

The background is a light gray gradient. It is decorated with numerous realistic water droplets of various sizes, some clustered and others isolated. A faint, circular logo is visible in the upper center, featuring a globe and some text that is not legible.

OCTUBRE-RM

IV

Bimestre

mes

de

Octubre

Edades

TIEMPOS

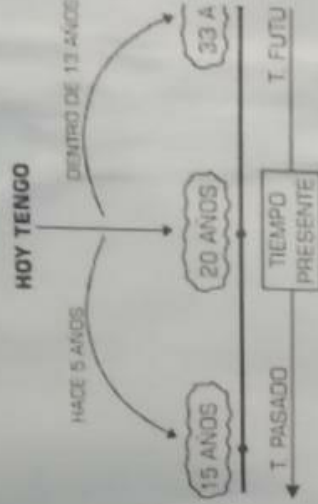
TIEMPOS	EXPRESIONES
Tiempo Presente: Existe un único presente. Se la identifica por las expresiones:	<ul style="list-style-type: none"> tengo mi edad actual es tu eres tenemos hoy la edad
Tiempo Pasado: Puede darse en el problema uno o más tiempos, se reconocen por:	<ul style="list-style-type: none"> hace 8 años tenías cuando yo tenía etc.
Tiempo Futuro: Al igual que el tiempo pasado, pueden darse uno o más tiempos, se identifican por:	<ul style="list-style-type: none"> dentro de tu tendrás nosotros tendremos etc.

EDAD

Un lapso perteneciente a la existencia de un sujeto, se generalmente en años, pero puede darse en días o meses. Para facilitar la resolución clasificaremos los problemas en 2 tipos:

Tipo I: Cuando interviene la edad de un sólo sujeto

Ejemplo: Hoy tengo 20 años ¿podría decir que edad hace 5 años y cuántos años cumpliré dentro de 13



Tipo II: Cuando intervienen las edades de dos o más sujetos

ejeros.

Ejemplo: Hace 5 años Pedro tenía el doble de la edad que tenía Juan. ¿Cuál es la edad actual de Juan si se sabe que dentro de 5 años se cumplirá que la edad de Juan será los 2/5 de la que tenga Pedro?

Resolución:

	Hace 5 años	Hoy	Dentro de 5 años
Juan	x	x + 5	x + 10
Pedro	2x	2x + 5	2x + 10

OBSERVACIÓN

Año Nacimiento + Edad Actual = Año actual
si la persona ya cumplió años.

Año Nacimiento + Edad Actual = Año actual + 1
si la persona aún no cumplió años.

$$X + 10 = \frac{3}{5}(2X + 10)$$

$$5X + 50 = 6X + 30$$

$$X = 20$$

Edad actual es 25 años

OBSERVACIÓN

Supongamos que la edad de tres personas tres tiempos sean los siguientes:

	Pasado	Presente
Yo	5	8
Tu	7	11
El	10	14



- $5 + 11 = 7 + 97$
- $8 + 17 = 11 + 15$
- $7 + 20 = 10 + 17$

Concuerdo del aspa. La suma en años colocados simétricamente nos da resultado.

Problema 1

Cuando se le pregunta la edad de Nancy, ella responde:

1. Dentro de 5 años tendré las $\frac{3}{2}$ de lo que tuve hace 6 años.

¿Cuántos años tendrá Nancy dentro de 8 años?

Edad Nancy actual = x

$$x + 5 = \frac{3}{2} (x - 6)$$

$$2x + 10 = 3x - 18$$

$$28 = x$$

Dentro de 8 años

$$28 + 8 = 36$$

problema 2

Si tenemos que:

La edad de Roxana es el triple de la edad de Vanesa y hace 9 años la suma de sus edades es 22.

	hace 9 años	Edad actual	
Roxana	$3x - 9$	$3x$	$= 30$
Vanesa	$x - 9$	x	$= 10$
		$\underbrace{\hspace{2cm}}$	22

$$3x - 9 + x - 9 = 22$$

$$4x - 18 = 22$$

$$4x = 40$$

$$x = 10$$

II: La edad de Enrique es el cuádruple de la edad de Esteban y dentro de 13 años ambas edades sumarán 56.

