

粒子分散混相流の自然対流に特有の反転現象の解析

大阪大学 工学研究科 宮 森 由布里*
 大阪大学 工学研究科 竹 内 伸太郎
 大阪大学 工学研究科 谷 京 晨
 大阪大学 工学研究科 梶 島 岳 夫

Analysis of Reversals in Natural Convection of Solid-dispersed Two-phase Flow

Yuri MIYAMORI, Department of Mechanical Engineering, Osaka University
 Shintaro TAKEUCHI, Department of Mechanical Engineering, Osaka University
 Jingchen GU, Department of Mechanical Engineering, Osaka University
 Takeo KAJISHIMA, Department of Mechanical Engineering, Osaka University

*Email for correspondence: miyamori@fluid.mech.eng.osaka-u.ac.jp

1 緒言

二相媒体が相互作用を伴う伝熱問題は自然界、工業的な環境において、燃焼に伴うエアロゾル粒子やミストを用いた冷却など様々な場所で見られ、これらの流れの構造および熱伝達のメカニズムを解明することは重要である。ここでは、固液二相流に注目する。固液の密度比は概ね $10^{-1} \sim 10^1$ 程度、熱伝導率比は概ね $10^{-3} \sim 10^3$ 程度である。したがって固液二相流は固気二相流や気液二相流に比べて、相対運動の時間スケールは小さく、熱伝達の時間スケールは大きいという特徴がある。そのため、固液二相流の熱伝達では、時空間スケールの大きな熱流動構造の発現が期待される。

前報¹⁾では、粒子が中立密度かつ流体と比べ熱伝導率が高い条件において、単相では観察されていない振動モードが発生することを見出し、その周期について理論的に考察した。さらにその後、粒子の体積率が低い条件では自然対流が発生するが、その反転があることを見出した。対流の反転は単相の場合にも報告されているが^{2,3)}、二相では全く異なるレイリー数領域で発生している。そこで、対流の反転について単相と二相における現象の類似性と機構の相違性について検討した。

2 基礎方程式及び運動方程式

2.1 流体の基礎方程式

流体の粘度 μ_f 及び、熱伝導率 λ_f は一定とする。基礎方程式は非圧縮の連続の式と密度変化によって生じる浮力を表現するため Bussinesq 近似を用いた Navier-Stokes 方程式及び、エネルギー方程式に基づく温度場の式である。

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} + (\mathbf{u}_f \cdot \nabla) \mathbf{u}_f = -\frac{\nabla p}{\rho_f} + \nu_f \nabla^2 \mathbf{u}_f + \mathbf{g} \beta_f (T_f - T_0) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + \mathbf{u}_f \cdot \nabla T_f = \frac{\lambda_f}{\rho_f c_f} \nabla^2 T_f \quad (3)$$

ここで、添字の f は fluid を示し、 \mathbf{u}_f は速度、 p は圧力、 ρ_f は密度、 ν_f は動粘性係数、 c_f は比熱容量、 \mathbf{g} は重力加速度、 β_f は体膨張係数、 T_f は温度、 T_0 は基準温度である。

2.2 固体粒子の運動方程式

固体粒子の運動は以下の並進と回転の運動方程式で記述され、粒子は Lagrange 的に追跡される。

$$m_s \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = \int_{S_s} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} ds + \mathbf{G}_s \quad (4)$$

$$\mathbf{I}_s \cdot \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \int_{S_s} \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) ds + \mathbf{N}_s \quad (5)$$

ここで、添字の s は solid を示し、 m_s は質量、 \mathbf{u}_s は並進速度、 $\boldsymbol{\tau}$ は流体応力テンソル、 S_s は粒子表面、 \mathbf{n} は粒子表面での外向き単位法線ベクトル、 \mathbf{G}_s は外力、 \mathbf{I}_s は物体の慣性テンソル、 $\boldsymbol{\omega}_s$ は角速度、 \mathbf{r} は相対位置ベクトル、 \mathbf{N}_s は外モーメントである。

