

## **1. Понятие информационного процесса.**

Информационный процесс состоит в восприятии, отборе, сборе, передаче, накоплении, хранении, обработке, поиске и отображении информации и принятии решений на основе этой информации. Реализация информационного процесса осуществляется информационной системы.

## **2. Информация. Её виды.**

Это совокупность данных и сведений. Понятие информации обычно предполагает наличие 2х объектов: источника информации и её потребителя (адресата). Переносимая неким носителем (сигналом) информация для потребителя имеет некий смысл, отличный от самого факта поступления сигнала. Например, акустические сигналы азбуки Морзе, пароль при доступе. Сигнал, принимаемый потребителем, может не иметь прямой физической связи с событием или явлением, о котором он сообщает. В результате установления связи возникает информационный процесс.

Виды

В зависимости от предметной области и сферы научных интересов можно выделить несколько видов информации. Можно выделить биологическую, социальную, семантическую информацию, но все они имеют ряд общих свойств и подчиняются общим закономерностям, не смотря на то что общей теории информации не существует по настоящее время. Сюда относятся генетическая информация в том числе материальные носители, сложные химические соединения, сигналы химической и электрохимической природы. С практической деятельностью человека связана социальная информация – это технологическая, культурная, научная, военная, медицинская и т.д. (любая, связанная с человеком) информация. Семантическая информация – это информация в виде текстов, формул, таблиц (всё что относится к записям на каком-то языке). Понимание семантической информации доступно человеку, владеющему языком, на котором эта информация записана. Слово «семантика» происходит от гр. semanticus – означающий, изучает значение понятий и суждений. Общими свойствами всех видов информации являются: достоверность, значимость, долговечность, ценность

## **3. Данные и их свойства.**

Данные это некоторые сведения представленные в удобной для извлечения информации. Данные (сведения) представленные в цифровой форме (или другом формализованном виде), предназначенные для обработки на ЭВМ из которых можно извлечь информацию. Считают, что информация может существовать лишь там, где она используется в процессе принятия решений. Данные легко кодируются и передаются в виде дискретных сигналов. К ним предъявляются требования о высокой скорости и достоверности передачи. Можно выделить 3 типа данных: 1. Сразу становится информацией (н-р, сигнал светофора – факт поступления данных есть информация) 2. Потенциальная информация – данные которые накапливаются для дальнейшего использования и получения информации (н-р, прогноз погоды для систем жизнеобеспечения) 3. Избыточные данные (информационный шум|фон)

## **4. Понятие информационной системы.**

**Информационная система** - это взаимосвязанная совокупность информационных, технических, программных, математических, организационных, правовых, эргономических, лингвистических, технологических и других средств, а также персонала, предназначенная для сбора, обработки, хранения и выдачи экономической информации и принятия управленческих решений.

**Свойства информационных систем:**

- любая ИС может быть подвергнута анализу, построена и управляема на основе общих принципов построения сложных систем;
- при построении ИС необходимо использовать системный подход;

- ИС является динамичной и развивающейся системой;
- ИС следует воспринимать как систему обработки информации, состоящую из компьютерных и телекоммуникационных устройств, реализованную на базе современных технологий;
- выходной продукцией ИС является информация, на основе которой принимаются решения или производятся автоматическое выполнение рутинных операций;
- участие человека зависит от сложности системы, типов и наборов данных, степени формализации решаемых задач.

#### **Процессы в информационной системе:**

- ввод информации из внешних и внутренних источников;
- обработка входящей информации;
- хранение информации для последующего ее использования;
- вывод информации в удобном для пользователя виде;
- обратная связь, т.е. представление информации, переработанной в данной организации, для корректировки входящей информации.

### **5. Структура системы передачи информации.**

*Система передачи данных – система, предназначенная для передачи информации как внутри различных систем инфраструктуры организации, так и между ними, а также с внешними системами. Система передачи данных состоит из нескольких компонентов, определяемых в зависимости от решаемых задач: - коммутаторов; - маршрутизаторов; - межсетевых экранов и мостов; - мультиплексоров; - различных конверторов физической среды и интерфейсов передачи данных; - точек беспроводного доступа; - клиентского оборудования; - программного обеспечения для управления оборудованием. Также практически все современные инженерные системы имеют в своем составе встроенные компоненты для организации передачи разнородных данных (служебный «горизонтальный» трафик между устройствами, данные управления между центром управления и устройствами, мультимедийный трафик), имеющих непосредственное отношение к системам передачи данных.*

*-сеть Интернет.*

*-Система телеграфной связи.*

*-Факсимильная система передачи информации*

*-Электронная почта.*

*-Мобильная система связи.*

*-Пейджинговая система связи.*

*-Фельдъегерская система связи.*

### **6. Понятие сигнала и его модели.**

В широком смысле слова под сигналом понимают материальный носитель информации: естественный или специально созданный.

