

статистическая физика

Юрий Голубев
yura.winter@gmail.com

22 сентября 2020 г.

Аннотация

статистическая физика

Содержание

Предисловие	1
I упражнения	2
1 модели статфиза	2
II задачи	4
2 модели статфиза	4
Список литературы	5

Предисловие

Часть I

упражнения

1 модели статфиза

(потом назову главы по типам)

Задача 1.1. 1

N молекул идеального газа в объеме V . Определить вероятность того, что в объеме $v < V$ находится n молекул.

Получить приближенное выражение, когда $v \leq V$. Найти среднее число частиц n в объеме v , его среднюю абсолютную и относительную флуктуации. Найти вид распределения в случае $v \ll V$, $n \ll 1$.

Задача 1.2. 2 Вычислить $c_p - c_v$ в переменных V , T и P , T .

Определить $c_p - c_v$ для бoльцмановского газа, газа Ван-дер-Ваальса, фермии бозе-газа и черного излучения

Задача 1.3. 3. Вычислить число состояний одноатомного бoльцмановского газа

Задача 1.4. 4

Вычислить число состояний системы N независимых спинов $1/2$.

Задача 1.5. 5. Вычислить число состояний системы N одинаковых независимых осцилляторов

Задача 1.6. 6

Получить выражения для неравновесной энтропии ферми- и бозе-газов

Задача 1.7. 7

Вычислить основные термодинамические величины ферми- и бозе-газов при $T = 0$

Задача 1.8. 8

Из функционала Гинзбурга–Ландау получить выражение для плотности тока в магнитном поле, получить уравнение Лондонов и квантование магнитного потока в сверхпроводящем кольце.

Задача 1.9. 9 Вычислить среднее от произведения четырех ферми-операторов $\langle \hat{a}_k^+ \hat{a}_p^+ \hat{a}_u \hat{a}_v \rangle$, где $\langle \dots \rangle$ — усреднение по состоянию невзаимодействующих частиц с заданной температурой и химпотенциалом.

Задача 1.10. 10

Записать оператор взаимодействия электронов с внешними электрическим и магнитным полями в представлении вторичного квантования.

Задача 1.11. 11

Вычислить $\langle \exp(-iq\hat{x}) \rangle$, где \hat{x} оператор смещения одномерного гармонического осциллятора.

Задача 1.12. 12

Определить температурную зависимость среднеквадратичного смещения атомов от положения равновесия $R_k R_p$, где \dots обозначают усреднение по состоянию невзаимодействующих фононов с заданной температурой, R_k — смещение атома в k -направлении. Объяснить происхождение нулевых колебаний.

Задача 1.13. 13

Используя результаты предыдущей задачи, вычислить среднее от произведения четырех операторов смещения, относящихся к одной и той же ячейке: $\langle \hat{R}_k \hat{R}_p \hat{R}_i \hat{R}_j \rangle$, где $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по состоянию невзаимодействующих фононов с заданной температурой, \hat{R}_k — смещение атома в k -направлении ($k = x, y, z$)

Задача 1.14. 14

Для электронов, находящихся под поверхностью Ферми, произвести переход к дырочному представлению. Записать полный гамильтониан идеального ферми-газа, используя операторы рождения и уничтожения квазичастиц (электронов над поверхностью Ферми и дырок под поверхностью Ферми). Определить химический потенциал и энергетический спектр полученных квазичастиц.

Задача 1.15. 15

Вычисляя первую поправку термодинамической теории возмущений, найти вклад прямого и обменного взаимодействия для ферми- и бозе-частиц. Сравнить результаты

Задача 1.16. 16

Задача 1.17. В преобразовании Боголюбова для электронов получить при $T \ll T_c$ связь операторов поглощения квазичастиц и поглощения голых электронов.

Часть II

Задачи

2 модели статфиза

(добавлю разбивку на разделы позже)

Задача 2.1. 1

Показать, что замкнутая система из двух равновесных подсистем имеет максимальную энтропию, когда у подсистемы равны температура, давление и химические потенциалы

Задача 2.2. 2

Найти кривую фазового равновесия газ-жидкость $P(T)$.

Задача 2.3. 3

Определить энтропию газа N невзаимодействующих спинов $s = 1/2$ в магнитном поле при заданной энергии. Определить понятие температуры и показать, что она может быть отрицательной. Обсудить температурную зависимость теплоемкости. Сравнить с задачей о системе невзаимодействующих двухуровневых частиц

Задача 2.4. 4. Определить энтропию газа N невзаимодействующих осцилляторов при заданной энергии E . Получить связь между энергией и температурой T . Обсудить отличие температурного поведения теплоемкости от предыдущей задачи.