3 数値計算法

3.1 計算手法

速度場については、流体と粒子の相互作用力の計算に体積分型埋め込み境界法⁴⁾を用いる。計算は、以下の固相体積率 α を用いた体積平均速度 \mathbf{u} 及び、それに対する Navier-Stokes 方程式について行う。

$$\mathbf{u} = (1 - \alpha)\mathbf{u}_f + \alpha\mathbf{u}_s \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g}\beta(T - T_0) \quad (7)$$

時間進行は、時刻 n で計算領域が流体で満たされているとして式 (7) を時間進行させて速度 \mathbf{u}_f^* を求め、式 (8) で相互作用力 \mathbf{f}_s を計算し、式 (9) によって速度 \mathbf{u}_f^* を修正し、 \mathbf{u}_f^{n+1} を得ることで行われる。

$$\mathbf{f}_s = \alpha(\mathbf{u}_s^{n+1} - \mathbf{u}_f^*)/\Delta t \quad (8)$$

$$\mathbf{u}_f^{n+1} = \mathbf{u}_f^* + \Delta t \mathbf{f}_s \quad (9)$$

ただし、 \mathbf{u}_s^{n+1} は時刻 $n+1$ での粒子の速度である。なお、速度 \mathbf{u}_f^* を求める際の時間進行については、速度と圧力のカップリングには部分段階法を用い、対流項には Adams-Bashforth 法、粘性項に Crank-Nicolson 法を適用し、圧力方程式の解法には逐次加速緩和法 (SOR 法) を用いる。

粒子の運動は式 (4) 及び式 (5) の表面積分を粒子全体での体積分に置き換えた以下の式で計算を行う (ただし、二次元に読み替えて計算を行った)。

$$m_s \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = \int_{V_s} (-\rho_f \mathbf{f}_s) dV + \mathbf{G}_s \quad (10)$$

$$\mathbf{I}_s \cdot \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \int_{V_s} \mathbf{r}_s \times (-\rho_f \mathbf{f}_s) dV + \mathbf{N}_s \quad (11)$$

粒子の運動に関する時間進行法については、安定した計算を行うために陽的多段階法である予測子・修正子法を用い⁵⁾、粒子どうし、粒子と壁の接触に伴う相互作用力には離散要素法⁶⁾を用いる。

温度場については、以下の式に対して計算を行う。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 T \quad (12)$$

ここで、 $\lambda, \rho c$ はセル内の粒子体積率に応じて決定される熱伝導率、及び熱容量である。本計算では移流項に

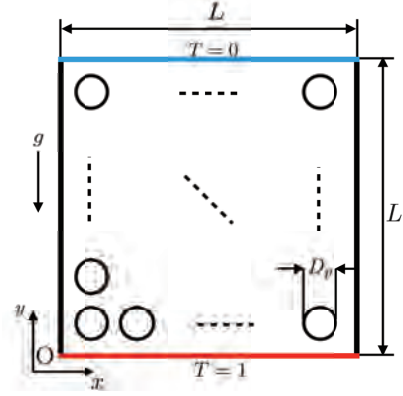


Fig. 1 Computational domain and initial arrangement of particles

Adams-Bashforth 法、拡散項に Crank-Nicolson 法を適用し、全域で Euler 的に扱う。その際、粒子と流体の界面における熱流束は界面の方向を考慮して与えられる¹⁾。

3.2 境界条件

計算領域は Fig. 1 に示すように正方領域とし、初期に粒子は規則的に等間隔で配置されている。境界条件は、速度場には壁面で滑りなし条件、圧力場には勾配ゼロのノイマン条件とし、温度場については下面で高温、上面で低温とし、側面では断熱条件とする。

3.3 計算格子と流体、粒子のパラメータ

数値計算の設定条件と各種のパラメータは Table 1 の通りである。

| | | |
|----------------------------|-----------------------|------------------|
| Number of grids | $N_x \times N_y$ | 200×200 |
| Number of particles | N_p | 11^2 |
| Diameter of particles | D_p | $0.05L$ |
| Rayleigh number | Ra | 10^4 |
| Reference temperature | T_0 | $\Delta T/2$ |
| Density ratio | ρ_s/ρ_f | 1.0 |
| Thermal expansion ratio | β_s/β_f | 1.0 |
| Heat capacity ratio | c_s/c_f | 1.0 |
| Thermal conductivity ratio | λ_s/λ_f | 10^2 |

