

Wilson Siou Kan Chow

# **Projeto de mecanismo autônomo de duas rodas ("Mini-Segway")**

São Paulo

2022

Wilson Siou Kan Chow

## **Projeto de mecanismo autônomo de duas rodas ("Mini-Segway")**

Versão Original

Trabalho apresentado para a conclusão do curso de Engenharia Mecânica, ministrado na Escola Politécnica de São Paulo.

Área de Concentração: Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Flávio Celso Trigo

São Paulo

2022

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

#### Catálogo-na-publicação

Chow, Wilson Siou Kan

Projeto de mecanismo autônomo de duas rodas ("Mini-Segway") / W. S. K. Chow -- São Paulo, 2022.

71 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.CONTROLADORES DIGITAIS 2.CONTROLE (TEORIA DE SISTEMAS E CONTROLE) 3.DINÂMICA 4.ROBÔS 5.SIMULINK I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

Este trabalho é dedicado às crianças adultas que,  
quando pequenas, sonharam em realizar algo grandioso.

# Agradecimentos

Os agradecimentos principais são direcionados ao professor Flávio Celso Trigo, orientando o autor sobre os cálculos a serem feitos e os modelos a serem seguidos, sempre motivando o mesmo a não desistir do trabalho em seus momentos mais difíceis e pela parceria durante todo o processo.

Agradecimentos especiais ao professor Alberto Hernandez Neto, que orientou sobre as normas de formatação ABNT a serem seguidas ao longo deste relatório e por se disponibilizar para sanar minhas dúvidas.

Agradecimentos especiais ao professor Newton Kiyoshi Fukumasu, que sempre incentivou o autor a prosseguir na carreira de engenharia mostrando projetos interessantes, embora a mesma seja muito desafiadora e complexa.

Agradecimentos especiais aos meus pais e irmã, que sempre estiveram ao meu lado, me motivando a seguir em frente e responsáveis pela construção do meu caráter. Sinto-me honrado em participar das suas histórias e tê-los juntos nesta longa jornada. Aproveito para agradecer pela sugestão, chamarei o meu Segway de *Martini*.

Agradecimentos especiais aos meus amigos, que admiro muito por serem pessoas tão incríveis e inesperadas ao mesmo tempo, e que por alguma razão ainda continuam comigo.

*“Um verdadeiro mestre é um eterno aprendiz.”*  
*(Master Yi)*

# Resumo

CHOW, Wilson Siou Kan Chow. Projeto e prototipagem de um mecanismo que se equilibra em duas rodas (“Mini-Segway”). 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Escola Politécnica de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

O objetivo deste trabalho é relatar o procedimento da criação de um Mini-Segway, desde a sua modelagem, controle, montagem, prototipagem, programação até os seus testes. Primeiro foram feitos diversos cálculos para a modelagem matemática do sistema, seja ela linearizada ou não, para que enfim, utilizando um programa em MATLAB®, o sistema pudesse ser simulado. Então, testes foram feitos para avaliar diversos métodos de controle, onde o uso da Alocação de Polos foi a melhor. Desta forma, tanto a simulação quanto o controle usado para o equilíbrio foram criados e testados antes mesmo de o robô existir. Depois que os métodos de controle foram analisados, foi feita uma extensa pesquisa bibliográfica para se determinar os componentes necessários para o projeto. Consequentemente, identificaram-se as leituras que o robô terá de fazer para que consiga se manter de pé em duas rodas, utilizando um sistema computacional Arduino. Após os testes usando controle PID, foram feitas considerações sobre os funcionamentos do robô.

**Palavras-chave:** robô. equilíbrio. Arduino. Segway. controle.

# Abstract

CHOW, Wilson Siou Kan Chow. Project and prototyping of a mechanism that stands on two wheels ("Mini-Segway"). 2022. Course Completion Work (Bachelor on Mechanical Engineering) - Escola Politécnica de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

The objective of this work is to explain the process of the creation of a Mini-Segway, from its modeling, control, assembly, prototyping, coding to testing. First, diverse calculations were made for the mathematical modeling of the system, linearized or not, so that utilizing a program in MATLAB®, the system could be simulated. Then, tests were made to evaluate control methods, which the Pole Allocation was the best. In that way, both simulation and control created for the equilibrium were created and tested before the robot even existed. After the control methods were analysed, an extensive bibliographic research was made to determine the necessary components for the project. Consequently, the readings that the robot will have to make were identified, so that it stands on two wheels, using an Arduino computational system. After the tests using PID control, considerations were made about the robot's performance.

