Сначала рассмотрим процессы, превалирующие в объеме (то есть, слой пены довольно толстый)

Механизм 1 (основной). Уничтожение из-за распада пузырьков

a – вероятность того, что пузырь уничтожится за 1 секунду.

$$\frac{dN_{\text{пуз}}}{dt} = -a \cdot N_{\text{пуз}}$$

$N_{\text{пуз}}(t) = N_0 \cdot \exp(-a \cdot t)$ – зависимость числа пузырей от t

Также, пускай у нас имеется некий характерный радиус пузыря r_0

$$\frac{dV}{dt} = V_{\text{пузыря}} \cdot \frac{dN}{dt} = -1 \cdot r_0^3 \cdot a \cdot N_0 \cdot \exp(-a \cdot t)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{S_{\text{стакана}}} = -1 \cdot \frac{(r_0^3 \cdot a \cdot N_0)}{S_{\text{стакана}}} \cdot \exp(-a \cdot t)$$

Граничное условие: $H(t = \infty) = 0$

Интегрируя от $t = \infty$ до t получим:

$h(t) = H_0 \cdot \exp(-at)$

$H_0 = \dfrac{(r_0^3 \cdot N_0)}{S_{\text{стакана}}}$ – высота пенки в начальный момент времени

Оценим характерную высоту

$$\frac{N_0}{S} = 10^5 \frac{\text{пузырьков}}{\text{см}^2} = 10^9 \frac{\text{пузырьков}}{\text{м}^2}$$

$r_0 = 0.3$ мм

$H_{\text{хар}} = 2.7 \cdot 10^{-11} \cdot 10^9 = 2.7 \cdot 10^{-2}\text{м} = 2.7$ см

Механизм 2. Диффузия пузырьков (становится основным при малой высоте пенки).

$$j_{\text{пузырьков}} = -D_n \cdot \frac{dN}{dx}$$

Скажем, что уничтожение у нас происходит с постоянной скоростью (равномерно пенка оседает), то есть постоянный поток

$$\frac{dN}{dx} = const \approx \frac{N(x=0)}{H_{\text{пены}}}$$

$$j_{\text{пузырьков}} = \frac{dN}{dS \cdot dt} = \frac{r_0^3}{r_0^3} \cdot \frac{dN}{dS \cdot dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{S_{\text{стакана}}} \cdot \frac{1}{r_0^3} = \frac{dH_{\text{пены}}}{dt} \cdot \frac{1}{r_0^3} = -D_n \cdot \frac{N(x=0)}{H_{\text{пены}}}$$

$$\frac{H_{\text{пены}}(t)^2 - H_0^2}{2} = -D_n \cdot N(x=0) \cdot r_0^3 \cdot t$$

$$H_{\text{пены}}(t) = \sqrt{H_0^2 - 2 \cdot D_n \cdot N(x=0) \cdot r_0^3 \cdot t} = \sqrt{H_0^2 - k \cdot t}$$

Оценим величину k и характерные масштабы по времени (обратные k величины).

$$k = D_n \cdot N(x=0) \cdot r_0^3 = D_n \cdot \frac{N(x=0)}{S} \cdot S \cdot r_0^3$$

$$S = 3\text{ см} \cdot 3\text{см} \cdot 3.14 = 28\text{ см}^2 = 28 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2 - \text{площадь основания стакана}$$

$$D = 10^{-5}\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$k = 10^8 \cdot 10^{-5} \cdot 28 \cdot 10^{-4} \cdot 2.7 \cdot 10^{-11} = 10^{-10}$$

$$H_{\text{пены}} = H_0 - \frac{k}{2 \cdot H_0} \cdot t$$

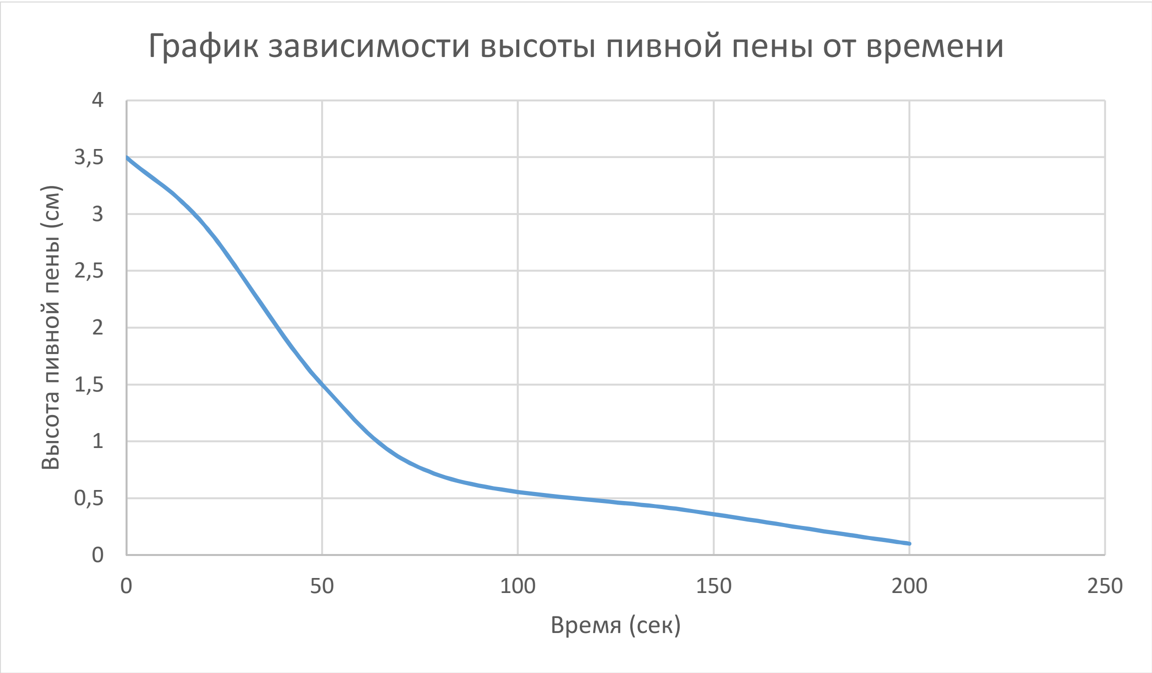
$$t_{\text{хар}} = \frac{2H_0^2}{k} = 10^{-4} \cdot 10^{10} = 11.5\text{ дней} - \text{влияние слабее, чем у механизма 1}$$

