

Лабораторна робота № 5
Тема роботи: Геометричні алгоритми

Мета роботи: Оволодіти прийомами застосування знань з аналітичної та обчислювальної геометрії при розв'язанні практичних задач.

Методичні вказівки:

1. Для кожного індивідуального завдання розробити програму.
2. Вхідні дані для програми ввести з клавіатури (із відповідною підказкою).
3. Передбачити перевірку вхідних даних на відповідність умовам завдання, коректне опрацювання та отримання результату для всіх допустимих значень.
4. Результати роботи програми вивести на екран.
5. У звіті у коментарях до програми пояснити алгоритм виконання обчислень (або спосіб отримання формул(и) для розрахунків).

Варіанти індивідуальних завдань:

1. На площині задано квадрат зі сторонами, паралельними осям координат (є відомі координати верхнього лівого та нижнього правого кутів). Квадрат складається з $N \times N$ менших квадратиків (як шахова дошка). На площині також задано пряму – координатами двох точок, що їй належать. Потрібно знайти кількість квадратиків, які мають спільну точку з прямою.
2. На площині задано N точок своїми координатами. Знайти таку точку, сума відстаней від якої до заданих N точок є мінімальною і точка є:
 - а) однією із заданих точок;
 - б) довільною точкою на площині.
3. Два багатокутники є подібними, якщо відповідні сторони є пропорційними з коефіцієнтом k (ціле число), а кути утворені двома відповідними сторонами є рівними. Визначити, чи два багатокутники є подібними. Багатокутники задаються на площині координатами вершин контурів у порядку проходження проти годинникової стрілки. (Дві величини вважаємо рівними, якщо вони збігаються з точністю до двох знаків після коми).
4. Два відрізки у першому квадранті площини задані цілочисельними координатами своїх кінців у декартовій системі координат. Визначити, які частини відрізків видно з початку координат при умові, що відрізки можуть перетинатися і закривати один одного. Результат виводити у вигляді: “1-й відрізок – видно повністю, 2-й відрізок – не видно” або “1-й відрізок – видно від точки ... до точки ..., 2-й відрізок – видно повністю” і т.д.
5. На прямій задано N точок своїми координатами. Знайти на прямій таку точку, сума відстаней від якої до заданих N точок є мінімальною.
6. Задано N прямокутників із сторонами, паралельними осям координат (є відомі координатами верхнього лівого та нижнього правого кутів). Кожен прямокутник перетинається лише з одним з інших прямокутників. Потрібно визначити площу фігури, утвореної об'єднанням цих прямокутників.
7. Два прямокутні трикутника на площині задано цілочисельними координатами своїх вершин у декартовій системі координат. При цьому катети паралельні осям координат, а прямий кут розташований знизу зліва. Знайти площу перетину трикутників.
8. На площині задано пряму (є відомі координати двох точок, що їй належать) і ще одну точку. Знайти на прямій точку, найближчу до заданої, визначити відстань від заданої точки до прямої, і з якого боку від прямої знаходиться задана точка.
9. У Декартовій системі координат на площині задані координати вершин багатокутника при його проходженні за годинниковою стрілкою. Сторони багатокутника не дотикаються (за

винятком сусідніх – у вершинах) і не перетинаються. Для заданої точки визначити, чи належить вона стороні багатокутника, чи знаходиться всередині або зовні.