Enrique
Edad Actual
 $4x = 24$

Esteban
 $x = 6$

Dentro de 13 años
 $4x + 13$

$x + 13$

$$4x + 13 + x + 13 = 56$$

$$5x + 26 = 56$$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$

$$\text{Suma de todas} = 30 + 10 + 24 + 6 = 70$$

problema 3

La edad de Patty es el doble de la edad de Eduardo y en 4 años la suma de sus edades es 39. ¿Cuántos años tendrá Patty dentro de 5 años?

	Hace 4 años	Edad Actual	Dentro de 5 años
P		$2x$	$2x + 5$
E	x	$x + 4$	

$$x + 4 + 2x + 5 = 39$$

$$3x + 9 = 39$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

$$9 = 2x - (x + 4)$$

$$9 = 20 - 14 = 6$$

Problema 4

La edad de Paola es el triple de la edad de Alberto.

Hace cuatro años la suma de sus edades era la mitad de la edad que tendrá Paola dentro de 14 años. Hallar la edad actual de Paola.

	Hace 4 años	Edad Actual	Dentro de 14 años	
Paola	$3x - 4$	$3x$	$3x + 14$	$4x - 8 = \frac{1}{2} (3x + 14)$
Alberto	$x - 4$	x	$x + 14$	$8x - 16 = 3x + 14$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$

Edad actual de Paola es 18 años

$$S = 4x - 8$$

Problema 5

Yo tengo 24 años, mi edad es la mitad de la que tendrás cuando yo tenga la edad que tú tienes ahora. Entonces cuánto tiene tú?

	P	T
Yo	24	x
Tú	x	48

$$2x = 24 + 48$$

$$x = 36$$

Problema 6

La edad de Priscila es el séptuplo de la edad de Carlos, pero hace 2 años era el séptuplo. Hallar la edad actual de Carlos.

	Hace 2 años	E. Actual
A	$6x - 2$	$6x$
C	$x - 2$	x

$$6x - 2 = 7(x - 2)$$

$$6x - 2 = 7x - 14$$

$$x = 12$$

Problema 7

La edad de Eduardo es el séptuplo de la edad de Abel, pero hace 5 años era el nonuplo. Hallar la edad actual de Abel.

	Hace 5 años	E. Actual
E	$7x - 5$	$7x$
A	$x - 5$	x

$$7x - 5 = 9(x - 5)$$

$$7x - 5 = 9x - 45$$

$$40 = 2x$$

$$20 = x$$

Problema 8

Yo tengo el triple de la edad que tenías cuando yo tenía la edad que tienes. Si la suma de nuestras edades suman 80 años. ¿Qué edad tengo yo actualmente?

	Pasado	Presente
yo	$2x$	$3x$
tu	x	$2x$

$$5x = 50$$

$$x = 10$$

Yo tengo 30 años

$$5 = 50$$

problema 9

La edad de Daniel es el doble de la edad de Manuel, pero hace 15 años era el triple. Hallar la suma de sus edades.

	Hace 15 años	Dentro
D	$2x - 15$	$2x$
M	$x - 15$	x

$$2x - 15 = 3(x - 15)$$

$$2x - 15 = 3x - 45$$

$$30 = x$$

$$\text{Suma} = 30 + 60 = 90$$

problema 10

La edad de Alberto dentro de 10 años será el triple de la edad de Ernesto, pero en el presente es el cuádruplo.

Hallar la edad actual de Alberto.

	E. Actual	Dentro 10 años
A	$3x - 10$	$3x$
E	$x - 10$	x

$$3x - 10 = 4(x - 10)$$

$$3x - 10 = 4x - 40$$

$$30 = x$$

Edad Actual de Alberto es 80 años

problema 11

Yo tengo el nonuplo de la edad que tenías cuando yo tenía la edad que tienes. Si la suma de nuestras edades es 28 años. ¿Qué edad tienes tú, actualmente?