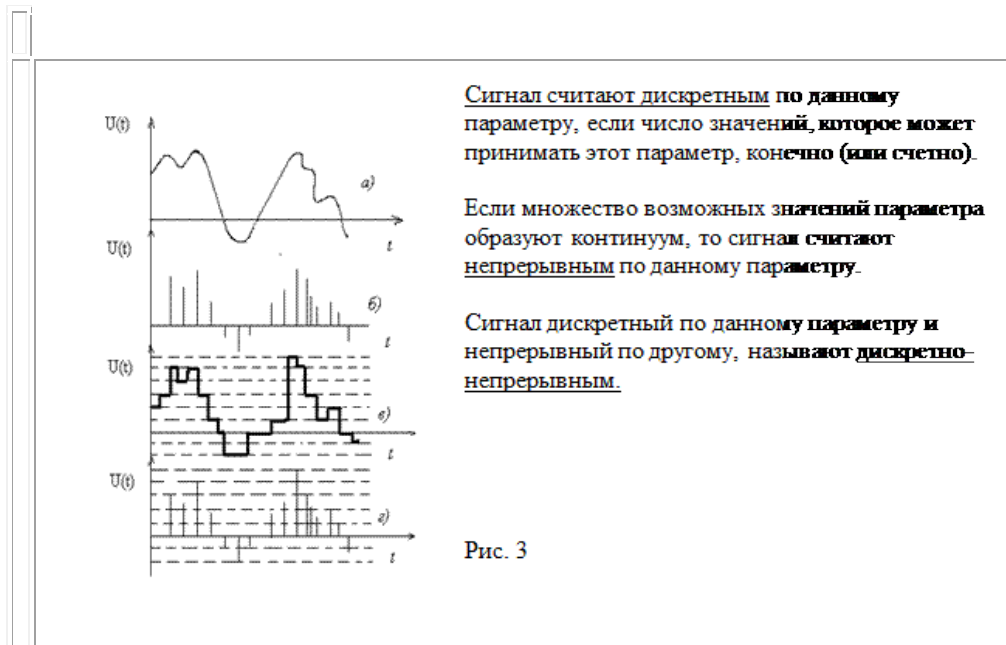
В дальнейшем под сигналом будем понимать специально созданный сигнал для передачи сообщения в информационной системе.

Материальную основу сигнала составляет какой-либо физический объект или процесс, называемый носителем (переносчиком информации (сообщения)).

Носитель становится сигналом в процессе модуляции.

Параметры носителя, изменяемые во времени в соответствии с передаваемым сообщением, называют информационным.

В зависимости от структуры параметров сигналы подразделяют на дискретные, непрерывные и дискретно-непрерывные.



В соответствии с этим существуют следующие разновидности математических представлений (моделей) детерминированного сигнала:

- 1) Непрерывная функция непрерывного аргумента (например, времени) (рис. 3, а);
- 2) Непрерывная функция дискретного аргумента, например, функция, значения которой отсчитывают только в определенные моменты времени (рис. 3, б);
- 3) Дискретная функция непрерывного аргумента, например функция времени, квантованная по уровню (рис. 3, в);
- 4) Дискретная функция дискретного аргумента, например функция, принимающая одно из конечного множества возможных значений (уровней) в определенные моменты времени (рис. 3, г).

Для упрощения построения моделей сложные сигналы представляются совокупностью элементарных (базисных) функций, удобных для последующего анализа.

## 7. Понятие гармонического сигнала.

Периодическим сигналом (током или напряжением) называют такой вид воздействия, когда форма сигнала повторяется через некоторый интервал времени  $T$ , который называется периодом. Простейшей формой периодического сигнала является гармонический сигнал или синусоида, которая характеризуется амплитудой, периодом и начальной фазой. Все остальные сигналы будут негармоническими или несинусоидальными. Можно показать, и практика это доказывает, что, если входной сигнал источника питания является периодическим, то и все остальные токи и напряжения в каждой ветви (выходные сигналы) также будут периодическими. При этом формы сигналов в разных ветвях будут отличаться друг от друга.

В качестве носителей информации используются колебания различной природы, чаще всего гармонические, т.е. вида  $u(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ , включая частный случай – постоянное состояние ( $\omega = 0$ ).

