Д/з №4,5

$F = 1001_2$

x_1	x_2	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

1) $f(0,0) = 1 \neq 0 \Rightarrow f \notin T_0$

2) $f(1,1) = 1 = 1 \Rightarrow f \in T_1$

$\overline{f(x_1,x_2)} = 0110$

3) $\left.\begin{matrix} f(0,0) = 1,\ f(1,1) = 1, \\ f(0,1) = 0,\ f(1,0) = 0 \end{matrix}\right\} f \notin S.$

4) $f(0,0) = 1 > f(0,1) = 0 \Rightarrow f(x_1,x_2) \notin M$

5) $C_0 \oplus C_1 x_1 \oplus C_2 x_2 \oplus C_3 x_1 x_2 \Rightarrow 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \in L$, не сод-ит ∧ пер-ых.

• $f(0,0) = C_0 \oplus C_1 \cdot 0 \oplus C_2 \cdot 0 \oplus C_3 \cdot 0 \cdot 0 \Rightarrow C_0 = \cancel{0}1.$

• $f(0,1) = C_0 \oplus C_1 x_1 \oplus C_2 x_2 \oplus C_3 x_1 x_2 = 1 \oplus C_1 0 \oplus C_2 \cdot 1 \oplus C_3 \cdot 0 \cdot 1 = 1 \oplus C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 1.$

• $f(1,0) = 1 \oplus C_1 \cdot 1 \oplus C_2 0 \oplus C_3 \cdot 1 \cdot 0 = 1 \oplus C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 1.$

• $f(1,1) = 1 \oplus C_1 1 \oplus C_2 1 \oplus C_3 1 \cdot 1 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus C_3 = 1 \oplus C_3 = 1 \Rightarrow C_3 = 0.$

№9. $F = 10010101_2$

x_1	x_2	x_3	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

1) $f(0,0,0) = 1 \neq 0 \Rightarrow f \notin T_0$

2) $f(1,1,1) = 1 \Rightarrow f \in T_1.$

3) Делим т. ист на половину и сравниваем попарно, начиная с середины зн. фун-ии. $f(0,1,1) = 1$; $f(1,0,0) = 0$. Если в парах наборов зн. ф-ии будут одинаковы $\Rightarrow f \notin S$. $f(0,0,1) = 0$, $f(1,1,0) = 0 \Rightarrow f(x_1,x_2,x_3) \notin S.$

4) Если на меньшем наборе ф-ии значение ф-ии больше, чем на большем наборе $\Rightarrow f \notin M$. $f(0,0,0) = 1$, $f(0,0,1) = 0$; $\Rightarrow f(x_1,x_2,x_3) \notin M.$

5) $C_0 \oplus C_1 x_1 \oplus C_2 x_2 \oplus C_3 x_3 \oplus C_4 x_1 x_2 \oplus C_5 x_1 x_3 \oplus C_6 x_2 x_3 \oplus C_7 x_1 x_2 x_3$; $C_0 = 1.$

• $1 \oplus C_1 \cdot 0 \oplus C_2 \cdot 0 \oplus C_3 \cdot 1 \oplus C_4 0 \cdot 0 \oplus C_5 0 \cdot 1 \oplus C_6 0 \cdot 1 \oplus C_7 0 \cdot 0 \cdot 1 = 1 \oplus C_3 = 0 \Rightarrow C_3 = 1.$

• $1 \oplus C_1 0 \oplus C_2 \cdot 1 \oplus C_3 0 \oplus C_4 0 \cdot 1 \oplus C_5 0 \cdot 0 \oplus C_6 1 \cdot 0 \oplus C_7 0 \cdot 1 \cdot 0 = 1 \oplus C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 1.$

• $1 \oplus C_1 \cdot 0 \oplus C_2 1 \oplus C_3 1 \oplus C_4 0 \cdot 1 \oplus C_5 0 \cdot 1 \oplus C_6 1 \cdot 1 \oplus C_7 0 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus C_6 = 1 \Rightarrow C_6 = 0$

• $1 \oplus C_1 1 \oplus C_2 0 \oplus C_3 0 \oplus C_4 1 \cdot 0 \oplus C_5 1 \cdot 0 \oplus C_6 0 \cdot 0 \oplus C_7 1 \cdot 0 \cdot 0 = 1 \oplus C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 1.$