Однако, когда пенки остается порядка 0.1 мм, то механизм 1 становится очень медленным и уже включается диффузия пузырьков

$$t_{\text{хар}} = 10^{-8} \cdot 10^{10} = 10^2\text{ с} \sim 2\text{ минуты}$$

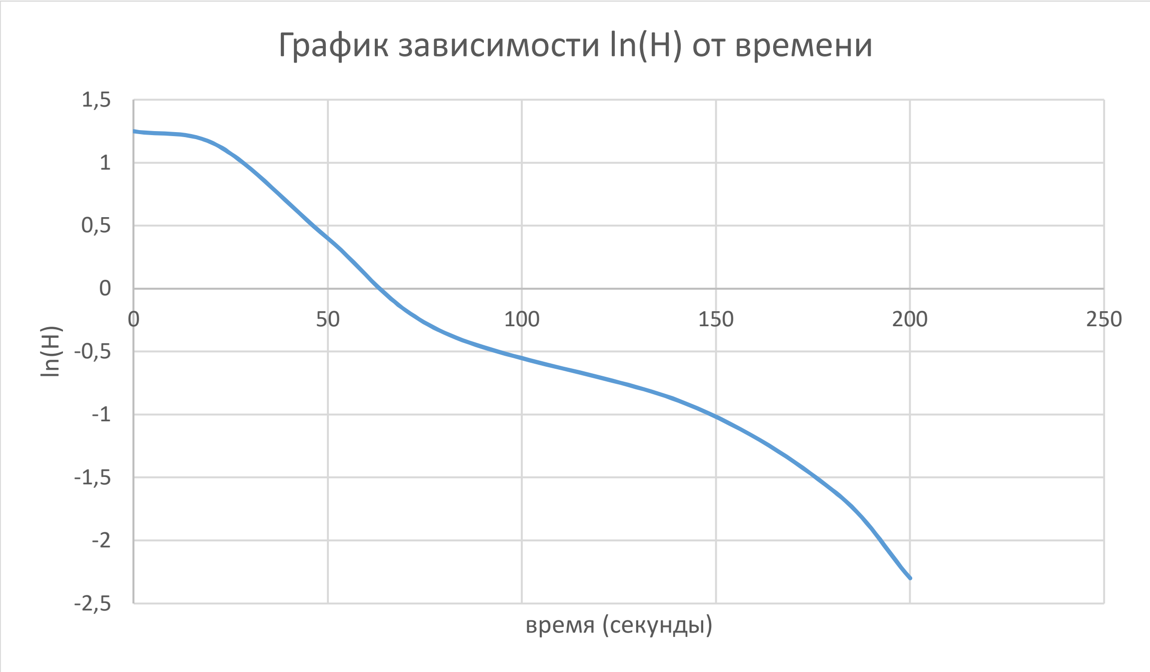
Измерение высоты пивной пены на эксперименте

В силу того, что диффузия включается на масштабах, много меньших цены деления линейки (1мм), то основным механизмом считаться будет “распад” пузырьков.



Данный график согласуется с теоретическим предположением зависимости высоты пивной пены от времени (вначале экспоненциальная зависимость, затем линейное затухание)

Измерим характерный параметр a



$\ln(H) = \ln(H_0) - a \cdot t$

$a = -\frac{d(\ln(H))}{dt}$ – определяется по наклону графика в линейной области

$a = \frac{1.13 + 0.35}{80 - 22} = \ 0.026\ \text{с}^{-1}$ – вероятность уничтожения пузырька за 1 секунду

$H(t) = H_0 \cdot \exp(-a \cdot t) = 3.5 \cdot \exp(-0.026 \cdot t)\ \text{см}$