## 8. Прямоугольный импульс и дельта-функция. Их задание, связь и свойства.

Из сигналов конечной длительности значительный интерес представляют прямоугольные импульсы с амплитудой  $A$  и длительностью  $\tau$ . На рис. 2.3а представлен такой импульс, центрированный относительно начала отсчета времени

$$s(t) = \begin{cases} A, & |t| \leq \tau/2, \\ 0, & |t| > \tau/2. \end{cases}$$

Если положить в этом выражении  $A=1$  и устремить  $\tau \rightarrow 0$ , то в пределе такой импульс станет бесконечно узким с бесконечной амплитудой, будучи расположенным при нулевом значении аргумента функции. Очевидно, его площадь при любом  $\tau$  будет равна единице. Он носит название дельта-функции  $\delta(t)$ , или функции Дирака

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0, \\ \infty, & t = 0, \end{cases}$$

причем выполняется условие

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

Разумеется, сигнал в виде дельта-функции невозможно реализовать физически, однако эта функция очень важна для теоретического анализа сигналов и систем. На графиках дельта-функция обычно изображается жирной стрелкой, высота которой пропорциональна множителю, стоящему перед дельта-функцией.

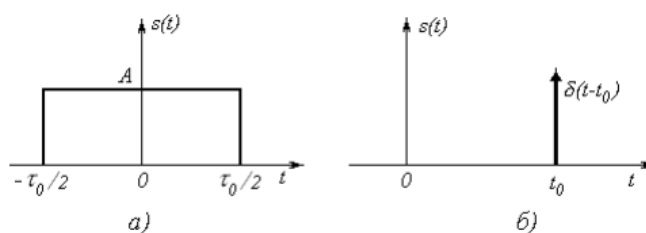


Рисунок 2.3. Сигналы конечной длительности

Одно из важных свойств дельта-функции – так называемое *фильтрующее свойство*. Оно состоит в том, что если дельта-функция присутствует под интегралом в качестве множителя, то результат интегрирования будет равен значению остального подынтегрального выражения в той точке, где сосредоточен дельта-импульс:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0). \quad (2.4)$$

## 9. Разложение непрерывного периодического сигнала в тригонометрический ряд Фурье.

В теории рядов Фурье показано, что функция  $u(t)$  с периодом  $T$  может быть разложена в ряд Фурье по *тригонометрическим (гармоническим) функциям*

$$u(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)]. \quad (2.11)$$

В этой формуле  $\omega = 2\pi/T$  - *круговая (циклическая) частота*. Представление (2.11) возможно только в том случае, если функция  $u(t)$  удовлетворяет так называемым *условиям Дирихле*, а именно:

- интервал  $(-T/2, T/2)$  можно разбить на *конечное* число интервалов, в которых  $u(t)$  непрерывна и монотонна;
- если  $t_0$  является точкой разрыва функции  $u(t)$ , то существуют  $u(t_0 - 0)$  и  $u(t_0 + 0)$ .

Разложение функции в ряд Фурье (2.11) носит название *гармонического (или спектрального) анализа*, так как этот ряд состоит из гармоник с частотами, кратными частоте повторения. Действительно, в рассматриваемом разложении в качестве элементарных функций выступают тригонометрические функции  $\cos(k\omega t)$  при  $k = 0, 1, 2, \dots$  и  $\sin(k\omega t)$  при  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Установлено, что они составляют *полную систему ортогональных функций*.

Величина  $a_0$ , выражающая среднее значение сигнала за период, называется его *постоянной составляющей*. При  $k = 1, 2, 3, \dots$  указанные частные колебания называются *гармониками* частоты  $\omega$ . Гармонику с  $k = 1$  называют *основной* или *первой* гармоникой сигнала. Она задает частоту повторения  $\omega$ . Остальные гармоники называются *высшими*. Их частоты  $k\omega$  кратны частоте повторения. Таким образом, спектр периодических сигналов дискретный – он содержит набор фиксированных частот  $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$

Используя полученные выше общие соотношения, можно показать, что коэффициенты ряда (2.16) определяются по формулам

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \cos(k\omega t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \sin(k\omega t) dt.$$

## 10. Формы представления тригонометрического ряда Фурье.

### Синусно-косинусная форма

В этом варианте ряд Фурье имеет следующий вид:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)). \quad (1.7)$$

Здесь  $\omega_1 = 2\pi/T$  — круговая частота, соответствующая периоду повторения сигнала, равному  $T$ . Входящие в формулу кратные ей частоты  $k\omega_1$  называются *гармониками*; гармоники нумеруются в соответствии с индексом  $k$ ; частота  $\omega_k = k\omega_1$  называется  $k$ -й гармоникой сигнала. Коэффициенты ряда  $a_k$  и  $b_k$  рассчитываются по формулам

