Wiktor Pilarczyk 308533

Zad 2

a) $y'' + y' - 2y = 0$

Za pomocą metody przewidywań

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x-1)(x+2) = 0$$

więc rozwiązanie ogólne dla powyższego równania to:

$$y = c_1 e^x + c e^{-2x}$$

gdzie c_1 i c_2 są stałymi

Zad 5

a) $y'' - 2y' + y = 0$ i $y(2) = 1$ $y'(2) = -2$

Za pomocą metody przewidywań

$$\cancel{y''} \quad x^2 - 2x + x = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

więc rozwiązanie ogólne ~~zagadnienia~~ powyższego równania to:

$$y = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

teraz chcemy, aby warunki początkowe były spełnione

$$\begin{cases} y(2) = c_1 e^2 + c_2 2 e^2 = 1 \\ y'(2) = c_1 e^2 + c_2 e^2 + 2 c_2 e^2 = -2 \end{cases}$$

Otrzymujemy $\cancel{0}$

$$c_2 e^2 = -3$$

$$c_2 = \frac{-3}{e^2} \Rightarrow c_1 = \frac{7}{e^2}$$

więc rozwiązaniem jest

$$y = 7 \cdot e^{x-2} - 3xe^{x-2}$$

Wiktor Piotrowczyk 308533

Zad 9

Skonstruować r. r. lin. jedno. trzeciego rzędu, które spełniają x, x^2 i e^x.

Najpierw wyznaczę dwa lin. takie równania, które spełniają x i e^x

Pierwszym z nich jest

$$y''' - y'' = 0$$

Drugie znajdę korzystając z dwóch takich r.r dla x

$$\begin{cases} y' - 1 = 0 \\ y'' = 0 \end{cases}$$

$$(e^x)' - 1 = e^x - 1$$

$$(e^x)'' = e^x$$

więc wymnażając oba równania

$$\begin{cases} e^x(y' - 1) = 0 \\ (e^x - 1)(y'') = 0 \end{cases}$$

Odejmując je od siebie otrzymam równanie róż.:

$$e^x(y' - 1) - (e^x - 1)(y'') = 0$$

które jest spełnione dla e^x i x.

W podobny sposób wyznaczam r.r. dla x^2, poprzez 2. lin równania r. spełnione przez x i e^x

$$\begin{cases} y''' - y'' = 0 \\ e^x(y' - 1) - (e^x - 1)\, y'' = 0 \end{cases}$$

$$(x^2)''' - (x^2)'' = -2$$

$$e^x((x^2)' - 1) - (e^x - 1)(x^2)'' = \cancel{2xe^x + 3e^x \ldots} (2xe^x - 3e^x + 2)$$

więc

$$\begin{cases} (2xe^x - 3e^x + 2)(y''' - y'') = 0 \\ (-2)(e^x(y' - 1) - (e^x - 1)\, y'' = 0 \end{cases}$$

~~otrzymuję~~

Wiktor Pikarowych 308533

Zad 9 c.d

Z tego otrzymujemy równanie z warunków zadania

$$(2xe^x-3e^x+2)(y'''-y'')+2(e^x(y'-1)-(e^x-1)y'')=0$$

$$(2xe^x-3e^x+2)y'''+(-2xe^x+e^x)y''+2e^xy'-2e^x=0$$

Sprawdzamy to równanie dla:

a) x

$$(2xe^x-3e^x+2)0+(-2xe^x+e^x)0+2e^x-2e^x=0=0$$ działa

b) x^2

$$(2xe^x-3e^x+2)0+(-2xe^x+e^x)2+4xe^x-2e^x=0=0$$ działa

c) e^x

$$(2xe^x-3e^x+2)e^x+(-2xe^x+e^x)e^x+2e^xe^x-2e^x=$$

$$=e^x[(2xe^x-2xe^x)+(-3e^x+e^x+2e^x)+(2-2)]=e^x\cdot 0=0=0$$ działa