	Pasado	Presente
yo	$5x$	$9x$
tú	x	$5x$

$$14x = 28$$

$$x = 2$$

Por lo tanto tú tienes 10 años

$$5 = 28$$

problema 12

La edad de Daniel es el doble de la edad de Manuel, pero hace 15 años era el triple. Hallar la suma de las edades actuales.

	Hace 15 años	Edad Actual
D	$2x - 15$	$2x$
M	$x - 15$	x

$$2x - 15 = 3(x - 15)$$

$$2x - 15 = 3x - 45$$

$$x = 30$$

$$D = 30 + 60 = 90$$

Tarea

1. Dentro de 4 años tendré el doble de la edad que tenía hace 5 años. ¿Qué edad tendré dentro de 7 años?

Edad Actual = x

$$x + 4 = 2(x - 5)$$

$$x + 4 = 2x - 10$$

$$14 = x$$

$$14 + 7 = 21 \text{ años}$$

2. La suma de la edad que tendré dentro de 10 años con la que tenía hace 10 años es 80. Hallar mi edad actual.

Edad Actual = x

$$x + 10 + x - 10 = 80$$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$

3. La edad actual de Mon es el cuádruplo de la edad de Pedro, pero hace 4 años era el quíntuplo. Hallar la edad actual de Pedro.

	Hace 4 años	Actual
Mon	$4x - 4$	$4x$
Pedro	$x - 4$	x

$$4x - 4 = 5(x - 4)$$

$$4x - 4 = 5x - 20$$

$$16 = x$$

Pedro tiene 16 años

8. La edad actual de Jacobo dentro de 6 años será el cuádruplo de la edad de Vicente, pero en el presente es el sextuplo. Hallar la edad actual de Vicente.

	Actual	Dentro 6 años
Jacobo	$6x$	$6x+6$
Vicente	x	$x+6$

$$\begin{aligned}
 6x+6 &= 4(x+6) \\
 6x+6 &= 4x+24 \\
 2x &= 18 \\
 x &= 9
 \end{aligned}$$

Vicente tiene
9 años

9. La edad de Ana dentro de 7 años será el quintuplo de la edad de Hernán, pero en el presente es el septuplo. Hallar la edad actual de Hernán.

	Actual	Dentro 7 años
Ana	$7x$	$7x+7$
Hernán	x	$x+7$

$$\begin{aligned}
 7x+7 &= 5(x+7) \\
 7x+7 &= 5x+35 \\
 2x &= 28 \\
 x &= 14
 \end{aligned}$$

Hernán tiene 14 años

Suma Notables

$$18-10=24$$

Series notables

A. Serie de los primeros números enteros positivos

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

"n": Número de términos

B. Serie de los primeros números pares positivos

$$2+4+6+\dots+2n = n(n+1)$$

"n": Número de términos

C. Serie de los primeros números impares positivos

$$1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$$

"n": Número de términos

D. Serie de los cuadrados de los primeros números enteros positivos

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

"n": Número de términos

E. Serie de los cubos de los primeros números enteros positivos

$$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

"n": Número de términos

PRÁCTICA

problema 1

$$1 + 3 + 5 + \dots + 105$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 162$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 142$$

$$12 = 6642$$

$$107 = 9972$$

$$1 = 2809$$

$$1 = 10153$$

$$1 = 5407$$

(1)

$$\begin{aligned} 2n-1 &= 105 \\ 2n &= 106 \\ n &= 53 \end{aligned}$$

$$53^2 = 2809$$

(2)

$$\begin{aligned} 2n &= 162 \\ n &= 81 \end{aligned}$$

$$(81)(162) = 6642$$

(13)