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(k\omega_1 t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(k\omega_1 t) dt.$$

Константа  $a_0$  рассчитывается по общей формуле для  $a_k$ . Ради этой общности и введена несколько странная на первый взгляд форма записи постоянного слагаемого (с делением на два). Само же это слагаемое представляет собой среднее значение сигнала на периоде:

## Вещественная форма

Некоторое неудобство синусно-косинусной формы ряда Фурье состоит в том, что для каждой гармоники с частотой  $k\omega_1$  в формуле фигурируют два слагаемых — синус и косинус. Воспользовавшись формулами тригонометрических преобразований, сумму этих двух слагаемых можно трансформировать в косинус той же частоты с иной амплитудой и некоторой начальной фазой:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k), \quad (1.8)$$

где

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \varphi_k = \begin{cases} -\arctg \frac{b_k}{a_k}, & a_k \geq 0, \\ -\arctg \frac{b_k}{a_k} \pm \pi, & a_k < 0. \end{cases} \quad (1.9)$$

Если  $s(t)$  является четной функцией, фазы  $\varphi_k$  могут принимать только значения 0 и  $\pi$ , а если  $s(t)$  — функция нечетная, то возможные значения для фазы равны  $\pm\pi/2$ .

Данная форма представления ряда Фурье является наиболее естественной с "инженерной" точки зрения, однако ее неудобство заключается в том, что параметры  $A_k$  и  $\varphi_k$  не рассчитываются напрямую — они выражаются либо через синусные и косинусные коэффициенты согласно (1.9), либо через коэффициенты рассматриваемой далее комплексной формы ряда Фурье (см. далее формулу (1.11)).

## Комплексная форма

Данная форма представления ряда Фурье является, пожалуй, наиболее употребляемой в радиотехнике. Она получается из вещественной формы представлением косинуса в виде полусуммы комплексных экспонент (такое представление вытекает из формулы Эйлера  $e^{jx} = \cos x + j \sin x$ ):

$$\cos x = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx}).$$

Применив данное преобразование к вещественной форме ряда Фурье, получим суммы комплексных экспонент с положительными и отрицательными показателями:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{2} (\exp(jk\omega_1 t + j\varphi_k) + \exp(-jk\omega_1 t - j\varphi_k)).$$

### 11. Понятие о спектрах детерминированных сигналов.

Спектром сигнала называется совокупность гармонических колебаний, из которых состоит сам сигнал. Он дискретен или линейчат, при этом частоты обратно пропорциональны периоду. Если период возрастёт в 2 раза частоты будут располагаться в 2 раза ближе друг к другу.

Таким образом, периодическую функцию  $S(t)$  можно представить в виде суммы слагаемых, каждое из которых является синусоидальным колебанием с амплитудой  $A_k$  и начальной фазой  $j\varphi_k$ .

Каждая составляющая сигнала с частотой  $k\omega$  называется **гармоникой**. Колебание с частотой  $\omega$  называется первой гармоникой, с частотой  $2\omega$  - второй гармоникой и т.п.

Совокупность амплитуд гармонических составляющих, представленная как функция частоты называется **амплитудным спектром сигнала** (спектром амплитуд).



Аналогично, совокупность значений  $j_k$  гармоник сигнала, представленная на интервале 0-360 град., называется **спектром фаз**.

Совокупность  $A_k$  и  $j_k$  полностью определяют частотный спектр сигнала.

*При уменьшении частоты периодического сигнала число гармонических составляющих в его спектре будет соответственно возрастать, стремясь в пределе к бесконечности. Т*

## 12. Свойства преобразования Фурье.

1. Линейность – спектр суммы есть сумма спектров, умножение на постоянный коэффициент;

2. Задержка сигнала по времени – приводит к умножению спектра сигнала на комплексную экспоненту  $e^{-j\omega t}$ , при этом амплитуда сигнала остаётся неизменной, базовый спектр приобретает дополнительно зависящее от частоты слагаемое  $-\omega t$ ;

3. Изменение длительности сигнала – приводит к изменению ширины спектра в противоположную сторону, зеркальное отражение сигнала относительно начала отсчёта приводит к зеркальному отражению спектра относительно нулевой частоты. Для вещественного сигнала есть комплексное сопряжение; 4. Дифференцирование сигнала – спектр производной получается умножением спектра на  $j\omega$ , при этом низкие частоты ослабляются, а высокие усиливаются, фазовый спектр сдвигается на  $\pm \pi/2$ ;

