

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Юрий Голубев
yura.winter@gmail.com

30 августа 2020 г.

Аннотация

квантовая теория поля

Содержание

Предисловие	1
I Первое задание	2
1 упражнения	2
2 задачи	2
II Второе задание	5
3 упражнения	5
4 задачи	5
Список литературы	6

Предисловие

тренируемся, практикуемся

Часть I

Первое задание

1 упражнения

Задача 1.1. 1

Рассмотреть вещественный 4-вектор в представлении группы Лоренца $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Задача 1.2. 2

Доказать равенства

$$\begin{aligned}(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu + \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu)^\alpha_\beta &= 2g^{\mu\nu} \delta^\alpha_\beta \\ (\bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu + \bar{\sigma}^\nu \sigma^\mu)^\dot{\alpha}_\dot{\beta} &= 2g^{\mu\nu} \delta^\dot{\alpha}_\dot{\beta}\end{aligned}$$

Задача 1.3. 3

Доказать равенства

$$\begin{aligned}\text{tr} \{ \bar{\sigma}_{\lambda\rho} \bar{\sigma}^{\mu\nu} \} &= \frac{1}{2} \{ \delta^\mu_\lambda \delta^\nu_\rho - \delta^\nu_\lambda \delta^\mu_\rho \} - \frac{i}{2} \hat{\epsilon}^{\mu\nu}_{\lambda\rho} \\ \text{tr} \{ \sigma_{\lambda\rho} \sigma^{\mu\nu} \} &= \frac{1}{2} \{ \delta^\mu_\lambda \delta^\nu_\rho - \delta^\nu_\lambda \delta^\mu_\rho \} + \frac{i}{2} \hat{\epsilon}^{\mu\nu}_{\lambda\rho}\end{aligned}$$

Задача 1.4. 4

Показать, что величины

$$\theta \sigma^\mu \bar{\chi} = \theta^\alpha \sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \quad u \quad \bar{\theta} \bar{\sigma}^\mu \chi = \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{\alpha}\alpha} \chi_\alpha$$

Задача 1.5. 5

Доказать, что $(\theta_\alpha)^\dagger = \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ и $(\bar{\chi}^{\dot{\alpha}})^\dagger = \chi^\alpha$

Задача 1.6. 6* Покажите, что представления группы Лоренца со спинном $s = 1$: ПОЛЯМ Второго ранга в пространстве-времени МИНКОВСКОГО, т.е. При Определении поля, Дуального к $B_{\mu\nu}$, Как

$$\tilde{B}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \hat{\epsilon}^{\mu\nu\mu'\nu'} B_{\mu'\nu'}$$

Задача 1.7. Имеют место соотношения самодуальности и антисамодуальности в Пространстве-времени МИНКОВСКОГО:

$$\tilde{B}^{\mu\nu} = \pm i B^{\mu\nu}$$

[Hint: При выводе учесть, что представления $(1,0)$ и $(0,1)$ — это бесследовые матрицы в индексах с точками и без точек.]

Задача 1.8. Доказать, что квадрат псевдовектора Паули-Любанского имеет вид

$$W^2 = -\frac{1}{2} \{ p^2 S^2 - 2p_\nu p^\mu S_{\mu\lambda} S^{\nu\lambda} \}$$

2 задачи

Задача 2.1. 1

безмассовых полей равны

$$W_0 = \hbar \mathbf{p} \cdot \mathbf{s}, \quad W^\alpha = \hbar \{ p_0 s^\alpha \mp i(\mathbf{p} \times \mathbf{s})^\alpha \}$$

Задача 2.2. 2.^C Доказать, что квадрат псевдовектора Паули-Любанского для безмассовых полей имеет вид

$$W^2 = -4p_0^2 \hbar^2 \left\{ \partial^+ \cdot \partial^- - \frac{1}{p_0^2} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{J}^+) (\mathbf{p} \cdot \mathbf{J}^-) - \frac{i}{p_0} \mathbf{p} \cdot (\mathbf{J}^+ \times \mathbf{J}^-) \right\}$$