$$\frac{142 \times 143}{2} = 10153$$

Problema 2

$$29 + 30 + 31 + \dots + 68 \rightarrow 1940$$

$$35 + 37 + 39 + \dots + 81 \rightarrow 1392$$

$$18 + 20 + 22 + \dots + 74 \rightarrow 1334$$

Consecutivos

$$I = (1+2+\dots+28) + 68 + (1+2+\dots+28)$$

$$E = \frac{28 \times 69}{2} - \frac{28 \times 29}{2}$$

$$I = 2346 - 406 = 1940$$

Impares

$$F = (1+3+5+\dots+33) + 81 - (1+3+5+\dots+33)$$

$$\begin{aligned} F &= 2n-1=81 & - & 2n-1=33 \\ 2n &= 82 & & 2n=34 \\ n &= 41 & & n=17 \end{aligned}$$

$$F = 1681 - 289 = 1392$$

Pares

$$G = (2+4+6+\dots+16) + 74 - (2+4+6+\dots+16)$$

$$\begin{aligned} G &= 2n=74 & - & 2n=16 \\ n &= 37 & & n=8 \end{aligned}$$

$$G = 37 \times 38 = 1406 - 8 \times 9 = 72$$

$$G = 1406 - 72 = 1334$$

problema 3

Proposición	V o F
El valor de M es 861	✓
M = 21+23+25+...+61	
El valor de E es 1656	✓
E = 48+48+50+...+92	
El valor de P es 3591	✓
P = 9+10+11+...+22	

$$\begin{aligned} M &= (1+3+\dots+19) + 61 - (1+3+\dots+19) \\ M &= 2n-1=19 & - & 2n-1=61 \\ 2n &= 20 & & 2n=62 \\ n &= 10 & & n=31 \end{aligned}$$

$$M = \frac{2}{(31)^2} - \frac{2}{(10)^2} = 961 - 100 = 861$$

$$\begin{aligned} E &= (2+4+\dots+44) + 92 - (2+4+\dots+44) \\ E &= 2n=2n & - & 44=2n \\ 46 &= n & & 22=n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= (1+2+\dots+22) + 22 - (1+2+\dots+22) \\ P &= \frac{22 \times 23 \times 45}{6} - \frac{8 \times 9 \times 17}{6} \\ P &= 3795 - 204 = 3591 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (46)(47) - (22)(23) \\ 2162 - 506 &= 1656 \end{aligned}$$

problema 4

proposición	F o V
Si: $1+2+3+\dots+n=1830$	V
entonces: $n=60$	
Si: $2+4+6+\dots+m=306$	F
entonces: $m=17$	
Si: $1+3+5+\dots+n=11025$	F
entonces: $n=105$	

$$1+2+3+\dots+n=1830$$

$$n=60 \rightarrow \frac{60 \cdot 61}{2} = 1830$$

$$2+4+6+\dots+m=306$$

$$m=2n \rightarrow m=2(17)=34$$

$$n(n+1)=17 \times 18=306$$

$$n=2n-1 \rightarrow n=2(105)-1=209$$

$$(n)^2 = (105)^2 = 11025$$

problema 5

↓ olle $S+D+E+G$

$$S=1+2+3+\dots+50$$

$$\frac{50(51)}{2} = 1275$$

$$D=2+4+6+\dots+100$$

$$2n=100 \quad 50 \times 51 = 2550$$

$$n=50$$

$$E=1+3+5+\dots+101$$

$$2n-1=101 \quad \frac{(51)^2}{2} = 2601$$

$$2n=102$$

$$n=51$$

$$G=1+4+9+\dots+1600$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$1^2 \quad 2^2 \quad 3^2 \quad 40^2$$

$$G = \frac{40(41)(80+1)}{6} = \frac{40 \cdot 41 \cdot 81}{6} = 22140$$

$$S+D+E+G=28556$$

problema 6

$$1+2+3+\dots+x=465$$

$$x=30 \quad \frac{30 \cdot 31}{2} = 465$$

problema 7

$$81+100+121+\dots+x=21936$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$9^2 \quad 10^2 \quad 11^2$$

problema 7

Halla x

$$81 + 100 + 121 + \dots + x = 21936$$

$$9^2 + 10^2 + 11^2 + \dots + x = 21936$$

$$x = n^2$$

$$(1^2 + 2^2 + \dots + 8^2) + 9^2 + \dots + n^2 - (1^2 + 2^2 + \dots + 8^2) = 21936$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{8 \times 9 \times 7}{6} = 21936$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 21936 + 204 = 22140 = \frac{40 \times 41 \times 81}{6}$$