5. Интегрирование сигнала – спектр производной делится на  $j\omega$ , низкие частоты усиливаются, а высокие ослабляются, фазовый спектр сдвигается на  $\pm \pi/2$  (+ или - зависит от знака частоты);

6. Спектр свёртки равен произведению спектров и наоборот спектр произведения есть свёртка спектра с появлением дополнительного множителя; 7. Умножение сигнала на гармоническую свёртку – ... происходит «раздвоение» спектра на два слагаемых вдвое меньшего уровня, смещённых на частоту  $\omega$  влево и вправо по оси частот. При каждом слагаемом появится множитель, учитывающий начальную фазу колебаний  $\phi_0$ ;

## 13. Свойства спектров дискретных сигналов.

Дискретный же сигнал является последовательностью чисел, поэтому для анализа его спектра обычными (аналоговыми) средствами необходимо сопоставить этой последовательности некоторую функцию. Традиционным способом такого сопоставления является представление отсчетов в виде дельта-функций с соответствующими множителями и задержками. Для последовательности отсчетов  $\{x(k)\}$  получится следующий сигнал:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(t-k).$$

Таким образом, спектр дискретизированного сигнала представляет собой бесконечный ряд сдвинутых копий исходного непрерывного сигнала  $S(t)$ . Расстояние по частоте между соседними копиями спектра равно частоте дискретизации.

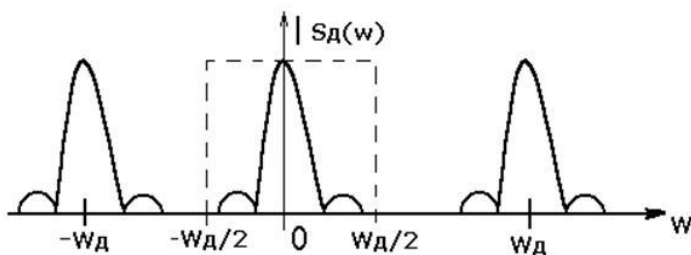
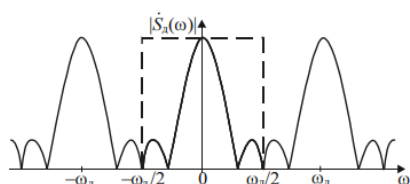
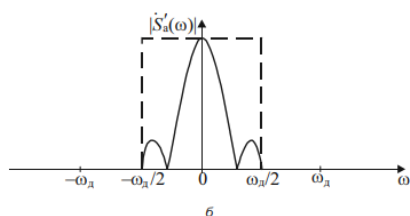
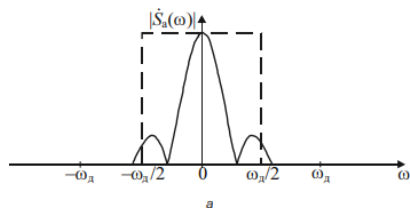


Рис.3 Спектр дискретизированного сигнала



#### 14. Временная дискретизация непрерывных процессов, особенности реализации.

Операция преобразования непрерывных сигналов, называемая дискретизацией, заключается в том, что непрерывная функция непрерывного аргумента представляется в виде совокупности отдельных мгновенных значений функции, взятых в моменты времени, отстоящие один от другого на определенный временной интервал.

Таким образом, дискретизация сигналов представляет собой операцию преобразования непрерывных по времени и амплитуде сигналов в сигналы, дискретные по времени и непрерывные по амплитуде. Такие сигналы называют **дискретными** сигналами.

Значения сигнала, взятые в дискретные моменты времени, называют дискретными отсчетами сигнала. Интервал времени  $\Delta t$  называют периодом или шагом дискретизации.

- Частота дискретизации  $f_d$  сигнала с шириной полосы  $f_b$  должна удовлетворять условию  $f_d > 2f_b$ , в противном случае информация о сигнале будет потеряна
- Эффект наложения спектров возникает, когда  $f_d < 2f_b$
- Эффект наложения спектров широко используются в таких задачах, как прямое преобразование ПЧ в цифровую форму

#### 15. Нежелательные эффекты, возникающие при дискретизации сигналов.

Очевидно, что точное восстановление сигнала возможно, если сдвинутые копии спектра не перекрываются. Для этого необходимо, чтобы частота дискретизации как минимум в два раза превышала верхнюю граничную частоту в спектре сигнала:  $\omega_d > 2\omega_b$  (3.8). В соответствии с теоремой Котельникова требуется, чтобы частота дискретизации аналогового сигнала была, по крайней мере, вдвое больше полосы полезного сигнала, иначе информация об исходном виде аналогового сигнала будет потеряна. Если выбрать частоту дискретизации меньше удвоенной полосы частот преобразуемого аналогового сигнала, то возникает эффект, известный как наложение спектра.

