2 (a) i (b)

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$

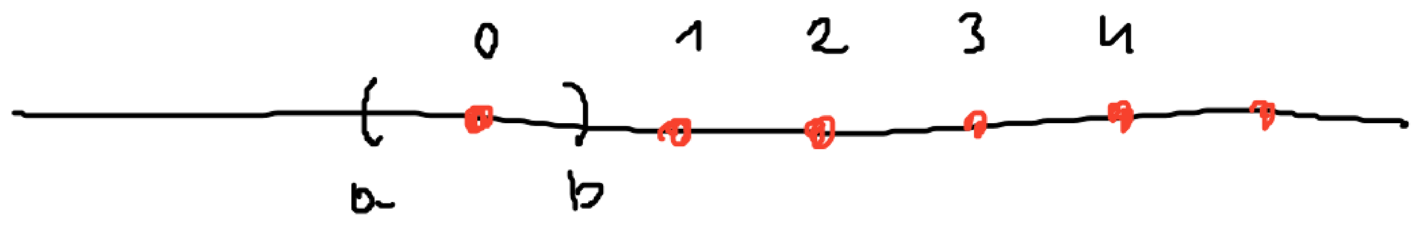
Topologia na $\mathbb{N}$

U jest otwarty w $\mathbb{N}$

$\Leftrightarrow$ $U = \underbrace{V}_{\uparrow} \cap \mathbb{N}$

otwarty w $\mathbb{R}$

= suma odcinków bez końców



$(a, b) \cap \mathbb{N} = \{0\}$

$\Rightarrow$ $\forall$ $n \in \mathbb{N}$, $\{n\}$ jest zbiór otwarty w $\mathbb{N}$

Zatem topologia na $\mathbb{N}$ jest dyskretna (tzn każdy podzbiór $\mathbb{N}$ jest otwarty).

Z_1

ciąg zbieżny do 0 (tu $\frac{1}{i}$)

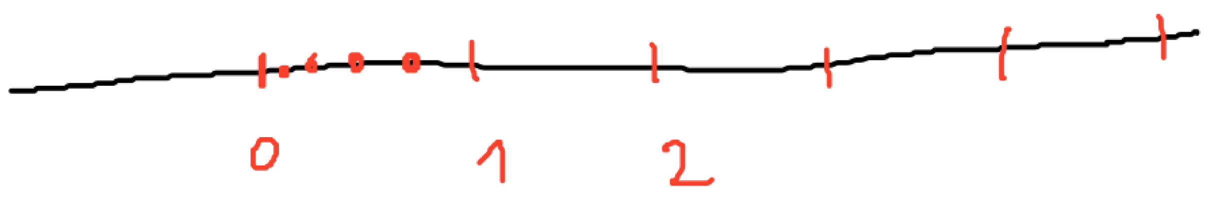
Zauważmy, że $\{0\}$ nie jest otwarty w Z_1

$Z_1' = \{ \frac{1}{i} : i = 1, 2, \ldots \}$

czy $\mathbb{N}$ i Z_1' są homeo ? Tak, (ponieważ Z_1' jest dyskretne)

Dowolna bijekcja pomiędzy $\mathbb{N}$ i Z_1' jest homeo.

(c)



$U \ni 0$ w Z_1

ko-skończony

$V \ni 0$ w Z_2

nie musi być ko-skończony

(a) i (c) Nie są homeo

(b) i (c) nie wprost $f : \underset{Z_2}{\overset{\shortparallel}{C}} \to \underset{Z_1}{\overset{\shortparallel}{B}}$

$f(0) = 0$

jedyne punkty że singleton otwarty

(d) $\frac{1}{i} + \frac{1}{j}$ t. że $\frac{1}{i} + \frac{1}{j} < \frac{1}{i-1}$ $i, j = 2, 3, \ldots$

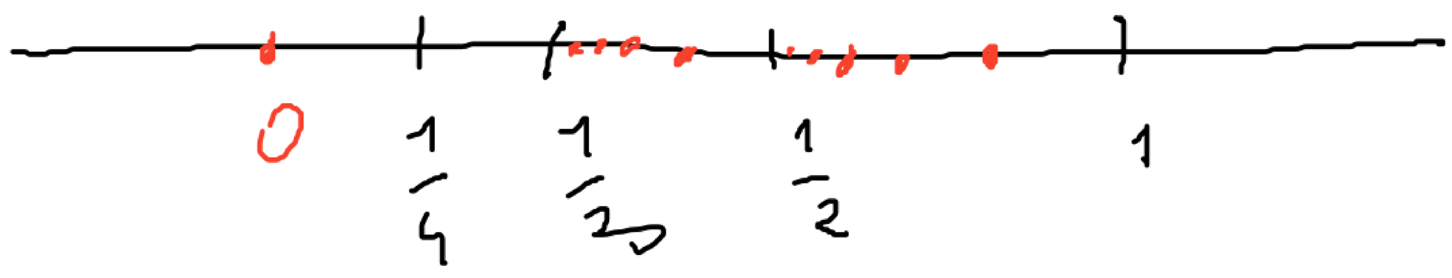
$i = 3$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{j} < \frac{1}{2}$

$i = 2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{j} < 1$

$j = 3, 4, \ldots$



$f : X \to Y$ homeo

$a_n \to b$ w X

$\Leftrightarrow$ $f(a_n) \to f(b)$ w Y

Gdyby $f : Z_2 \to Z_3$

to $f(0) = 0$

$\mathbb{N}$ w Z_2 nie zbiegają do 0

czyli $f(\mathbb{N})$ nie zbiega do 0 w Z_3

czyli $\frac{1}{i_0} < f(\mathbb{N})$

pewne $i_0 > 0$

Dalej rozumowanie jak przy (d) i (b)

otocz. otw ko-sk.