1. Zadanie 12,lista 6

a): weźmy $\mathbb{R}^2$ i podprzestrzeń $\mathbb{R}^2 \setminus (0,1) \times \{0\}$ oraz weźmy ciąŋ prostokątów $[0,1] \times [-1/n, 1/n]$. Każdy z tych zbiorów jest spójny, ale ich przekrój to dwa singletony, które nie są spójne.

b): Weźmy zstępujący ciąg zbiorów zwartych F_n. Jesteśmy w przestrzeni metrycznej, zatem ponieważ są to zbiory zwarte, to są domknięte, skąd ich przekrój też jest domknięty, skąd zwarty. Załóżmy nie wprost, że ten przekrój można przedstawić w postaci rozłącznej sumy dwóch domkniętych zbiorów. Skoro są to domknięte podzbiory domkniętej podprzestrzeni, to były również domknięte w oryginalnej topologii. Ponieważ przestrzeń metryczna jest normalna, to one mają swoje rozłączne otoczenia A i B, skąd $C = F_0 \setminus (A \cup B)$ jest domknięty. Teraz jeśli istnieje $F_n : F_n \cup C = \emptyset$, to nie jest on spójny (A i B go rozspójniają). W przeciwnym wypadku zgodnie z definicją zwartości możemy wziąć ciąg zbiorów domkniętych (a więc zwartych): $F_n \cup C$. Są one zstępujące i niepuste, więc ich przekrój jest niepusty, ale w takim razie A i B nie pokrywają całego przekroju, skąd sprzeczność.