В случае произвольного сигнала, если условие (3.8) не выполняется, сдвинутые копии спектра будут накладываться друг на друга, что приведет к



неизбежным искажениям при восстановлении непрерывного сигнала. Эти искажения вызваны тем, что спектральные составляющие сигнала с частотами, превышающими частоту Найквиста, равную  $\frac{\omega}{2}$ , не могут быть восстановлены правильно — вместо этого они вызывают наложение "хвостов" соседних сдвинутых копий спектра и появление ложных частот.

Если подлежащий дискретизации сигнал может содержать спектральные составляющие с частотами, превышающими частоту Найквиста, полезно предварительно пропустить его через ФНЧ с частотой среза, равной частоте Найквиста

При этом все равно будут потеряны высокочастотные составляющие — сохранить их можно лишь путем повышения частоты дискретизации. Однако в этом случае благодаря отсутствию наложения "хвостов" не произойдет появления ложных частот и диапазон частот  $0 \leq \omega \leq \frac{\omega}{2}$  будет представлен в дискретном сигнале без искажений.

## **16. Случайные процесс как модель сигнала.**

Математическая модель изменяющегося во времени случайного сигнала называется случайным процессом. По определению, случайный процесс  $X(t)$  — это функция особого вида, характеризующаяся тем, что значения, принимаемые ею в любой момент времени  $t$ , являются случайными величинами.

До регистрации (приема) случайный сигнал следует рассматривать именно как случайный процесс, представляющий собой совокупность (ансамбль) функций времени  $x_i(t)$ , подчиняющихся некоторой общей для них статистической закономерности. Одна из этих функций, ставшая полностью известной после приема сообщения, называется реализацией случайного процесса

В отличие от сигналов детерминированных мгновенные значения случайных сигналов заранее не известны могут быть лишь предсказаны с некоторой вероятностью

## **17. Понятие о линейной системе.**

**Линейная система** — любая система, для которой отклик<sup>[1]</sup> системы на сумму воздействий равен сумме откликов на каждое воздействие. В математической модели линейной системы это означает, что оператор преобразования "вход-выход" линеен.

## **18. Понятие передаточной функции.**

Передаточная функция полностью характеризует динамические свойства элемента и поэтому является важнейшей его характеристикой. Зная ее можно определить процесс изменения выходной координаты при наличии входного воздействия и заданных начальных условиях.

## **19. Способы описания линейных систем.**

Дифференциальное уравнение

Связь между входным и выходным сигналами линейной цепи с сосредоточенными параметрами может быть выражена в виде дифференциального уравнения

Функция передачи

Если применить к обеим частям приведенного в предыдущем разделе ДУ (2.9) преобразование Лапласа, получится выражение для операторного коэффициента передачи, или функции передачи цепи

Нули и полюсы

Разложив числитель и знаменатель функции передачи (2.10) на множители, мы получим функцию передачи

Полюсы и вычеты

Еще одним способом преобразования дробно-рациональной функции передачи (2.10) является ее представление в виде суммы простых дробей.

## 20. Характеристики линейных аналоговых систем.

### Характеристики линейных систем:

Импульсная характеристика Линейность и стационарность позволяют легко найти реакцию системы на любой входной сигнал, зная всего одну функцию — реакцию системы на поданную на вход дельта-функцию. Эта реакция, определяемая при нулевых начальных условиях, называется импульсной характеристикой системы и обозначается  $h(t)$ .

Переходная характеристика Переходной характеристикой  $g(t)$  называют реакцию системы на поданную на вход функцию единичного скачка. Так же как и импульсная характеристика, переходная характеристика определяется при нулевых начальных условиях.

Условие физической реализуемости Любая физически реализуемая система обладает свойством причинности — выходная реакция не может возникнуть раньше входного сигнала. Отсюда следует, что для физически реализуемой системы импульсная и переходная характеристики должны быть равны нулю при  $t < 0$ .

Комплексный коэффициент передачи Выходной сигнал линейной системы, как было показано выше, представляет собой свертку входного сигнала и импульсной характеристики. Преобразование Фурье от свертки дает произведение спектров сворачиваемых сигналов, так что в частотной области прохождение сигнала через линейную систему описывается очень просто:  $\dot{S}_{\text{вых}}(\omega) = \dot{S}_{\text{вх}}(\omega) \dot{K}(\omega)$ . Здесь  $\dot{K}(\omega)$  — преобразование Фурье импульсной характеристики системы: Эта функция называется комплексным коэффициентом передачи или комплексной частотной характеристикой системы, а ее модуль и фаза — соответственно амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристиками системы.

