



Universidade Federal de Viçosa
INF 222 - Computação Experimental - 2023/2
Trabalho Prático 2 - Teste de hipóteses

Integrantes: Danilo Freitas Vieira - 108201
Yuri Cardoso Bragine - 108199

Introdução: O avanço da tecnologia e a crescente demanda por serviços de internet de alta velocidade têm levado a uma proliferação de provedores de acesso à internet. No entanto, a qualidade das conexões oferecidas por esses provedores nem sempre atende às expectativas dos consumidores. Para garantir que os serviços de internet estejam em conformidade com as regulamentações estabelecidas, a Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) estabelece normas e requisitos técnicos que os provedores devem cumprir.

Nesse contexto, a Computação Experimental desempenha um papel fundamental na análise e verificação da conformidade dos serviços de internet oferecidos pelos provedores. Este trabalho prático tem como objetivo realizar medições das taxas de download e upload fornecidas pelos provedores e aplicar testes de hipóteses para verificar se essas taxas estão em conformidade com as normas da ANATEL.

Ao longo deste trabalho, abordaremos os princípios fundamentais dos testes de hipóteses, a coleta de dados relevantes por meio de medições das taxas de download e upload, utilizando provedores de teste online, e a aplicação de técnicas estatísticas para avaliar se as diferenças observadas são estatisticamente significativas. Ao fazer isso, poderemos contribuir para a garantia de que os consumidores recebam serviços de internet de qualidade esperada e estejam protegidos contra práticas inadequadas por parte dos provedores, assegurando assim um ambiente mais transparente e justo no setor de telecomunicações.

Neste relatório, apresentamos a metodologia adotada, a análise estatística dos dados, as conclusões obtidas e suas implicações.

Metodologia:

Neste trabalho, empregaremos uma metodologia abrangente que envolve coleta de dados, análise estatística e verificação de conformidade com as normas da ANATEL. O processo pode ser dividido nas seguintes etapas:

Coleta de Dados:

Utilizaremos ferramentas online amplamente reconhecidas para medição das taxas de download e upload, como o Ookla Speedtest(<https://www.speedtest.net>), o medidor usado pelo próprio Google M-Lab(<https://speed.measurementlab.net/#/>) e o da ESAQ (<https://www.brasilbandalarga.com.br>). Essas ferramentas oferecem uma interface amigável e são capazes de fornecer medições confiáveis da qualidade da conexão à internet.

Realizaremos várias medições em diferentes momentos, e contextos para garantir uma amostra representativa dos serviços do provedor em questão.

Registraremos os resultados das medições, incluindo as taxas de download e upload, as datas e horários em que foram realizadas e o provedor do teste utilizado

Análise Estatística:

Utilizaremos ferramentas estatísticas, como testes de hipóteses, para avaliar se as taxas de download e upload observadas são estatisticamente diferentes das expectativas estabelecidas pela ANATEL.

Formularemos hipóteses nulas (H0) e alternativas (H1) relacionadas à conformidade das taxas medidas com as normas da ANATEL. Por exemplo, uma hipótese nula poderia afirmar que as taxas médias estão de acordo com as normas, enquanto a hipótese alternativa sugeriria que há uma discrepância.

Aplicaremos testes de hipóteses, como o teste t de Student, o teste de Wilcoxon ou teste de Kruskal-Wallis dependendo da distribuição dos dados, para verificar a significância estatística das diferenças encontradas.

Ferramentas Tecnológicas:

Para a análise estatística dos dados, utilizaremos linguagens de programação, como Python, para realizar cálculos e gerar gráficos.

Bibliotecas estatísticas, como SciPy e NumPy, serão aplicadas para implementar os testes de hipóteses e calcular os valores-p, essenciais para a interpretação dos resultados.

Visualizaremos os resultados por meio de gráficos e tabelas para tornar as descobertas mais acessíveis e compreensíveis.

Interpretação dos Resultados:

Após a análise estatística, interpretaremos os resultados à luz das normas da ANATEL. Avaliaremos se os provedores estão em conformidade ou não, com base na significância estatística das diferenças encontradas.

Relataremos de forma clara e objetiva as conclusões do estudo, destacando qualquer não conformidade e suas implicações para os consumidores.