計算領域に対する粒子の体積率は約 23% である。固液は密度、比熱容量、体膨張係数を共通とし、熱伝導率のみが異なる (固体が流体よりも熱伝導率が 100 倍高い) 設定としている。また、レイリー数を熱拡散率 $\kappa_f = \lambda_f/(\rho_f c_f)$ として、

$$\text{Ra} = \frac{g\beta_f \Delta T L^3}{\nu_f \kappa_f} \quad (13)$$

と定義している。

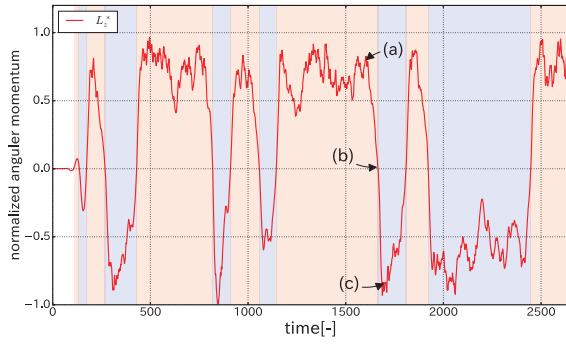


Fig. 2 Normalized average angular momentum L_z^* . The red and blue background colors correspond to whether the direction of convection is counterclockwise or clockwise.

4 計算結果

4.1 角運動量の推移

領域中心周りの角運動量の平均値

$$L_z(t) = \langle -(y - L/2)u_x + (x - L/2)u_y \rangle \quad (14)$$

(ただし, $\langle \dots \rangle$ は計算領域全体での平均を表す) に対して最大値で規格化された角運動量 L_z^* の時間変化を Fig. 2 に示す. 図中の背景色は, 対流が反時計回りの時に赤で, 時計回りの時に青によって対流の回転方向を示している. 単相の場合, $Ra = 10^7 \sim 8$ では一方向に対流が発達した後, 対角線上に発生した渦の発達に起因する周期的な反転が発生することが報告されているが^{2,3)}, 本研究の粒子添加された固液二相流の場合, $Ra = 10^4$ と, 単相で反転が発生する場合と比較して低いレイリー数で繰り返し対流の反転が発生することが確認される. また, Fig. 2 に示される角運動量の変化に明確な周期性は見られない.

Figure 2(a), (b), (c) はそれぞれ反時計方向の対流, 反転の瞬間, 時計方向の対流が起こっている代表的な時刻を示しており, Fig. 3 はそれらの時刻でのスナップショットである. 矢印は速度ベクトルを表しており, 対流が発生している時では渦は中央に一つあるのみで周辺部には発生せず, 反転の瞬間は流体・粒子ともに静止している. これは, 渦運動が継続して支配的な渦が入れ替わる形で反転が生じる単相流の場合とは明らかに異なるメカニズムによるものである.

4.2 浮力のモーメントの分布と領域の分割

Figure 2 に (a), (b), (c) で示した各時刻における浮力による領域中心周りのモーメントのスナップショットを Fig. 4 に示す. なお, 浮力によるモーメントは以下の式

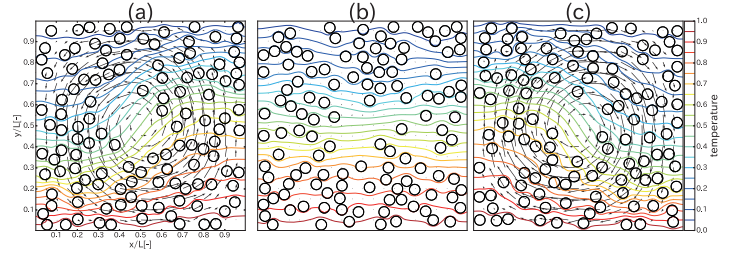


Fig. 3 Snapshots of velocity and temperature profiles.