Коэффициент передачи по мощности Мощность гармонического сигнала пропорциональна квадрату его амплитуды и не зависит от его фазы. Поэтому коэффициент передачи по мощности равен квадрату модуля комплексного

коэффициента передачи, т. е. квадрату АЧХ:  $K_{\text{мощ}}(\omega) = \dot{K}(\omega) \dot{K}^*(\omega) = |\dot{K}(\omega)|^2$ .

Фазовая и групповая задержка При преобразовании сигнала линейной системой различают два вида задержки. Фазовая задержка (phase delay) на частоте  $\omega$  — это задержка гармонического колебания с частотой  $\omega$ , проходящего через систему. Значение фазовой задержки равно фазовому сдвигу, вносимому системой, деленному на частоту гармонического колебания, с обратным знаком:

$\tau_{\phi}(\omega) = -\varphi_K(\omega)/\omega$ . Групповая задержка (group delay) на частоте  $\omega$  — это задержка огибающей узкополосного сигнала со средней частотой  $\omega$ . Групповая задержка

$$\tau_{\text{гр}}(\omega) = -\frac{d\varphi_K(\omega)}{d\omega}.$$

равна производной от ФЧХ системы с обратным знаком:

Взаимный спектр выходного и входного сигналов Взаимный спектр выходного и входного сигналов линейной системы легко найти, исходя из определения взаимного спектра. комплексный коэффициент передачи системы равен отношению взаимного спектра выходного и входного сигналов к энергетическому спектру

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{S}_{\text{вых-вх}}(\omega)}{|\dot{S}_{\text{вх}}(\omega)|^2}.$$

входного сигнала:

Взаимная корреляция между входом и выходом Применяв обратное преобразование Фурье к формуле (2.4), получим выражение для ВКФ выходного и

$$B_{\text{вых\_вх}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} B_{\text{вх}}(\tau') h(\tau - \tau') d\tau'$$

входного сигналов. Итак, ВКФ выходного и входного сигналов линейной системы представляет собой свертку КФ входного сигнала с импульсной характеристикой системы.

## 21. Способы описания линейных дискретных систем.

**Дискретные системы, как и аналоговые, могут описываться различными способами. Благодаря сходству свойств z-преобразования со свойствами преобразований Лапласа и Фурье способы описания аналоговых и дискретных систем в основном похожи друг на друга.**

Описание дискретной системы разностным уравнением. Наиболее простой формой представления оператора  $R$ , связывающего входную  $x(n)$  и выходную  $y(n)$  последовательности, является разностное уравнение. Под разностным уравнением понимают соотношение, которое определяет связь между последовательностями  $x(n)$ ,  $y(n)$  и их разностями различных порядков. Разностное уравнение называют линейным, если указанное соотношение включает операции сложения и умножения на постоянный множитель.

Импульсная характеристика

**Импульсная переходная функция (весовая функция, импульсная характеристика)** — выходной сигнал динамической системы как реакция на входной сигнал в виде дельта-функции Дирака.

Функция передачи

Применим рассмотренное в *главе 3* z-преобразование к уравнению дискретной фильтрации (4.3). Так как это уравнение представляет собой дискретную свертку, то, согласно свойствам z-преобразования (см. формулу (3.25)), результатом будет являться произведение z-преобразований:

$$Y(z) = X(z) H(z). \quad (4.4)$$

Входящая в (4.4) функция  $H(z)$ , равная отношению z-преобразований выходного и входного сигналов и представляющая собой z-преобразование импульсной характеристики системы, называется *функцией передачи (transfer function)* или *системной функцией* дискретной системы:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) z^{-k}. \quad (4.5)$$

Применив z-преобразование к обеим частям разностного уравнения (4.2), получим

$$\begin{aligned} Y(z)(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}) = \\ = X(z)(1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}). \end{aligned}$$

Отсюда легко получить вид функции передачи:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}}. \quad (4.6)$$

Таким образом, функция передачи *физически реализуемой* дискретной системы может быть представлена в виде отношения полиномов по отрицательным степеням переменной  $z$ .