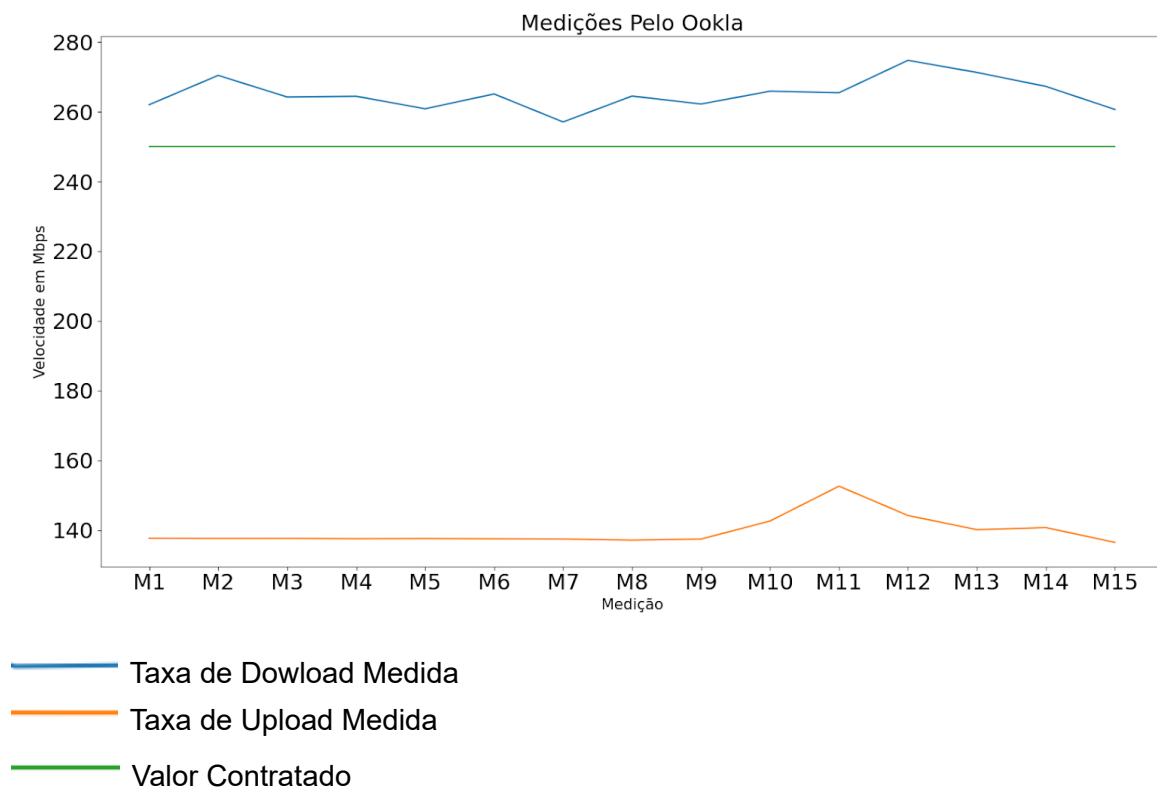
Medição dos dados:

1. Medidas de velocidade:

Data e hora	Medidor do teste	Taxa de Download (MBPS)	Taxa de Upload (MBPS)
25/10 18:40	Ookla	262.03	137.67
25/10 20:00	Ookla	270.44	137.63
25/10 21:00	Ookla	264.24	137.64
25/10 22:00	Ookla	264.45	137.54

25/10 23:00	Ookla	260.86	137.59
25/10 00:00	Ookla	265.11	137.51
25/11 01:00	Ookla	257.08	137.44
26/11 12:00	Ookla	264.51	137.13
26/11 13:00	Ookla	262.22	137.43
26/11 20:40	Ookla	265.90	142.61
26/11 22:00	Ookla	265.46	152.61
27/11 11:00	Ookla	274.76	144.19
27/11 12:00	Ookla	271.28	140.13
27/11 14:00	Ookla	267.27	140.72
27/11 14:40	Ookla	260.67	136.48

Vejamos o gráfico que representa a tabela acima:



Analisando o gráfico podemos, de antemão, deduzir que há forte indício de que a média da velocidade de Download medida pelo Ookla é maior do que o valor contratado, já que não há uma medição de Download abaixo da linha de 250 MBPS. O que indica, portanto, que provavelmente o provedor está de acordo com as regras da ANATEL.

Dados das taxas de **Upload**:

Média das taxas de upload	139.62
Variância das taxas de upload	17.87
Desvio padrão das taxas de upload	4.23
Mediana das taxas de upload	137.63

Dados das taxas de **Download**:

Média das taxas de download	265.09
Variância das taxas de download	20.48
Desvio padrão das taxas de download	4.52
Mediana das taxas de download	264.51

Cálculo dos intervalos de confiança:

Supondo que a média segue uma distribuição normal, como as amostras são pequenas e desconhecemos os desvios padrão populacionais, podemos utilizar a tabela t de Student para descrevermos nossos intervalos de confiança:

Sendo:

- **X** a média amostral;
- **t** o valor da tabela de Student para n-1 graus de liberdade e com nível de significância desejado;
- **s** o desvio padrão amostral;
- **n** o tamanho da amostra;

temos que o intervalo de confiança para a média populacional é dado por:

$$X - t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq X + t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Para uma confiança de 95%, devemos procurar t(0.025, 14) na tabela de Student: logo, **t = 2.145**.