• $1 \oplus C_1 \cdot 1 \oplus C_2 0 \oplus C_3 \cdot 1 \oplus C_4 1 \cdot 0 \oplus C_5 1 \cdot 1 \oplus C_6 0 \cdot 1 \oplus C_7 1 \cdot 0 \cdot 1 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus C_5 = 1 \Rightarrow C_5 = 0.$

• $1 \oplus C_1 \cdot 1 \oplus C_2 \cdot 1 \oplus C_3 0 \oplus C_4 1 \cdot 1 \oplus C_5 1 \cdot 0 \oplus C_6 1 \cdot 0 \oplus C_7 1 \cdot 1 \cdot 0 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus C_4 = 0 \Rightarrow C_4 = 1.$

• $1 \oplus C_1 \cdot 1 \oplus C_2 \cdot 1 \oplus C_3 \cdot 1 \oplus C_4 \cdot 1 \cdot 1 \oplus C_5 1 \cdot 1 \oplus C_6 1 \cdot 1 \oplus C_7 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus C_7 = 1 \Rightarrow C_7 = 0$

Полином Жегалкина: $1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2$. Присутствует ∧ пер-ых $\Rightarrow f(x_1,x_2,x_3) \notin L$.

$F = 11001011_2$. 1) $f(0,0,0) = 1 \neq 0 \Rightarrow T_0 \notin f.$

2) $f(1,1,1) = 1 \Rightarrow f \in T_1.$

x_1	x_2	x_3	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

3) $f(0,1,0) = f(1,0,1) \Rightarrow f(x_1, x_2, x_3) \notin S.$

4) $f(0;0;0) = 1;\ f(0;1;0) = 0 \Rightarrow f(x_1, x_2, x_3) \notin M.$

5) $C_0 \oplus C_1x_1 \oplus C_2x_2 \oplus C_3x_3 \oplus C_4x_1x_2 \oplus C_5x_1x_3 \oplus C_6x_2x_3 \oplus C_7x_1x_2x_3;\ C_0 = 1.$

• $1 \oplus C_1\cdot 0 \oplus C_2\cdot 0 \oplus C_3\cdot 1 \oplus C_4\cdot 0\cdot 0 \oplus C_5 0\cdot 1 \oplus C_6 0\cdot 1 \oplus C_7 0\cdot 0\cdot 1 = 1 \oplus C_3 = 1 \Rightarrow C_3 = 0.$

• $1 \oplus C_1\cdot 0 \oplus C_2\cdot 1 \oplus C_3\cdot 0 \oplus C_4 0\cdot 1 \oplus C_5 0\cdot 0 \oplus C_6 1\cdot 0 \oplus C_7 0\cdot 1\cdot 0 = 1 \oplus C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 1.$

• $1 \oplus C_1 0 \oplus C_2\cdot 1 \oplus C_3\cdot 1 \oplus C_4 0\cdot 1 \oplus C_5 0\cdot 1 \oplus C_6 1\cdot 1 \oplus C_7 0\cdot 1\cdot 1 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus C_6 = 0 \Rightarrow C_6 = 0$

• $1 \oplus C_1\cdot 1 \oplus C_2\cdot 0 \oplus C_3\cdot 0 \oplus C_4 1\cdot 0 \oplus C_5 1\cdot 0 \oplus C_6\cdot 0\cdot 0 \oplus C_7 1\cdot 0\cdot 0 = 1 \oplus C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = 0$

• $1 \oplus C_1\cdot 1 \oplus C_2\cdot 0 \oplus C_3\cdot 1 \oplus C_4 1\cdot 0 \oplus C_5 1\cdot 1 \oplus C_6 0\cdot 1 \oplus C_7 1\cdot 0\cdot 1 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus C_5 = 0 \Rightarrow C_5 = 1.$

• $1 \oplus C_1\cdot 1 \oplus C_2\cdot 1 \oplus C_3\cdot 0 \oplus C_4 1\cdot 1 \oplus C_5 1\cdot 0 \oplus C_6 1\cdot 0 \oplus C_7 1\cdot 1\cdot 0 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus C_4 = 1 \Rightarrow C_4 = 1.$

