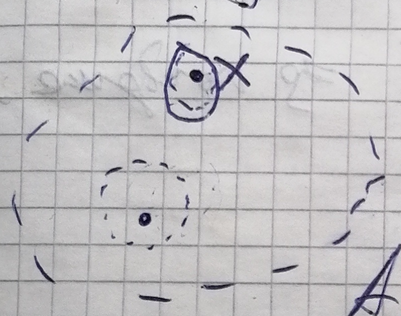
4. X ~~[illegible]~~ jest T_1 = dla ~~[illegible]~~ ze odosobnieni 1 punkt

T: X jest regularna $\overset{[T_3]}{\iff}$ $\forall_{x \in X}$ $\forall_{\substack{U \subseteq X \\ U \text{ otwarte} \\ x \in U}}$ $\exists_{\substack{V \subseteq X \\ V \text{ otwarte} \\ x \in V}}$ $\overline{V} \subseteq U$

||

można oddzielić domknięty F i x.

$\Rightarrow$ weźmy $x \in X$ i otwarte dowolne U x'a.



$X \setminus U$ jest domknięty.

Z regularności istnieją A, B otwarte, że ~~[illegible]~~

$x \in A$ ~~[illegible]~~ i $X \setminus U \subseteq B$.

$X \setminus B$ jest ~~[illegible]~~ domknięty i $X \setminus B \subseteq U$.

Również B i A rozłączne czyli $A \subseteq X \setminus B$.

Z definicji ~~[illegible]~~ domknięcia $\overline{A}$ zawiera się w każdym zbiorze domkniętym zawierającym A, czyli

$x \in \overline{A} \subseteq X \setminus B \subseteq U$, czyli ~~[illegible]~~ A jest tym zbiorem.

$\Leftarrow$ weźmy dowolny $x \in X$ i $F \subseteq X$

domknięty, i $x \notin F$.

$X \setminus F$ otwarty i zawierający x.

Z założenia istnieje V otwarty, że

$$x \in V \subseteq \overline{V} \subseteq X \setminus F .$$

$X \setminus \overline{V}$ otwarty i $F \subseteq X \setminus \overline{V}$.

Również V i $X \setminus \overline{V}$ są rozłączne.