10. На площині задані N точок своїми декартовими координатами. Знайти таку послідовність цих точок, яка утворює багатокутник із N вершинами. Сторони багатокутника не дотикаються (за винятком сусідніх – у вершинах) і не перетинаються.
11. На площині задані координати певної множини точок, які утворюють набір вершин трикутників (одна точка може бути вершиною декількох трикутників). Визначити координати трикутника, на сторонах якого знаходиться максимальна кількість точок даної множини.
12. У декартовій системі координат на площині задані координати вершин трикутника і ще однієї точки (цілі числа). Визначити, чи належить точка стороні трикутника, чи знаходиться всередині або зовні.
13. На площині задано N точок своїми координатами. Знайти на осі абсцис точку, найбільша з відстаней від якої до заданих N точок була б мінімальною.
14. На квадратному торті є N свічок. Визначити чи можна одним прямолінійним розрізом розділити його на дві рівні за площею частини, одна з яких не містила б жодної свічки. Свічки вважати точками, у яких відомі їх цілочисельні координати (початок координат у центрі торта). Розріз не може проходити крізь свічку.
15. Задано N прямокутників із сторонами, паралельними осям координат (є відомі координатами верхнього лівого та нижнього правого кутів). Потрібно визначити площу перетину (спільної частини) цих прямокутників.
16. Усі стіни будинку мають довжину L метрів. Північна сторона – біла, східна – зелена, південна – рожева, західна – синя. Людина пройшла від північно-західного кута A метрів на схід, B метрів на південь, C метрів на захід, D метрів на північ і подивилась на будинок. Визначити, що бачить людина.
17. Багатокутник на площині заданий цілочисельними координатами своїх N вершин у декартовій системі координат. Сторони багатокутника не дотикаються (за винятком сусідніх – у вершинах) і не перетинаються. Знайти периметр та кути багатокутника.
18. Багатокутник на площині заданий цілочисельними координатами своїх N вершин у декартовій системі координат. Сторони багатокутника не дотикаються (за винятком сусідніх – у вершинах) і не перетинаються. Знайти площу багатокутника.
19. Непуклий багатокутник на площині заданий цілочисельними координатами своїх N вершин у декартовій системі координат при його проходженні за чи проти годинникової стрілки. Сторони багатокутника не дотикаються (за винятком сусідніх – у вершинах) і не перетинаються. Визначити напрям проходження.
20. Два відрізки на площині задані цілочисельними координатами своїх кінців у декартовій системі координат. Визначити, чи існує у них спільна точка.
21. Два кола задано координатами центрів у прямокутній декартовій системі координат і радіусами (усі числа – дійсні). Знайти площу їхнього перетину.
22. На площині задано опуклий чотирикутник та 2 точки зовні його. Відомі цілочисельні координати вершин багатокутника та точок у декартовій системі координат. Знайти довжину найкоротшого шляху між точками при умові, що чотирикутник перетинати не можна.
23. Багатокутник на площині заданий цілочисельними координатами своїх N вершин у декартовій системі координат. Визначити, чи є цей багатокутник опуклим.
24. На площині N різних точок задані своїми координатами. Знайти рівняння прямої, що розділить ці точки на дві підмножини з однаковою кількістю елементів.

25. На площині задано пряму (є відомі координати двох точок, що їй належать) і коло (є відомі координати центру та радіус);
- а) визначити, чи пряма і коло перетинаються;
 - б) визначити довжину хорди, утвореної внаслідок перетину прямої та кола;
 - в) визначити довжину меншої дуги, утвореної внаслідок перетину прямої та кола.
26. У декартовій системі координат на площині задані координати вершин багатокутника при його проходженні за годинниковою стрілкою. Сторони багатокутника не дотикаються (за винятком сусідніх – у вершинах) і не перетинаються. Для заданої точки знайти мінімальну відстань до контуру багатокутника.
27. Відомі довжини ребер піраміди $ABCD$, що має в основі трикутник. Потрібно визначити її об'єм.
28. На круглому торті є N вишень. Визначити чи можна одним прямолінійним розрізом розділити його на дві рівні за площею частини, з однаковою кількістю вишень. Вишні вважати точками, у яких відомі їх цілочисельні координати (початок координат у центрі торта). Розріз не може проходити крізь вишню.
29. На площині задається відрізок двома кінцевими точками і ще одна точка. З цієї точки до прямої, що містить відрізок, проводиться перпендикуляр. Визначити, чи потрапляє цей перпендикуляр на відрізок чи на його продовження.
30. Дані розміри прямокутних листівки та конверта. Визначити, чи поміститься листівка у конверті (можливо під певним кутом).