• $1 \oplus C_1\cdot 1 \oplus C_2\cdot 1 \oplus C_3\cdot 1 \oplus C_4 1\cdot 1 \oplus C_5 1\cdot 1 \oplus C_6 1\cdot 1 \oplus C_7 1\cdot 1\cdot 1 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus C_7 = 1 \Rightarrow C_7 = 1.$

Полином Жегалкина: $1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$. Имеются ∧ пер-ых $\Rightarrow f(x_1, x_2, x_3) \notin L.$

	T_0	T_1	S	M	L
f_1	–	+	–	–	+
f_2	–	+	–	–	–
f_3	–	+	–	–	–

№2

$F = (0;\ x \vee y;\ x \equiv y \equiv z)$

а)

x_1	F
0	0
1	0

1) T_0: $f \in T_0$.
2) T_1: $f \notin T_1$
3) $f(0) = f(1) \Rightarrow f(x_1) \notin S$.
4) $f(0) = f(1) \Rightarrow f(x_1) \in M$.
5) $C_0 \oplus C_1x_1$: $C_0 = 0$.
$0 \oplus C_1\cdot 1 = 0 \oplus C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0$. Нет ∧ пер-ых $\Rightarrow f \in M$.

б)

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

1) $f \in T_0$
2) $f \in T_1$.
3) $f(0;1) = f(1;0) \Rightarrow f(x_1, x_2) \notin S.$
4) Ф-ия равна 0 только на наим. наборе переменных $\Rightarrow f(x_1, x_2) \in M$.

$x = x_1;\ y = x_2$

5) $C_0 \oplus C_1x_1 \oplus C_2x_2 \oplus C_3x_1x_2$: $C_0 = 0$.
$\cdot\ 0 \oplus C_1 0 \oplus C_2 1 \oplus C_3 0\cdot 1 = 0 \oplus C_2 = 1 \Rightarrow C_2 = 1.$
$\cdot\ 0 \oplus C_1\cdot 1 \oplus C_2\cdot 0 \oplus C_3 1\cdot 0 = 0 \oplus C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = 1$
$\cdot\ 0 \oplus C_1\cdot 1 \oplus C_2\cdot 1 \oplus C_3 1\cdot 1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus C_3 \overset{1}{\Rightarrow} C_3 = 1.$

Полином Жегалкина: $x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2$ $\Rightarrow f(x_1, x_2) \notin L$.

в)

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

1) $f(x_1, x_2, x_3) \in T_0$
2) $f(x_1, x_2, x_3) \in T_1$
3) Нет одинаковых парных наборов $\Rightarrow$
$\Rightarrow f(x_1, x_2, x_3) \in S$.
4) Набор 001 < 011, но $f(0,0,1) > f(0,1,1) \Rightarrow f \notin M$.

5) $C_0 \oplus C_1x_1 \oplus C_2\overset{y}{\cancel{x_2}} \oplus C_3\overset{z}{\cancel{x_3}} \oplus C_4xy \oplus C_5xz \oplus C_6yz \oplus C_7xyz$: $C_0 = 0$.

• $0 \oplus C_1 0 \oplus C_2 \cdot 0 \oplus C_3 \cdot 1 \oplus C_4 0 \cdot 0 \oplus C_5 0 \cdot 1 \oplus C_6 0 \cdot 1 \oplus C_7 0 \cdot 0 \cdot 1 = 0 \oplus C_3 = 1 \Rightarrow C_3 = 1$.

• $0 \oplus C_1 \cdot 0 \oplus C_2 \cdot 1 \oplus C_3 \cdot \overset{0}{\cancel{1}} \oplus C_4 0 \cdot 1 \oplus C_5 0 \cdot 0 \oplus C_6 1 \cdot 0 \oplus C_7 0 \cdot 1 \cdot 0 = 0 \oplus C_2 = 1 \Rightarrow C_2 = 1$.

• $0 \oplus C_1 \cdot 0 \oplus C_2 1 \oplus C_3 1 \oplus C_4 0 \cdot 1 \oplus C_5 0 \cdot 1 \oplus C_6 1 \cdot 1 \oplus C_7 0 \cdot 1 \cdot 1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus C_6 = 0 \Rightarrow C_6 = 0$.

