через рисовые «каналы»:

$$\Delta \nu_{\text{образов}} = \Delta \nu_{\text{вышедш}}.$$

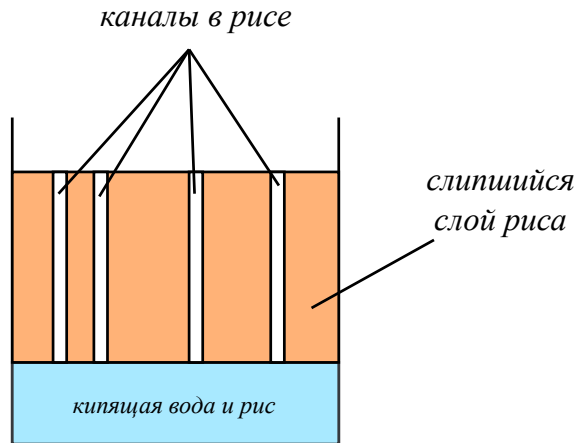


Рис. 3: Схематичное изображение процесса

Математическое описание модели

На основании энергетического баланса получаем

$$\Delta \nu_{\text{образов}} = P_{\text{плиты}} \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{L_{\text{молярн}}}, \quad (1)$$

где $L_{\text{молярн}}$ — молярная теплота парообразования.

Введём величину U — пропускная способность одного канала. Тогда

$$U = \frac{\Delta \nu}{\Delta t} \iff \Delta \nu_{\text{вышедш}} = NUVt, \quad (2)$$

где N — количество каналов.

Зависимость U от прочих величин довольно сложна. Учитывая вязкость среды, можно приближенно принять

$$U = (p_1 - p_0) Z = \Delta p Z, \quad (3)$$

где Z — константа, зависящая от геометрии канала, свойств риса и других параметров. Константу Z можно оценить по закону Пуазейля (с учётом перехода от объёмного расхода к молярному потоку):

$$Z \approx \frac{\pi r^4}{8 \eta l R T}.$$

Вычислим Z исходя из следующих значений:

- радиус канала $r \approx 0,5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$;
- вязкость пара (при $T \approx 100^\circ \text{C}$) $\eta = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$;
- длина канала $l = 0,03 \text{ м}$;
- универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$;
- температура $T = 373 \text{ К}$.

По подстановке получаем

$$Z \approx 6,15 \frac{\text{моль}}{\text{Па} \cdot \text{с}}.$$

Принимая во внимание формулы (1)–(3), получаем выражение для количества каналов N :

$$N = \frac{P_{\text{плиты}}}{\Delta p Z L_{\text{молярн}}}.$$

Подставляя в эту формулу известные величины

$$\Delta p \approx \rho g h \approx 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,03 \text{ м} = 300 \text{ Па},$$

$$P_{\text{плиты}} \approx 2 \text{ кВт},$$

$$L_{\text{молярн}} \approx 40 \frac{\text{кДж}}{\text{моль}},$$

$$Z \approx 6,15 \frac{\text{моль}}{\text{Па} \cdot \text{с}}$$

получаем

$$N = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ Вт}}{300 \text{ Па} \cdot 6,15 \cdot 10^{-6} \frac{\text{моль}}{\text{Па} \cdot \text{с}} \cdot 4 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}} \approx 25.$$

Вычисленное в рамках предложенной модели значение согласуется с проведённым экспериментом (экспериментально получилось около 20 «дырок»), обосновывает применимость модели.