Utilizando a linguagem de programação **Python** para a realização desses cálculos:

```
Python
from exe1 import media, desvio_padrao_ou_variancia

# Cálculo do intervalo de confiança de 95% para as taxas de Download e
# Upload

# As funções media e desvio_padrao_ou_variancia são referentes aos
# exercícios iniciais da disciplina de Computação Experimental

def intervalo(taxas, t):
    mediaTaxas = media(taxas)
    desvioTaxas = desvio_padrao_ou_variancia(taxas)
    lowerBound = mediaTaxas - t * desvioTaxas / (len(taxas)**0.5)
    upperBound = mediaTaxas + t * desvioTaxas / (len(taxas)**0.5)

    return (lowerBound, upperBound)

taxasDownload = [262.03, 270.44, 264.24, 264.45, 260.86, 265.11, 257.08,
264.51, 262.22, 265.90, 265.46, 274.76, 271.28, 267.27, 260.67]

taxasUpload = [137.67, 137.63, 137.64, 137.54, 137.59, 137.51, 137.44,
137.13, 137.43, 142.61, 152.61, 144.19, 140.13, 140.72, 136.48]

print(intervalo(taxasDownload, 2.145))
# Lower Bound Download = 262.57925488000376
# Upper Bound Download = 267.5914117866629

print(intervalo(taxasUpload, 2.145))
# Lower Bound Upload = 137.27988990514942
# Upper Bound Upload = 141.9627767615173
```

Intervalo de confiança para a média das taxas de Download	$262.579 \leq \mu \leq 267.591$
Intervalo de confiança para a média das taxas de Upload	$137.279 \leq \mu \leq 141.962$

Admitindo que as médias **não sigam** uma distribuição normal:

Como os dados não seguem uma distribuição normal, podemos usar técnicas de reamostragem para construir um intervalo de confiança para a média desses valores

```

Python
import numpy as np

def intervalo(taxas):
    num_reamostras = 10000
    medias_globais = []

    for _ in range(num_reamostras):
        amostra_aleatoria = np.random.choice(taxas, size=len(taxas) - 2)
        media = np.mean(amostra_aleatoria)
        medias_globais.append(media)

    lowerBound = np.percentile(medias_globais, 2.5)
    upperBound = np.percentile(medias_globais, 97.5)
    return (lowerBound, upperBound)

taxasOoklaDownload = [262.03, 270.44, 264.24, 264.45, 260.86, 265.11,
257.08, 264.51, 262.22, 265.90, 265.46, 274.76, 271.28, 267.27, 260.67]

print(intervalo(taxasOoklaDownload))
# Lower Bound Download = 262.82000000000005
# Upper Bound Download = 267.55078846153845

taxasOoklaUpload =
[137.67, 137.63, 137.64, 137.54, 137.59, 137.51, 137.44, 137.13, 137.43, 142.61, 152.6
1, 144.19, 140.13, 140.72, 136.48]

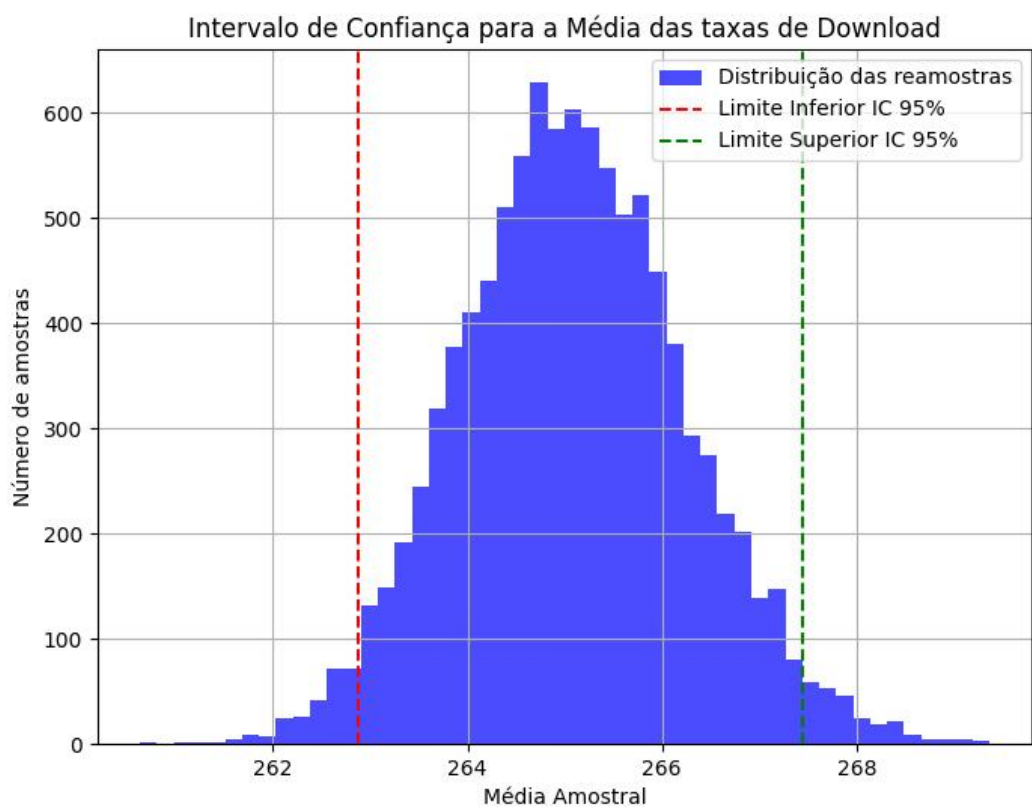
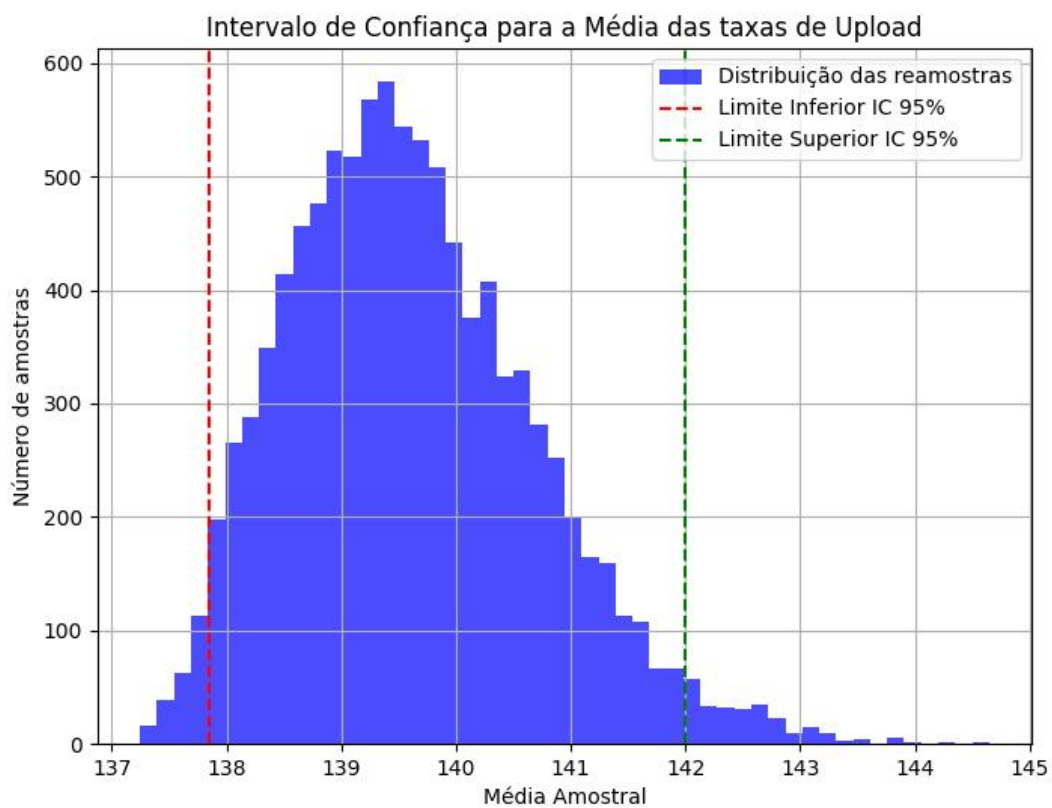
print(intervalo(taxasOoklaUpload))
# Lower Bound Upload = 137.81688461538462
# Upper Bound Upload = 142.1515576923077

```

Portanto, admitindo uma distribuição não normal, chegamos aos seguintes intervalos de confiança de 95% :

Intervalo de confiança para a média das taxas de Download	$262.82 \leq \mu \leq 267.55$
Intervalo de confiança para a média das taxas de Upload	$137.816 \leq \mu \leq 142.151$

Observe os gráficos de distribuição da reamostragem para ambas as taxas:



2. Comparando medidores

	Medidor do teste			
	M-Lab		ESQA	
Data e hora	Download (Mbps)	Upload (Mbps)	Download (Mbps)	Upload (Mbps)
27/10 16:00	237.41	111.01	239.64	133.42
27/10 17:00	233.13	112.87	226.17	109.25
27/10 18:00	217.63	84.49	254.97	123.86
27/10 19:00	252.29	115.57	231.58	124.57
27/10 20:00	232.33	98.57	244.51	129.80
27/10 21:00	219.56	86.86	240.92	128.19
27/10 22:00	199.83	122.54	258.36	133.54
27/10 23:00	242.98	127.07	256.54	104.46
27/10 00:00	246.02	131.09	246.07	114.74
28/10 01:00	234.07	120.79	234.38	114.97
28/10 10:00	230.26	111.05	231.99	120.99
28/10 11:00	210.45	122.68	222.12	118.05
28/10 12:00	210.45	99.53	221.61	116.69
28/10 13:00	243.47	111.15	239.75	116.11
28/10 14:00	241.00	114.93	241.53	117.02

Dados das taxas de **Upload**:

	M-Lab	ESQA
Média das taxas de upload	111.347	120.377
Variância das taxas de upload	188.352	72.1405
Desvio padrão das taxas de upload	13.7241	8.49356

Mediana das taxas de upload	112.87	118.05
-----------------------------	--------	--------

Dados das taxas de **Download**:

	M-Lab	ESAQ
Média das taxas de download	230.059	239.343
Variância das taxas de download	231.98	136.046
Desvio padrão das taxas de download	15.23	11.6639
Mediana das taxas de download	233.13	239.75

Comparando as taxas de **Download** dos medidores M-Lab e ESAQ pelo teste da soma dos postos:

H0: A média das taxas de Download são iguais para ambos os medidores

H1: A média das taxas de Download são diferentes nos dois medidores

Utilizando o Python com o módulo Scipy podemos fazer o teste da soma dos postos com ambas as amostras:

```
Python
from scipy.stats import mannwhitneyu

medicoesMlabDownload =
[237.41, 233.13, 217.63, 252.29, 232.33, 219.56, 199.83, 242.98, 246.02, 234.07, 230.2
6, 210.45, 210.45, 243.47, 241.00]

medicoesESAQDownload =
[239.64, 226.17, 254.97, 231.58, 244.51, 240.92, 258.36, 256.54, 246.07, 234.38, 231.9
9, 222.12, 221.61, 239.75, 241.53]

resp = mannwhitneyu(x=medicoesMlabDownload, y=medicoesESAQDownload)
print(resp.pvalue)
# Valor-p = 0.13533864384381597
```

Obtemos um valor-p de aproximadamente 13.5%, portanto não temos dados suficientes para rejeitar H0, ou seja, não podemos constatar que as taxas de Download são diferentes para ambos os medidores.

Comparando as taxas de **Upload** de M-Lab e ESAQ pelo teste da soma dos postos:

H0: A média das taxas de Upload são iguais para ambos os medidores
H1: A média das taxas de Upload são diferentes para os dois medidores

Utilizando o Python com o módulo Scipy podemos fazer o teste da soma dos postos com ambas amostras:

```
Python
from scipy.stats import mannwhitneyu
medicoesMlabUpload = [111.01, 112.87, 84.49, 115.57, 98.57, 86.86, 122.54, 127.07, 131.09, 120.79, 111.05, 122.68, 99.53, 111.15, 114.93]

medicoesESAQUpload = [133.42, 109.25, 123.86, 124.57, 129.80, 128.19, 133.54, 104.46, 114.74, 114.97, 120.99, 118.05, 116.69, 116.11, 117.02]

resp = mannwhitneyu(x=medicoesMlabUpload, y=medicoesESAQUpload)
print(resp.pvalue)
# Valor-p = 0.05123941919274439
```

Obtemos um valor-p de aproximadamente 5,1%, que é um valor relativamente baixo, o que nos indica a rejeição de H0 em favor de H1. Ou seja, temos dados suficientes para demonstrar que a média das taxas de upload não são iguais para os medidores M-Lab e ESAQ.

3. Comparando situações:

Neste contexto, compararemos as medições anteriores feitas pelo M-Lab com as feitas pelo mesmo medidor, mas desta vez, medindo as taxas de download ao mesmo tempo em que é feito o download do jogo **Fórmula 1 2018**, de 38.3 GB, pela plataforma Steam.