Задача 2.3. 3.^C Найти поток частиц с релятивистской нормировкой состояний

$$\langle \mathbf{k} | \mathbf{k}' \rangle = 2\epsilon(\mathbf{k})(2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$$

Задача 2.4. 4.^C Показать, что Для свободного комплексного скалярного поля электрический заряд выражается через лоренц-инвариантные амплитуды $a(\mathbf{k})$ и $a_c(\mathbf{k})$ В ВИДе

$$Q = \int d^3r j^0 = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k_0} e \{ a^*(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) - a_c^*(\mathbf{k}) a_c(\mathbf{k}) \}$$

Задача 2.5. ЛЯрного ПОЛЯ

$$\phi \mapsto \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{\mp i k x}$$

Найти, ЧТО КОМПОНЕНТЫ тензора энергии-импульса

$$T_0^0 \mapsto k_0, \quad T_0^\alpha \mapsto \mathbf{k}$$

Задача 2.6. ЛЯрНОГО ПОЛЯ

$$\phi \mapsto \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{\mp i k x}$$

Найти, ЧТО КОМПОНЕНТЫ ТОКА

$$j^0 \mapsto \pm e, \quad j^\alpha \mapsto \pm e \mathbf{k}$$

Задача 2.7. 7.^C Какой вид имеет тензор энергии-импульса релятивистски инвариантного вакуума?

Задача 2.8. 8.^C Для правого вейлевского спинора покажите, что из уравнения ДВИЖЕНИЯ следует тождество

$$\frac{1}{\hbar} \mathbf{W} \bar{\chi} = \frac{1}{2} \mathbf{p} \bar{\chi}$$

Задача 2.9. 9.^C Показать, что если

$$\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} \bar{\chi}(\mathbf{p}) = |\mathbf{p}| \bar{\chi}(\mathbf{p}),$$

то спинор

$$\chi_{cp}(-\mathbf{p}) = -i\sigma_2 \bar{\chi}^*(\mathbf{p})$$

удовлетворяет уравнению

$$-\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} \chi_{cp}(-\mathbf{p}) = |\mathbf{p}| \chi_{cp}(-\mathbf{p})$$

Задача 2.10. 10.^C Вычислить гамильтониан правого вейлевского спинора в терминах амплитуд релятивистски нормированных мод. **11.^C** Вычислить заряд правого вейлевского

Задача 2.11. Вычислить заряд правого вейлевского спинора в терминах амплитуд релятивистски нормированных мод.

Задача 2.12. 12. ^C Показать, что проекторы на состояния с заданной проекцией спина частицы на вектор поляризации имеют вид

$$P_{\pm} = \frac{1}{2} (1 + \lambda \gamma_5 \not{\epsilon})$$

а для античастиц -

$$P_{\pm}^c = \frac{1}{2} (1 - \lambda \gamma_5 \not{\epsilon})$$

НОГО 4-импульсу p :

$$\lambda = \pm 1, \quad \epsilon^2 = -1, \quad \epsilon \cdot p = 0$$

Задача 2.13. 13. ^C Вычислить сумму по поляризациям дираковских частиц и античастиц:

$$\Pi(p) = \sum_{\lambda} u_{\lambda}(p) \bar{u}_{\lambda}(p) = \not{p} + mc, \quad \Pi^c(p) = \sum_{\lambda} v_{\lambda}(p) \bar{v}_{\lambda}(p) = \not{p} - mc$$

Задача 2.14. 14 Вывести уравнения Швингера–Дайсона и графическое представление для двухточечной вершинной функции для биспинора Дирака с юкавским взаимодействием с вещественным скалярным полем. Записать правила Фейнмана.

Задача 2.15. 15. ^C Вывести уравнения Швингера–Дайсона и графическое представление для двухточечной вершинной функции для скалярной электродинамики. Записать правила Фейнмана.

Задача 2.16. 16. ^C Вывести уравнения Швингера–Дайсона и графическое представление для двухточечной вершинной функции для массивного скалярного поля с самодействием $\lambda \phi^4/4!$. Записать правила Фейнмана.

