4 Porównanie dokładności obliczania wielomianu optymalnego w zależności od bazy

Porównania dla bazy ortogonalnej oraz bazd $1, x, x^2, \ldots$. Dane dla funkcji są identyczne jak powyżej.

4.1 Dla funkcji x listy 7 zadania 8

Stopień wielomianu optymalnego, a różnice w wielkości δ.

Stopień wielomianu optymalnego	Błąd względny między odległościami	Błąd bezwzględny względem bazd ortogonalnej
1	6.466642542626854783 8e-15	2.3202703019193659142e-14
2	5.9517278258591765904 8e-16	2.1569745351271447289 4e-15
3	2.0471092269241930594 6e-16	1.198435682745215937 8e-15
4	2.7903365924265843833 8e-15	3.095814468625181142 4e-14
5	1.988176909618975113 37e-17	8.3420552211172947486 8e-15
6	3.7943951937946442465 1e-14	6.9895142716106442167 6e-10
7	4.262889730441704103 9e-10	6.0310878632825683531 2e+17

4.2 Dla funkcji z treści zadania

Stopień wielomianu optymalnego	Błąd względny między odległościami	Błąd bezwzględny względem bazd ortogonalnej
1	1.0978817545836613844 8e-17	1.004394653248874638 8e-14
2	2.2451915212343064270 7e-19	1.4957626381950127123 8e-14
3	6.8300220460442239811 4e-19	4.6067073961636215997 7e-14
4	9.5369209697872538654 9e-19	1.195567356801952628e-13
5	6.3585373686951237367 4e-20	1.1339391530704684830 4e-14
6	4.8590574414834972888 4e-19	8.6701996561494326792 6e-14
7	7.3756262421811382703 4e-19	1.4316042565649914717 2e-13
8	1.2439264592707757237 6e-22	2.8328225643508771930 4e+09

4 Analiza wyników

4.1 Stopień wielomianu optymalnego

Im zadana delta jest mniejsza tym stopień wielomianu jest większy, wynika to z tego iż im mniejszy błąd chcemy otrzymać tym dokładniejsza musi być aproksymacja. Na podstawie przykładu dla funkcji x^5 można też wywnioskować, iż dla wystarczająco małej delty stopień wielomianu optymalnego będzie równy liczbie punktów minus jeden, wtedy otrzymany wielomian optymalny jest też wielomianem interpolacyjnym dla zadanego zbioru.

4.2 Rozmieszczenie punktów

Istotny wpływ ma też odległość między zadanymi punktami, ponieważ im odległość między nimi jest bliższa tym większe prawdopodobieństwo, że wartość funkcji w tych punktach będzie do siebie zbliżona. Dla zbiorów, które składają się z mniejszych podzbiorów oscylujących wokół jednego punktu jest wyższe prawdopodobieństwo, że błędy dla wielomianów optymalnych zadanego stopnia będą niższe niż dla zbioru punktów równoodległych - własność tą można zaobserwować na przykładzie dla funkcji $x^{xsin(x)}$. Istnieją przypadki dla, których to stwierdzenie nie jest spełnione, dla powyższego przykładu z $sin(x)$, skorzystano z okresowości sinusa, dlatego funkcja miała zbliżone wartości w równoodległych punktach stąd wartość delty znacząco się różniła od punktów różnoodległych na tym samym przedziale.

Literatura

[1] D. Kincaid, W. Cheney: *Analiza numeryczna, WNT, 2005,*

[2] G. Dahlquist, A. Bjorck: *Numerical Methods in Scientific Computing, Vol.I, SIAM, 2008.,*

[3] M. Dryja, J. i M. Jankowscy: *Przegląd metod i algorytmów numerycznych cz. 2, WNT, 1988,*