$$x = 40 \rightarrow x = (40)^2 = 1600$$

problema 8

Halla $S + D$

$$S = 2 + 6 + 12 + 20 + \dots + 210$$

$$D = 6 + 24 + 60 + 120 + \dots + 1320$$

$$S = 2 + 6 + 12 + 20 + \dots + 210$$

$$S = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 14 \times 15$$

$$S = \frac{14 \times 15 \times 16}{3} = 1120$$

$$D = 6 + 24 + 60 + \dots + 1320$$

$$D = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + 10 \times 11 \times 12$$

$$D = \frac{10 \times 11 \times 12 \times 13}{4} = 4290$$

$$S + D = 5410$$

problema 9

Halla x :

$$2 + 6 + 12 + 20 + \dots + x = 1632$$

$$x = n(n+1)$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n(n+1) = 1632$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} = 1632$$

$$n(n+1)(n+2) = 4896 = 16 \times 17 \times 18$$

$$n = 16$$

$$x = 16 \times 17 = 272$$

problema 10

Halla S :

$$S = 1 + 8 + 27 + \dots + 800$$

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3$$

$$S = \left(\frac{20 \times 21}{2} \right)^2 = 44100$$

problema 11

Halla x

$$x = 343 + 512 + 729 + \dots + 27000$$

$$x = 7^3 + 8^3 + 9^3 + \dots + 30^3$$

$$x = \left(\frac{30 \times 31}{2} \right)^2 - \left(\frac{6 \times 7}{2} \right)^2 = 216225 - 441 = 215784$$

problema 12

alle : M

$$M = 0,01 + 0,08 + 0,27 + \dots + 270$$

$$100M = 1 + 8 + 27 + \dots + 27000$$

$$100M = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 30^3$$

$$100M = \left(\frac{30 \times 31}{2} \right)^2 = 216\,225$$

$$M = 2162,25$$

Problema 13

Halle S:

$$S = 1(3) + 2(5) + 3(7) + \dots + 20(41)$$

$$S = 1(1+2) + 2(2+3) + 3(3+4) + \dots + 20(20+21)$$

$$S = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2) + (1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 20 \times 21)$$

$$S = \frac{20 \times 21 \times 22}{6} + \frac{20 \times 21 \times 22}{3} = 2870 + 3080 = 5950$$

Problema 14

Calcule la suma de los 20 primeros términos

$$S = 4 + 11 + 22 + 37 + 56 + \dots$$

Diagram illustrating the sequence and differences:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 4 & , & 11 & , & 22 & , & 37 & , & \dots \\
 & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \\
 & 3 & & 7 & & 11 & & 15 & & \\
 & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \\
 & +4 & & +4 & & +4 & & +4 & &
 \end{array}$$

$$T_n = a n^2 + b n + c$$

$$a=2 \quad ; \quad b=3-2=1 \quad c=1$$

$$S = 2 \left(\frac{20 \times 21 \times 41}{6} \right) + \frac{20 \times 21}{2} + 20$$

Tarea

1: **I**ndicar verdadero o falso

Proposición	V o F
E l valor de H'' es 460 166 ; si: $M = 82 + 84 + 86 + \dots + 1364$	F
E l valor de H'' es 26 334 ; si: $9 + 18 + 27 + 36 + \dots + 684$	F

$$M = 12 + 4 + 6 + \dots + 80 + 1364 - (2 + 4 + 6 + \dots + 80)$$

$$2n = 1364$$

$$n = 682$$

$$2n = 80$$

$$n = 40$$

$$(682)^2 - (40)^2 = 465124 - 1600 = 463524$$

$$H = 9 + 18 + 27 + 36 + \dots + 684$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9 \times 1 & 9 \times 2 & 9 \times 3 & 9 \times 4 & 9 \times 76 \end{matrix}$$