Задача 2.17. 17. ^C Доказать, что число петель N_L в диаграмме с N_V степенями действия взаимодействия V , числом связных компонент диаграммы N_c и числом внутренних линий N_I определяется соотношением

$$N_L = N_I + N_c - N_V$$

Привести примеры одно- и двухпетлевых диаграмм с одно- и двухсвязными компонентами в теории с взаимодействием $V \sim \lambda \phi^4$

Задача 2.18. 18. ^C Доказать, что разложение связных диаграмм по петлям совпадает с разложением по постоянной Планка \hbar

Часть II

Второе задание

3 упражнения

Задача 3.1. 8. ^C Пользуясь антикоммутатором, ВычислИТЬ следы произведений Гамма-матриц Дирака:

$$\begin{aligned} & \text{tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu), \quad \text{tr}(\gamma_5 \gamma^\mu), \quad \text{tr}(\gamma_5 \gamma^\mu \gamma^\nu), \quad \text{tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^{\mu'}) \\ & \text{tr}(\gamma_5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^{\mu'}), \quad \text{tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^{\mu'} \gamma^{\nu'}), \quad \text{tr}(\gamma_5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^{\mu'} \gamma^{\nu'}) \end{aligned}$$

Задача 3.2. 9. ^C Доказать, что след нечетного числа гамма-матриц Дирака равен Ну-лю, а Для четного n Имеет место соотношение редукции

$$\text{tr}(\gamma^{\mu_1} \dots \gamma^{\mu_n}) = g^{\mu_1 \mu_2} \text{tr}(\gamma^{\mu_3} \dots \gamma^{\mu_n}) + g^{\mu_1 \mu_3} \text{tr}(\gamma^{\mu_2} \gamma^{\mu_4} \dots \gamma^{\mu_n}) + \dots$$

Задача 3.3. Упростить Выражения

$$\gamma_\mu \not{p} \gamma^\mu, \quad \gamma_\mu \not{p} \not{k} \gamma^\mu$$

Задача 3.4. Рассмотреть тождества Фирца для гамма-матриц Дирака.

4 задачи

Задача 4.1. 19. ^C В ведущем порядке теории возмущений КВантовой электродинамики вычислить дифференциальное и полное сечения элеткрон-позитронной аннигиляции в мюон-антимюон: $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$

Задача 4.2. 20. ^C В ведущем порядке теории возмущений Квантовой электродинамики Вычислить дифференциальное и полное сечения элеткрон- скалярными частицами: $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$. Сравнить распределение по угЛам в системе центра масс с распределением в случае образования МНООНОВ

Задача 4.3. 21. ^C В ведущем порядке теории возмущений КВантовой электродинамики Вычислить дифференциальное сечение комптоновского рассеяния фотона на электро-не: $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$

Задача 4.4. 22. ^C Вычислить сечение рассеяния электронов на мюонном нейтрино в модели с четырёхфермионном взаимодействием: $e^- \nu_\mu \rightarrow \nu_e \mu^-$

Задача 4.5. 23. ^C Вычислить ширину трёхчастичного распада мюона на электрон и нейтрино: $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

Задача 4.6. 24. ^C Вычислить время дВухчастичного распада заряженного пиона: $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$. Сравнить ширину распада пиона на электрон и мюон.

Задача 4.7. 25. ^C Вычислить время распада нейтрона: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$

Задача 4.8. 26. * Вычислить пирину дВухчастичного распада Z -бозона на нейтриНО : $Z \rightarrow \nu \bar{\nu}$

Задача 4.9. 27. ^C В ведущем порядке теории возмущений КХД вычислить сечение $\bar{q} q \rightarrow \bar{c} c$

Задача 4.10. В ведущем порядке теории возмущений КХД вычислить сечение рождения очарованных кварков в глюон-глюонном слиянии: $g g \rightarrow c \bar{c}$. Рассмотреть синглетный и октетный по цвету вклады в сечение.

Список литературы