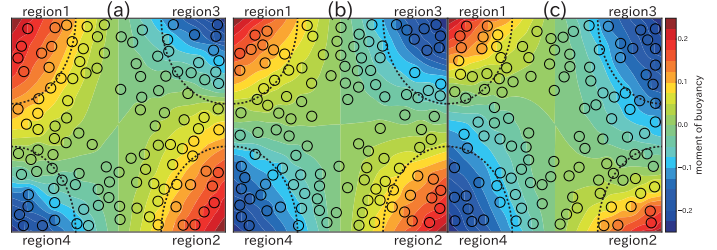


Fig. 4 Snapshots of moment of buoyancy forces profiles.

で定義される.

$$M = \beta g(T - T_0)(x - L/2) \quad (15)$$

外縁領域ではモーメントの絶対値が大きいことから, これらの領域におけるモーメントの時間変化を調べる. そこで, 外縁領域を Fig. 4 中の点線と境界で囲まれる領域で定義し, 各領域を region1 ~ 4 とする. なお, 各時間において外縁領域で発生するモーメントの合計値

$$M_c = \sum_{\text{region}=1}^4 \beta g(T - T_0)(x - L/2) \quad (16)$$

は, 計算開始直後を除き, 全計算領域の合計値の約 7 割を占めている.

最大値で規格化された外縁領域のモーメント M_c^* と角運動量 L_z^* の推移を Fig. 5 に示す. 両者には強い相関がみられ, 外縁領域で発生したモーメントに追従して対流が発生し, 外縁領域のモーメントの符号が反転すると対流の向きも反転することが推察できる. 粒子は対流が反時計回りの状態 (e.g., Fig. 3(a)) では region 3, 4 に, 時計回りの状態 (e.g., Fig. 3(c)) では region 1, 2 に多く確認されており, 鉛直方向に並んだ状態で滞留することもある. この場合は, 領域の鉛直方向の熱伝導率が上昇することにより, 鉛直方向の熱伝導が増加し, 粒子が滞留しない場合と比べて region 1, 3 では低温に, region 2, 4 では高温になることで, より大きな浮力によるモーメントを発生させる. この鉛直方向 (y 軸方向) への粒子の並びを特徴づけるために, 式 (17) により熱伝導率を考慮した重み付け配向度を定義し, 対流の反転をもたらすモーメントの変化について考察する.

$$\Xi = (\Xi_1 + \Xi_2) - (\Xi_3 + \Xi_4) \quad (17)$$

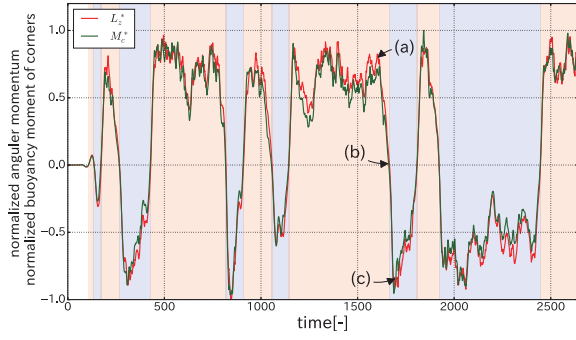


Fig. 5 Normalized moment of buoyancy force M_c^* and average angular momentum L_z^* . The red and blue background colors correspond to whether the direction of convection is counterclockwise or clockwise.

$$\Xi_n = \sum_{y_p[i] < y_p[j]}^{\text{region } n} w_{i,j} \frac{\mathbf{r}_{i,j} \cdot \mathbf{e}_y}{D_p} \quad (18)$$

$$w_{i,j}^{-1} = \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \right)^{-1} + \max \left[\frac{|\mathbf{r}_{i,j}|}{D_p} - 1, 0 \right] \quad (19)$$

ここで、 $\Xi_n (n=1, \dots, 4)$ は region n における配向度、 i, j は粒子番号を示し、 $\mathbf{r}_{i,j}$ は粒子 i から粒子 j へ方向ベクトル、 \mathbf{e}_y は y 軸方向の単位ベクトルを示す。 $y_p[i]$ は粒子 i の y 座標を表しており、region n での $\sum_{y_p[i] < y_p[j]}^{\text{region } n}$ は粒子 i が粒子 j よりも下方にある場合のみ和をとる。また、各 region での符号はモーメントの符号が Fig. 4 からわかるように region 1, 2 では正、region 3, 4 では負であることを考慮している。本計算のように固液の熱伝導率比が 1 よりも大きい場合には、この配向度の符号が正の場合は region 1, 2 に、負の場合は region 3, 4 に粒子が多く鉛直方向に並んでいることを示している。