• $0 \oplus C_1 \cdot 1 \oplus C_2 0 \oplus C_3 \cdot 0 \oplus C_4 1 \cdot 0 \oplus C_5 1 \cdot 0 \oplus C_6 0 \cdot 0 \oplus C_7 1 \cdot 0 \cdot 0 = 0 \oplus C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = 1$.

• $0 \oplus C_1 \cdot 1 \oplus C_2 \cdot 0 \oplus C_3 \cdot 1 \oplus C_4 1 \cdot 0 \oplus C_5 1 \cdot 1 \oplus C_6 0 \cdot 1 \oplus C_7 1 \cdot 0 \cdot 1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus C_5 = 0 \Rightarrow C_5 = 0$.

• $0 \oplus C_1 \cdot 1 \oplus C_2 \cdot 1 \oplus C_3 \cdot 0 \oplus C_4 1 \cdot 1 \oplus C_5 1 \cdot 0 \oplus C_6 1 \cdot 0 \oplus C_7 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus C_4 = 0 \Rightarrow C_4 = 0$.

• $0 \oplus C_1 \cdot 1 \oplus C_2 \cdot 1 \oplus C_3 \cdot 1 \oplus C_4 1 \cdot 1 \oplus C_5 1 \cdot 1 \oplus C_6 1 \cdot 1 \oplus C_7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \Rightarrow 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus C_7 = 1 \Rightarrow C_7 = 0$.

Полином Жегалкина $(x \oplus y \oplus z)$. Нет $\wedge$ пер-ых $\Rightarrow f(x_1, x_2, x_3) \in L$.

	T_0	T_1	S	M	L
f_1	+	–	–	+	+
f_2	+	+	–	+	–
f_3	+	+	+	–	+

№3.

1) $F = 1001_2$

					F	x_1	x_2
1	0	0	1		1	0	0
1	0	1		x_2	0	0	1
1	1			x_1	0	1	0
0				x_2x_1	1	1	1

П.Ж: $1 \oplus x_1 \oplus x_2$

Смотрим на левую бок. ст. тр-ка, и выписываем зн. ф. на „1".

2) $F = 10010101_2$

x_1	x_2	x_3	F	
0	0	0	1	
0	0	1	0	x_3
0	1	0	0	x_2
0	1	1	1	x_2x_3
1	0	0	0	x_1
1	0	1	1	x_1x_3
1	1	0	0	x_1x_2
1	1	1	1	$x_1x_2x_3$

```
1 0 0 1 0 1 0 1
 1 0 1 1 1 1 1
  1 1 0 0 0 0
   0 1 0 0 0
    1 1 0 0
     0 1 0
      1 1
       0
```

П.Ж: $1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_2$.

3) $F = 11001011_2$.

x_1	x_2	x_3	F	
0	0	0	1	
0	0	1	1	x_3
0	1	0	0	x_2
0	1	1	0	x_2x_3
1	0	0	1	x_1
1	0	1	0	x_1x_3
1	1	0	1	x_1x_2
1	1	1	1	$x_1x_2x_3$

```
1 1 0 0 1 0 1 1
 0 1 0 1 1 1 0
  1 1 1 0 0 1
   0 0 1 0 1
    0 1 1 1
     1 0 0
      1 0
       1
```

П.Ж: $1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$.

4) $F = 00_2$ – П.Ж не сущ. $=0$

x_1	~~x_2~~		
0	0	0	0
1	0	0	

5) $F = 0111_2$

x	y	F	
0	0	0	
0	1	1	y
1	0	1	x
1	1	1	xy

```
0 1 1 1
 1 0 0
  1 0
   1
```

П.Ж: $x \oplus y \oplus xy$.

6) $F = 01101001_2$.

x	y	z	F	
0	0	0	0	
0	0	1	1	z
0	1	0	1	y
0	1	1	0	yz
1	0	0	1	x
1	0	1	0	xz
1	1	0	0	xy
1	1	1	1	xyz

```
0 1 1 0 1 0 0 1
 1 0 1 1 1 0 1
  1 1 0 0 1 1
   0 1 0 1 0
    1 1 1 1
     0 0 0
      0 0
       0
```

П.Ж: $x \oplus y \oplus z$.

Выписываем из набора пер-ых те, которые принимают знач. „1", и уже по левой стороне составленного треугольника Паскаля выпис. полином Жегалкина. В левой стороне тр-ка тоже смотрим на „1".