M-Lab		Steam
Taxa de Download	Taxa de Upload	Taxa de Consumo
11.72	101.24	232.2
51.02	103.64	220.8
44.78	105.09	233.5
38.98	106.35	220.4
22.03	102.75	222.3
23.98	82.54	232.0

18.73	101.86	228.2
10.95	09.37	230.5
40.93	81.97	231.9
17.42	99.62	215.3
59.52	101.88	233.7
68.41	115.39	222.1
15.35	114.91	234.8
53.47	101.24	229.7
43.16	88.61	233.0

Para verificar as possíveis diferenças na média entre as taxas de **Download** nas duas situações, aplicamos o teste de Mann-Whitney-Wilcoxon, já que estamos tratando de situações diferentes, ou seja, observações não-pareadas.

Sendo:

H0: A média das taxas de download são iguais em ambos os casos: baixando o jogo e não baixando o jogo.

H1: A média das taxas de download é menor baixando o jogo

Aplicando o teste de hipóteses de Mann-Whitney-Wilcoxon utilizando o módulo Scipy:

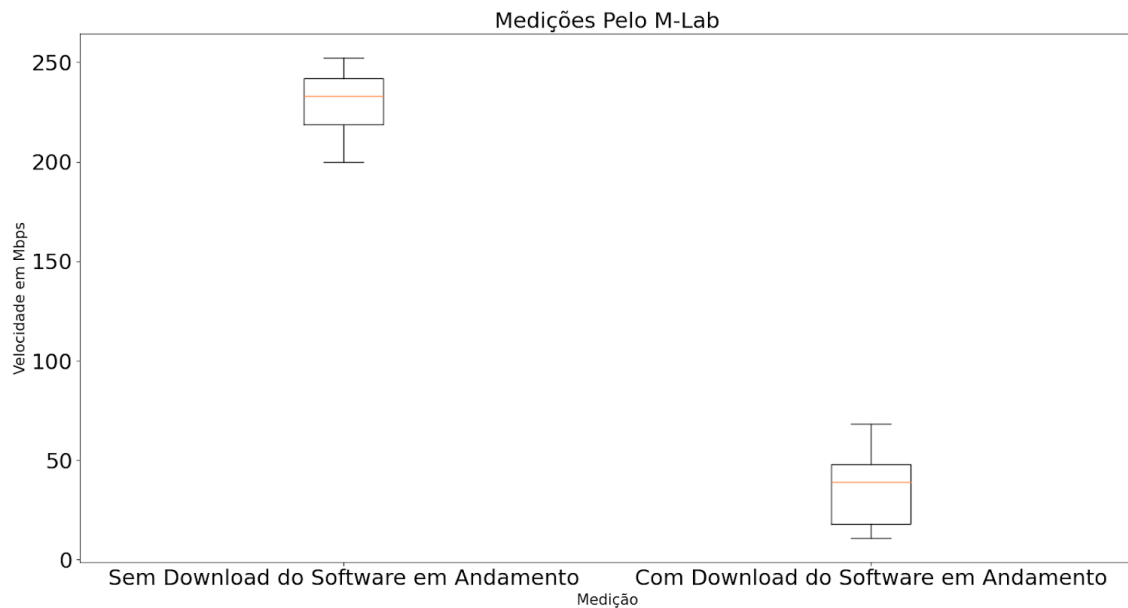
Python

```
from scipy.stats import mannwhitneyu
taxasDownloadMlabSemJogo =
[237.41, 233.13, 217.63, 252.29, 232.33, 219.56, 199.83, 242.98, 246.02, 234.07, 230.2
6, 210.45, 210.45, 243.47, 241.00]

taxasDownloadMlabComJogo =
[11.72, 51.02, 44.78, 38.98, 22.03, 23.98, 18.73, 10.95, 40.93, 17.42, 59.52, 68.41, 15.
35, 53.47, 43.16]

resp = mannwhitneyu(x= taxasDownloadMlabComJogo, y=taxasDownloadMlabSemJogo,
alternative="less")
print(resp.pvalue)
# Valor-p = 1.6916697063271091e-06 =~ 0.000
```

Como o valor-p encontrado é muito baixo, podemos rejeitar H0 em favor de H1, ou seja, temos dados suficientes para dizer que as médias das taxas de Download são diferentes, sendo aparentemente menores para a situação em que se está baixando o jogo citado.



A análise visual do gráfico Boxplot acima corrobora o resultado do teste realizado de que as médias das taxas de download na segunda situação, em que se faz o download do jogo, são menores, já que não há interseção entre os gráficos.

4. Comparação múltipla

Nessa etapa, faremos a comparação das taxas de upload e download para três medidores: Ookla, ESAQ e M-Lab. Para isso, utilizaremos o teste de comparação múltipla de Kruskal-Wallis.