Задача 2.5. 5. Вычислить магнитную восприимчивость одноатомного парамагнитного газа (T) с моментом J .

Задача 2.6. 6. Вычислить для парамагнитного газа изменение температуры при адиабатическом изменении магнитного поля $(\partial T / \partial H)_S$, если его свободная энергия может быть представлена в виде: $F = F_0(T) - (1/2)\chi(T)H^2$

Задача 2.7. 7

7. Найти флуктуации $\overline{\Delta E^2}, \overline{\Delta N^2}, \overline{\Delta S^2}, \overline{\Delta P^2}, \overline{\Delta S \Delta P}, \overline{\Delta V \Delta P}, \overline{\Delta S \Delta T}, \overline{\Delta T^2}, \overline{\Delta V^2}, \overline{\Delta T \Delta V}, \overline{\Delta T \Delta P}, \overline{\Delta S \Delta V}$

Задача 2.8. 8 Вычислить для одноатомного и двухатомного больцмановских газов $F, \mu, P, S, C, (\partial P)(\partial \rho)_S$

Задача 2.9. Найти теплоемкость идеального газа без внутренних степеней свободы, помещенного в однородное гравитационное поле в коническом сосуде высоты h (основание конуса расположено внизу, вверху). Рассмотреть случаи:

Задача 2.10. 10. Вычислить температурную зависимость теплоемкости двухатомного больцмановского газа, учесть диссоциацию молекул.

Задача 2.11. 11. Построить изохоры, изобары и изотермы для бозе-газа.

Задача 2.12. 12. Построить изохоры, изобары и изотермы для ферми-газа.

Задача 2.13. 13. Вычислить теплоемкость двумерного вырожденного идеального ферми-газа.

Задача 2.14. 14. Вычислить теплоемкость черного излучения.

Задача 2.15. Найти равновесную плотность и теплоемкость акустических фононов в кристалле при температурах выше T и ниже T дебаевской

Задача 2.16. Используя представление оператора смещения гармонического осциллятора $\hat{x} = (\frac{\hbar}{2m\omega})^{1/2} (\hat{b}^+ + \hat{b})$, получить формулу $\langle e^{ik\hat{x}} \rangle = e^{-\frac{k^2 \hbar}{4m\omega}}$ при температуре $T = 0$

Задача 2.17. 17. Описать парамагнетизм Паули и диамагнетизм Ландау. Рассмотреть эффект де Гааза–ван Альфена в двумерном металле.

Задача 2.18. 18. Сравнить низкотемпературные зависимости теплоемкости идеальных бозе- и ферми-газов, черного излучения и твердого тела, парамагнетика и ферромагнетика, неидеального бозе-газа и, наконец, сверхпроводника.

Задача 2.19. 19. Показать, что фазовая скорость элементарного возбуждения в бозе-конденсате равна гидродинамической скорости звука.

Задача 2.20. 20

. Найти распределение частиц по импульсам и полное число надконденсатных частиц в идеальном и неидеальном бозе-газах при $T = 0$ и низких температурах.

Задача 2.21. 21

Определить свободную энергию одномерной цепочки спинов $1/2$ с гамильтонианом

$$\hat{H} = -J \sum_k^N \hat{\sigma}_k^z \hat{\sigma}_{k+1}^z, \quad \hat{\sigma}_{N+1}^z = \hat{\sigma}_1^z$$

Вычислить теплоёмкость и объяснить причину отсутствия фазового перехода при $X \neq 0$

Задача 2.22. 22. Для ферромагнетика в модели Гейзенберга при $T = T_c$ определить спектр возбуждений (магнонов) и найти температурную зависимость намагниченности и теплоемкости спиновых волн.

Задача 2.23. 23. Для ферромагнетика в модели Гейзенберга в приближении самосогласованного поля определить температуру Кюри T_c , температурную зависимость магнитной восприимчивости и спонтанной намагниченности вблизи T_c . Сравнить с результатами теории Ландау.

Задача 2.24. Определить корреляционный радиус флуктуации параметра порядка в нулевом внешнем поле вблизи точки фазового перехода II рода. Найти флуктуационную поправку к теплоемкости при $T = T_c$ в теории Гинзбурга–Ландау.

Задача 2.25. 25. Доказать, что плотность сверхтекучей компоненты электронного газа при $T = 0$ равна полной плотности числа частиц.

Задача 2.26. 26. В модели БКШ определить скачок теплоемкости.

Задача 2.27. 27. Диагонализуя гамильтониан для фотонов и экситонов с учетом гибридизации, получить спектр поляритонов.

Задача 2.28. 28. Мешок Нагаоки (спиновый полярон большого радиуса в антиферромагнетике)

Список литературы