Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка
факультет електроніки та комп'ютерних технологій

Кафедра радіофізики

Реферат

на тему:

" Побудова формул для чисельного диференціювання з використанням інтерполяційних многочленів Ньютона та за допомогою методу невизначених коефіцієнтів. "

Виконав

студент групи ФеП-33

Пінях Юрій

Перевірив:

проф. Бугрій О.М.

Львів - 2023

1 Вступ

У чисельному аналізі інтерполяційні многочлени використовуються для наближеного обчислення значень функцій та їх похідних в точках, які можуть бути поза сіткою дискретизації. Метод невизначених коефіцієнтів дозволяє обчислити похідні таких інтерполяційних многочленів.

Для початку, ми маємо функцію $f(x)$, і ми хочемо обчислити похідну цієї функції в точці $x = a$ за допомогою інтерполяційного многочлена Ньютона. Щоб це зробити, нам потрібно обрати набір вузлів $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \ldots, (x_n, f(x_n))$, де n - це кількість вузлів інтерполяції.

2 Побудова інтерполяційного многочлена Ньютона

Інтерполяційний многочлен Ньютона для набору вузлів виглядає так:

$$P(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2] + \ldots$$

$$(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1})f[x_0, x_1, \ldots, x_n],$$

де $f[x_0, x_1], f[x_0, x_1, x_2], \ldots$ і $f[x_0, x_1, \ldots, x_n]$ - це розділені різниці.

3 Знаходження розділених різниць

Розділені різниці обчислюються за наступними формулами:

$$f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$f[x_1, x_2] = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$f[x_2, x_3] = \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$$

і так далі, до $f[x_{n-1}, x_n]$.

4 Знаходження похідної інтерполяційного многочлена

Тепер нам потрібно знайти похідну інтерполяційного многочлена за допомогою методу невизначених коефіцієнтів.

$$\frac{dP(x)}{dx} = \frac{d[f(x_0)]}{dx} + \frac{d[(x - x_0)f[x_0, x_1]]}{dx} + \frac{d[(x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2]]}{dx} +$$

$$\ldots + \frac{d[(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1})f[x_0, x_1, \ldots, x_n]]}{dx}$$

5 Знаходження похідних розділеніх різниць вищого порядку

Для знаходження похідних розділені різниць вищого порядку, ми можемо використовувати правило диференціювання добутку та правило диференціювання суми для кожного члена інтерполяційного многочлена. Давайте розглянемо кілька прикладів:

Для члена $(x - x_0)f[x_0, x_1]$, ми знаємо, що $\frac{d[(x-x_0)f[x_0,x_1]]}{dx} = f[x_0, x_1]$.

Для члена $(x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2]$, ми можемо використовувати правило добутку і правило суми для знаходження похідної.

І так далі, для всіх інших членів.

6 Підстановка похідних вищого порядку у вираз для $\frac{dP(x)}{dx}$

Після обчислення похідних розділені різниць вищого порядку, поставте їх у вираз для $\frac{dP(x)}{dx}$, як показано в пункті 3.

Приклад коду на мові програмування c++ для Побудови формул для чисельного диференціювання з використанням інтерполяційних многочленів Ньютона та за допомогою методу невизначених коефіцієнтів. (приклад коду у txt файлі у папці з проектом)

7 Література

1. "Чисельні методи"В. Г. Литвиненко та В. В. Валізаде

2. "Побудова формул для чисельного диференціювання з використанням інтерполяційних многочленів https://studfile.net/preview/8459034/page:2/

3. "Чисельне диференціювання та інтегрування функцій http://amc.ptngu.com/rozdil7.html