$$\frac{(9 \times 76)(9 \times 77)}{2} = \frac{684 \times 693}{2} = 237006$$

2: **H**allar: $L = 1 + 2 + 3 + \dots + 876$

$$L = \frac{876 \times 877}{2} = 384126$$

3: **H**allar $M = 2 + 4 + 6 + \dots + 3028$

$$M = 2n = 3028$$

$$n = 1514$$

$$1514 \times 1515 = 2293710$$

4: **H**allar $P = 1 + 3 + 5 + \dots + 52711$

$$2n - 1 = 52711$$

$$2n = 52712$$

$$n = 26356$$

$$P = \frac{(26356)^2}{2} = 694638736$$

5: **H**allar las cifras del resultado de E''

$$E = 1 + 4 + 9 + \dots + 804609$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1^2 & 2^2 & 3^2 & 1897^2 \end{matrix}$$

$$E = \frac{897(898) \times 1795}{6} = 240980545$$

$$\Sigma \text{ cifras} = 2 + 4 + 1 + 9 + 8 + 5 + 4 + 5 = 37$$

Letras

25-10-21

Ejemplo

En la urna se tienen las siguientes esferas: 25 celestes, 15 rojas y 10 negras, calcular: ¿Cuál es el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza...?

- 1- 4 esferas celestes
- 2- Una esfera negra
- 3- 8 blancas o 3 negras
- 4- 5 celestes o 10 rojas
- 5- 9 de igual color
- 6- 12 del mismo color
- 7- 2 de diferentes colores
- 8- 3 de diferentes colores
- 9- Una blanca y un celeste
- 10- 8 rojas y 11 blancas
- 11- Todas blancas
- 12- Un grupo completo
- 13- Un par de esferas de diferentes colores
- 14- 7 esferas del mismo color en 2 de los 4 colores
- 15- 6 esferas del mismo color en 3 de los 4 colores

Resol

Blancas: 25

Celestes: 20

Rojas: 15

Negras: 10

1- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **4 esferas celestes**.

$$? = 25B + 15 + 10N + 4C = 54$$

2- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **Una esfera negra**.

$$? = 25B + 20C + 15R + 1N = 61$$

3- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **8 blancas o 3 negras**.

$$? = 20C + 15R + 7B + 2N + 1 = 45$$

4- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **5 celestes o 10 rojas**.

$$? = 25B + 10N + 5C + 9R + 1 = 50$$

5- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **9 de igual color**.

$$? = 8B + 8C + 8R + 8N + 1 = 33$$

6- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **12 del mismo color**.

$$? = 10N + 11B + 11C + 11R + 1 = 44$$

7- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **2 de diferentes colores**.

$$? = 25B + 1 = 26$$

8- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **3 de diferentes colores**.

$$? = 25B + 20C + 1 = 46$$

9- Se pide el menor número de esferas que se debe extraer al azar para obtener con certeza **una blanca y un celeste**.

$$? = 15R + 10N + 20C + 1B = 46$$

$$? = 15R + 10N + 25B + 1C = 51$$

problema 1

Maria ha guardado un cajón de su cómoda 6 pares de guantes blancos, 5 pares de guantes negros y 3 pares de guantes azules. Indicar (V) o (F) según corresponda.

Proposición

V/F

• Para obtener con certeza 3 guantes negros se extraen al azar y como mínimo, 21 guantes.

→ F

• Para obtener con certeza dos guantes izquierdos, se extraen al azar y como mínimo, 16 guantes.

→ V

• Para obtener con certeza un par de guantes utilizables, se extraen al azar y como mínimo, 10 guantes.

→ V

• Para obtener con certeza un par no utilizable, se extraen al azar y como mínimo 3 guantes.

→ V

Resol

6 pares guantes blancos

5 pares guantes negros

3 pares guantes azules

$$1: 12B + 6A + 3N = 30$$

$$2: 6BD + 5ND + 3AN + 2 = 16$$

$$3: 6DB + 5DN + 3DA + 1 = 15$$

$$4: 12B + 10N + 2A = 24$$

$$5: 1DB + 1ND + 1 = 3$$

• Para obtener con certeza un par azul y un par negro se extraen al azar y como mínimo 24 guantes.