## Нули и полюсы

Так же как и в аналоговом случае, разложив числитель и знаменатель функции передачи на множители, мы получим функцию передачи в следующем виде:

$$H(z) = k \frac{(1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1}) \dots (1 - z_m z^{-1})}{(1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1}) \dots (1 - p_n z^{-1})}. \quad (4.8)$$

Здесь  $k = b_0$  — коэффициент усиления (*gain*),  $z_i$  — нули функции передачи (*zero*),  $p_i$  — полюсы функции передачи (*pole*). В точках нулей  $H(z_i) = 0$ , а в точках полюсов  $H(p_i) \rightarrow \infty$ . Некоторая специфика формулы разложения связана лишь с тем, что при записи функции передачи дискретной системы используются отрицательные степени переменной  $z$ .

В данном случае дискретная система описывается набором параметров  $\{z_i\}$ ,  $\{p_i\}$ ,  $k$ .

Для вещественных систем нули функции передачи являются вещественными либо составляют комплексно-сопряженные пары. То же относится и к полюсам. Коэффициент усиления при этом всегда вещественный. В случае комплексных систем никаких ограничений на значения рассматриваемых параметров не накладывается.

## Полюсы и вычеты

### Пространство состояний

Сущность представления дискретной системы в пространстве состояний та же, что и в аналоговом случае — имеется вектор параметров, описывающих внутреннее состояние системы, и две формулы, согласно которым производится изменение этого состояния и формирование выходного сигнала в зависимости от текущего состояния и входного сигнала:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{B}x(k), \\ y(k) &= \mathbf{C}\mathbf{s}(k) + D x(k). \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{s}(k)$  — вектор состояния,  $x(k)$  и  $y(k)$  — соответственно отсчеты входного и выходного сигналов,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  и  $D$  — параметры, описывающие систему. Если  $x$  и  $y$  — скалярные сигналы и размерность вектора состояния равна  $N$ , то размерность параметров будет следующей:  $\mathbf{A}$  — матрица  $N \times N$ ,  $\mathbf{B}$  — столбец  $N \times 1$ ,  $\mathbf{C}$  — строка  $1 \times N$ ,  $D$  — скаляр. Если входной и/или выходной сигналы являются векторными, размерность матриц соответствующим образом изменяется.

Преобразование параметров пространства состояний в функцию передачи осуществляется по формуле, аналогичной (2.17), приведенной в главе 2 применительно к аналоговым системам:

$$H(z) = \mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + D.$$

Из этой формулы видно, в частности, что полюсы функции передачи являются собственными числами матрицы  $\mathbf{A}$ .

Как указывалось ранее применительно к аналоговым системам, преобразование коэффициентов функции передачи в параметры пространства состояний не является однозначным. Например, двум возможным вариантам представления одной и той же функции передачи в пространстве состояний соответствуют каноническая и транспонированная формы реализации соответствующего фильтра (см. разд. "Формы реализации дискретных фильтров" далее в этой главе).

## 22. Понятие о нерекурсивном дискретном фильтре.

В частном случае, при  $a_m = 0$ ,  $m = 1, 2, \dots$  из (8.8) получаем

$$y(n) = \sum_{k=0}^{K-1} b_k x(n-k)$$

(8.10).

В этом случае значение выходного дискретного сигнала  $y(n)$  в любой момент  $nT$  определяется лишь значениями входного дискретного сигнала в этот же момент и  $N-1$  его прошлыми значениями. Фильтры, описываемые уравнением (8.10) называются **нерекурсивными**.

*Нерекурсивные фильтры – фильтры без обратной связи!!*

Такие фильтры суммируют некоторое число входных отсчетов, умножая их при этом на постоянные весовые коэффициенты.

### 23. Понятие о рекурсивном дискретном фильтре.

*Рекурсивные фильтры – фильтры с обратной связью!!*

Используя при вычислениях предыдущие отсчеты выходного сигнала

В общем случае **линейным дискретным фильтром** называется дискретная система, удовлетворяющая линейному разностному уравнению

$$y(n) = - \sum_{m=1}^{M-1} a_m y(n-m) + \sum_{k=0}^{K-1} b_k x(n-k)$$

**рекурсивными**

Этого фильтра описывается

$$y_n = - \sum_{j=1}^{N-1} b_j y_{n-j} + \sum_{k=0}^{N-1} h_k x_{n-k},$$

Вообще, дискретный фильтр — это произвольная система обработки дискретного сигнала, обладающая свойствами линейности и стационарности. Под этими свойствами понимается то же, что и в аналоговом случае (см. разд. "Классификация систем" главы 2): линейность означает, что выходная реакция на сумму сигналов равна сумме реакций на эти сигналы, поданные на вход по отдельности, а стационарность — что задержка входного сигнала приводит лишь к такой же задержке выходного сигнала, не меняя его формы.