Utilizando o módulo Scipy da linguagem Python, podemos fazer o teste de comparação múltipla de Kruskal-Wallis para as taxas de **Upload**:

H0: ESAQ, Ookla e M-Lab têm a média das taxas de upload iguais
H1: Algum dos medidores possui média das taxas de upload diferente dos demais

```
Python
from scipy.stats import kruskal

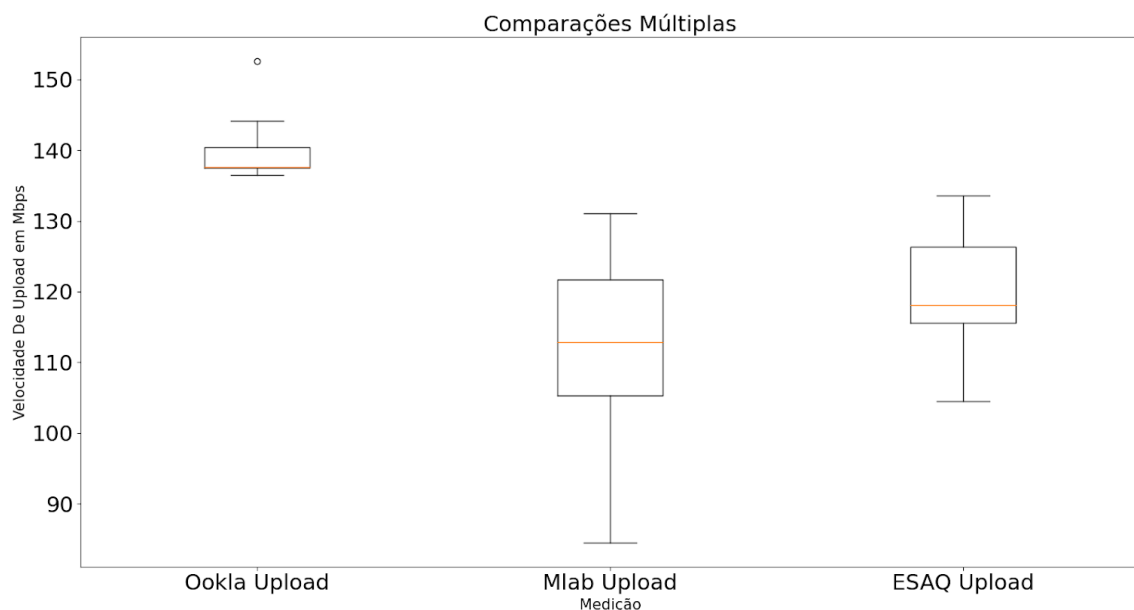
medicoesOoklaUpload = [137.67, 137.63, 137.64, 137.54, 137.59, 137.51, 137.44, 137.13, 137.43, 142.61, 152.61, 144.19, 140.13, 140.72, 136.48]

medicoesMlabUpload = [111.01, 112.87, 84.49, 115.57, 98.57, 86.86, 122.54, 127.07, 131.09, 120.79, 111.05, 122.68, 99.53, 111.15, 114.93]
```

```
medicoesESAQUpload
[133.42, 109.25, 123.86, 124.57, 129.80, 128.19, 133.54, 104.46, 114.74, 114.97, 120.9
9, 118.05, 116.69, 116.11, 117.02]

resp = kruskal(medicoesMlabUpload, medicoesOoklaUpload, medicoesESAQUpload)
print(resp.pvalue)
# 1.7721649436087366e-07 =~ 0.000
```

Encontramos um valor-p baixíssimo, portanto, podemos rejeitar a hipótese nula de que as médias das taxas de upload são iguais nos três medidores, ou seja, temos dados suficientes para dizer que ao menos uma das amostras segue uma distribuição diferente das demais.



O gráfico Boxplot corrobora essa análise já que o medidor da Ookla não possui interseção com nenhum outro.

Utilizando o módulo Scipy da linguagem Python, podemos fazer o teste de comparação múltipla de Kruskal-Wallis para as taxas de **Download**:

H0: ESAQ, Ookla e M-Lab têm a média das taxas de download iguais

H1: Algum dos medidores possui média das taxas de download diferente dos demais

```
Python
from scipy.stats import kruskal
```

```

medicoesOoklaDownload =
[262.03,270.44,264.24,264.45,260.86,265.11,257.08,264.51,262.22,265.90,265.4
6,274.76,271.28,267.27,260.67]

medicoesMlabDownload =
[237.41,233.13,217.63,252.29,232.33,219.56,199.83,242.98,246.02,234.07,230.2
6,210.45,210.45,243.47,241.00]

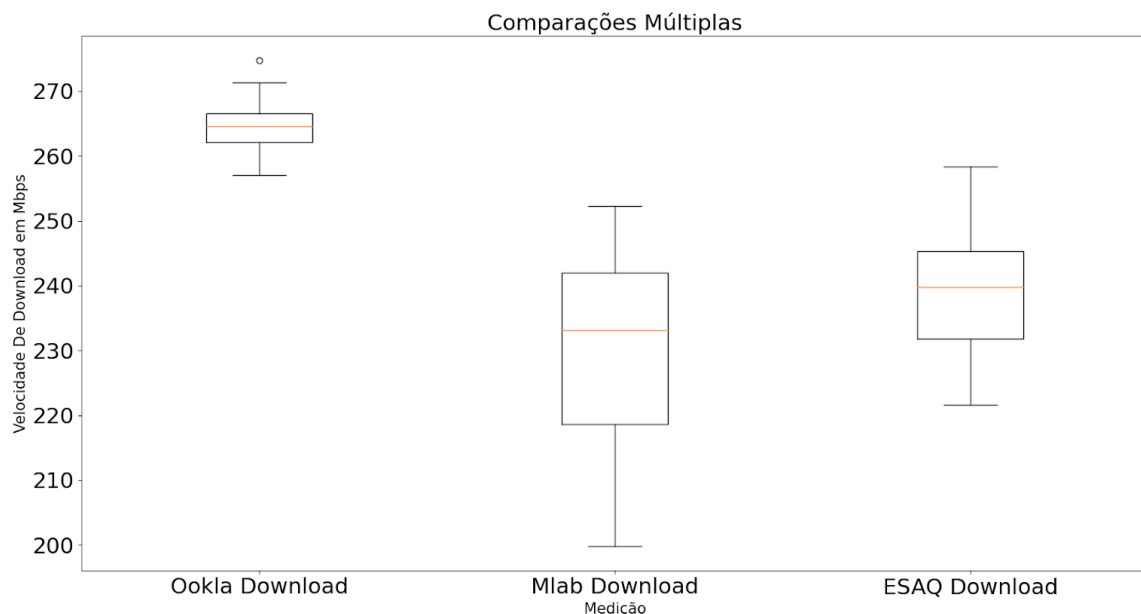
medicoesESAQDownload =
[239.64,226.17,254.97,231.58,244.51,240.92,258.36,256.54,246.07,234.38,231.9
9,222.12,221.61,239.75,241.53]

resp =
kruskal(medicoesOoklaDownload,medicoesMlabDownload,medicoesESAQDownload)

print(resp.pvalue)
# 2.84127360073148e-07 ≈ 0.000

```

Encontramos um valor-p baixíssimo, portanto, podemos rejeitar a hipótese nula de que as médias das taxas de download são iguais nos três medidores, ou seja, temos dados suficientes para dizer que ao menos uma das amostras segue uma distribuição diferente das demais.



O gráfico também corrobora o resultado do teste já que novamente o medidor da Ookla não possui interseção com nenhum dos outros.

Conclusão e análise dos resultados:

Com base nos resultados de todos os testes realizados, podemos tirar as seguintes conclusões:

Na parte inicial, considerando as medições feitas pelo serviço de teste de conexão da Ookla, é seguro afirmar que o provedor de internet está cumprindo as regras estabelecidas pela ANATEL, frequentemente entregando velocidades de conexão acima do que foi contratado.

Na segunda parte do relatório, ao comparar os diferentes medidores, não pudemos identificar uma diferença significativa entre as medições realizadas pelos algoritmos do M-Lab e ESAQ para as taxas de Download, mas notam-se diferenças nas medições das taxas de Upload desses dois medidores.

Na terceira parte, destacamos o grande impacto que o download de um software tem na leitura da taxa de download pelo site da M-Lab. Observamos empiricamente que o consumo de rede por outros softwares pode afetar significativamente a precisão das medições, já que influencia o processo de download, que é mais crítico para a análise.

Além disso, na quarta parte, pudemos afirmar que existe uma diferença substancial entre as medições da Ookla e os outros dois medidores, tanto em termos de taxa de download quanto de upload. Ainda, em uma análise mais detalhada, notamos que o medidor da Ookla fornece resultados mais precisos, pois exibe uma menor oscilação ao comparar o intervalo entre as leituras máximas e mínimas.

Em resumo, o relatório atende satisfatoriamente ao seu propósito de realizar uma análise estatística da qualidade da rede fornecida pelo provedor, abordando as diferenças entre os valores medidos por diferentes serviços de análise e o impacto nas leituras em diferentes cenários. Essas conclusões fornecem informações valiosas para os usuários e o provedor de internet, permitindo uma compreensão mais completa da qualidade da conexão e das variáveis que a afetam.