最大値で規格化された外縁領域の浮力のモーメント M_c^* と、式 (17) で評価された粒子の鉛直方向の配向度を最大値で規格化した Ξ^* を Fig. 6 に示す。

対流が発生している時間に着目すると、粒子が鉛直方向に並んだ状態は、反時計回りの対流時には region 1, 2 に、時計回りの対流時には region 3, 4 に多く見られるが、これは対流の方向に対応して、これらの隅の部分で粒子が滞留し易いためである。この場所で縦に粒子が並ぶことは、鉛直方向の熱伝導が増加し、対流の方向と逆向きの浮力のモーメントを生む原因となっている。また、Fig. 6 の丸で囲んだ部分では、粒子の配向度がピークを持っており、外縁領域に粒子が鉛直方向に多数並んだ状態で滞留している様子がうかがえる。その直後に反転が発生するが、これは、特に多数の粒子が鉛直方向に並んだ領域では対流の方向と逆向きの強い浮力モーメントが発生することで、全計算領域での浮力モーメントの方向が反転することが原因である。

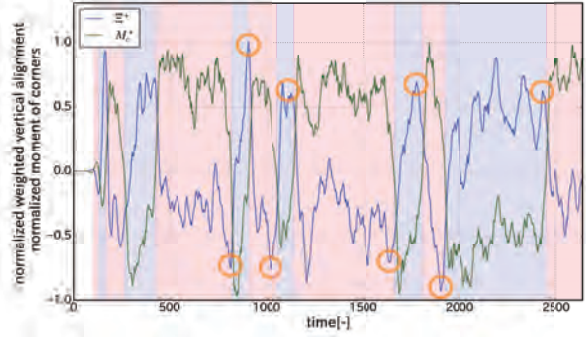


Fig. 6 Normalized orientation of particle Ξ^* and moment of buoyancy force M_c^* . The red and blue background colors correspond to whether the direction of convection is counterclockwise or clockwise.

5 結言

高熱伝導性粒子が添加された固液二相流の自然対流の数値計算を行い、対流が反転する現象の発生メカニズムを考察した。反転の原因は、粒子の偏在によって特定領域の熱伝導が大きくなることで、対流の方向と逆向きに強い浮力モーメントが発生し、その結果、領域全体の浮力モーメントの方向が反転することである。このことから、前報¹⁾で見出した振動モードに加え、今回解析した対流の反転も、固液二相流に特有の現象であることを明らかにした。

引用文献

- 1) Takeuchi, S., Tsutsumi, T., Kajishima, T.: Effect of temperature gradient within a solid particle on the rotation and oscillation modes in solid-dispersed two-phase flows, *Int.J.Heat Fluid Flow*, 43 (2013) 15–25.
- 2) Castillo-Castellanos, A., Sergeant, A., Rossi, M.: Reversal cycle in square Rayleigh–Benard cells in turbulent regime, *J. Fluid Mech.*, 808 (2016) 614–640.
- 3) Sugiyama, K., Ni, R., Stevens, R.J.A.M., Chan, T.S., Zhou, S-Q., Xi, H-D., Sun, C., Grossmann, S., Xia, K., Lohse, D.: Flow reversals in thermally driven turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 105 (2010) 034503-1–034503-4.
- 4) Kajishima, T., Takiguchi, S.: Interaction between particle clusters and particle-induced turbulence, *Int.J.Heat Fluid Flow*, 23 (2012) 639–646.
- 5) Uhlmann, M.: An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows, *J. Comput. Phys.*, 209 (2005) 448–476.
- 6) Tsuji, Y., Kawaguchi, T., Tanaka, T.: Discrete particle simulation of two dimensional fluidized bed, *Powder Tech.*, 77 (1993) 79–87.