→ V

problema 2

En cierto bolso hay 13 bolas numeradas con el orden de los primeros 13 enteros positivos. Indicar (V) o (F) según corresponda.

Proposición

• Para obtener con certeza 2 bolas con numeración impar, se extraen al azar y como mínimo, 9 bolas.

13

• Para obtener con certeza 1 bola cuyo número sea primo, se extraen al azar y como mínimo, 9 bolas.

• Para obtener con certeza 4 bolas con numeración consecutiva se extraen al azar y como mínimo, 11 bolas.

13 bolos (1 a 13)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

• ? = 6 pares + 2 impares = 8

• ? = 7 (no son primos) + 1 = 8

• ? = 10 rojos + 1 = 11

problema 3

Se tienen 52 cartas (13 de cada palo). Calcular cuántas cartas se deben extraer como mínimo para tener la seguridad de haber extraído:

A: 9 cartas rojas

B: 3 cartas de numeración impar

C: 4 cartas de numeración par

D: Un 5

E: tres cartas de corazones y 5 de espadas

F: Una carta mayor a 9

G: Dos cartas de figuras diferentes

Resol

52 cartas (26 rojos y 26 negros)

52 cartas (13E, 13C, 13T, 13D)

13E (# pares = 6 ; # impares = 7)

13E (# primos = 6 ; no primo = 7)

13E (# cartas mayor de 9 = 4)

A = 26N + 9R = 35

B = 24P + 3 = 27

C = 28(Impares) + 4 = 32

D = 48 + 1 = 49

E = 13T + 13D + 13C + 5E = 44

F = 36 + 1 = 37

G = 13E + 1 = 44

problema 4

En una caja se tienen 8 pares de medias blancas y 5 pares de medias azules.

¿Cuántas medias como mínimo se deberían extraer para tener la seguridad de obtener un par de medias utilizables?

8 pares de medias blancas

5 pares de medias azules

? = 18 + 1 + 1 = 20

problema 5

Se tienen en una urna 30 esferas numeradas del 1 al 30.

¿Cuántas esferas se tienen que extraer al azar y como mínimo para tener la seguridad de obtener dos esferas con numeración consecutiva?

? = 15P + 1 = 16

problema 6

En una urna se tienen boleros numerados del 1 al 20. Se premiará al que saque al azar cierta cantidad de boleros cuya suma de valores sea no menor de 30. ¿Cuántos se deben extraer como mínimo para estar seguro de recibir un premio?

Cuya suma no sea menor de 30.

cf: 30, 31, 32, ..., 39

$$? : (F1 + F2 + \dots + F7) + 1 = 8$$

10: Se pide el menor número de esferas, que se debe extraer al azar para obtener con certeza **8 rojas y 11 blancas**.

$$? = 20C + 10N + 15R + 11B = 56$$

$$? = 20C + 10N + 25B + 8R = 63$$

11: Se pide el menor número de esferas, que se debe extraer al azar para obtener con certeza **todas blancas**.

$$? = 20C + 15R + 10N + 25B = 70$$

12: Se pide el menor número de esferas, que se debe extraer al azar para obtener con certeza **un grupo completo**.

$$? = 24B + 19C + 14R + 9N + 1 = 67$$

13: Se pide extraer el menor número de esferas, que se debe extraer al azar para obtener con certeza **un par de esferas de diferentes colores**.

$$? = 25B + 1 = 26$$

14: Se pide el menor número de esferas, que se debe extraer al azar para obtener con certeza **7 esferas del mismo color de 2 de los 4 colores**.

$$? = 25B + 6C + 6R + 6N + 1 = 44$$

15: Se pide el menor número de esferas, que se debe extraer al azar para obtener con certeza **6 esferas del mismo color de 3 de los 4 colores**.

$$? = 25B + 20C + 5R + 5N + 1 = 56$$