**Keywords:** robot. equilibrium. Arduino. Segway. control.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Segway I2 SE . . . . .	17
Figura 2 – Zippy, o Mini-Segway . . . . .	18
Figura 3 – Modelo 2-D do Segway . . . . .	21
Figura 4 – DCL da roda . . . . .	22
Figura 5 – DCL do pêndulo . . . . .	24
Figura 6 – Subsistema da planta . . . . .	34
Figura 7 – Malha da planta, sem <i>feedback</i> . . . . .	35
Figura 8 – Controle em malha fechada . . . . .	35
Figura 9 – Controle por Alocação . . . . .	37
Figura 10 – Esquema do controle por Alocação de polos . . . . .	37
Figura 11 – Controle por LQR . . . . .	39
Figura 12 – Dissociação de PID . . . . .	39
Figura 13 – Esquema do controle por Dissociação PID . . . . .	40
Figura 14 – Controle por Dissociação PID . . . . .	41
Figura 15 – Animação do controle por Alocação de Polos . . . . .	42
Figura 16 – Esquema da planta não linear . . . . .	43
Figura 17 – Esquema da planta com observador . . . . .	43
Figura 18 – Resposta do sistema com observador . . . . .	44
Figura 19 – Discretização de um sinal contínuo . . . . .	46
Figura 20 – Aproximação “Zero-order of hold” . . . . .	47
Figura 21 – Diagrama de Alocação de Polos Discreta . . . . .	47
Figura 22 – Alocação de Polos Discreta . . . . .	48
Figura 23 – Placa Arduino UNO R3 . . . . .	50
Figura 24 – Driver L298N . . . . .	51
Figura 25 – Módulo MPU-6050 . . . . .	52
Figura 26 – Micro motor “amarelo” . . . . .	52
Figura 27 – Bateria de 6V e de 9V, respectivamente . . . . .	53
Figura 28 – Protótipo inicial . . . . .	54
Figura 29 – Sinal Filtrado (azul) e Acelerômetro (vermelho) . . . . .	57
Figura 30 – Sinais PWM com diferentes durações de sinal . . . . .	59
Figura 31 – Segway funcionando com controle PID . . . . .	60
Figura 32 – Cálculo de $\ddot{\theta}$ . . . . .	66
Figura 33 – Subsistema 1 para o cálculo de $\ddot{\theta}$ . . . . .	67
Figura 34 – Subsistema 2 para o cálculo de $\ddot{\theta}$ . . . . .	67
Figura 35 – Cálculo de $\ddot{\phi}$ . . . . .	68
Figura 36 – Subsistema 1 para o cálculo de $\ddot{\phi}$ . . . . .	68

Figura 37 – Subsistema 2 para o cálculo de $\ddot{\phi}$ . . . . .	69
--	----

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Ganhos PID utilizados . . . . .	40
Tabela 2 – Faixas de Operação e Sensibilidades do MPU-6050 (INVENSENSE, 2013)	55
Tabela 3 – Cronograma de Entregas . . . . .	70

# Lista de abreviaturas e siglas

POLI-USP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
SIMO	Single Input, Multi-Output
MIMO	Multi-Input, Multi-Output
TMCM	Teorema do Movimento do Centro de Massa
TMQM	Teorema do Momento da Quantidade de Movimento
PID	Proporcional, Integrativo e Derivativo
DCL	Diagrama de Corpo Livre

# Lista de símbolos

$g$	Gravidade
$m$	Massa das duas rodas combinadas
$M$	Massa do pêndulo
$CM$	Centro de Massa
$V$	Ação vertical na roda, advinda do pêndulo
$H$	Ação horizontal na roda, advinda do pêndulo
$F$	Força de atrito
$N$	Força normal na roda
$\tau$	Torque feito pelo motor
$\theta$	Ângulo de rotação da roda
$\dot{\theta}$	Velocidade angular da roda
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular da roda
$R$	Raio da roda, ou Função dissipação de Rayleigh
$i$	Direção horizontal
$j$	Direção vertical
$\phi$	Ângulo de rotação do pêndulo
$\dot{\phi}$	Velocidade angular do pêndulo
$\ddot{\phi}$	Aceleração angular do pêndulo
$L$	Distância do eixo até o CM do pêndulo, ou Lagrangeano
$T$	Parcela de Energia Cinética
$U$	Parcela de Energia Potencial
$X_{roda}$	Posição da roda
$X_{pend}$	Posição do pêndulo

$D$	Dissipação de rolamento
$b$	Dissipação do motor
$T_{roda}$	Parcela de Energia Cinética da roda
$T_{pend}$	Parcela de Energia Cinética do pêndulo
$U_{roda}$	Parcela de Energia Potencial da roda
$U_{pend}$	Parcela de Energia Potencial do pêndulo
$R_{roda}$	Função dissipação de Rayleigh da roda
$R_{pend}$	Função dissipação de Rayleigh do pêndulo
$q$	Coordenada generalizada qualquer, ou vetor de estados
$W$	Matriz para manipulação algébrica
$S$	Matriz para manipulação algébrica
$S$	Matriz para manipulação algébrica
$\dot{x}$	Derivada do vetor de estados
$A$	Matriz de estados
$B$	Matriz de entradas
$c$	Matriz de saídas
$u$	Vetor de entradas
$y$	Vetor de saídas

# Sumário

	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>17</b>
<b>I</b>	<b>MODELAGEM</b>	<b>19</b>
<b>1</b>	<b>MODELAGEM</b>	<b>20</b>
1.1	Objetivo	20
1.2	O que será analisado	20
1.3	Representação do Modelo	20
1.4	Modelo matemático Linearizado	21
1.4.1	Primeiras Condições	21
1.4.2	Diagrama de Corpo Livre da Roda	22
1.4.3	Diagrama de Corpo Livre do Pêndulo Invertido	23
1.4.4	Equação do movimento - Método de Lagrange	25
1.4.4.1	Método de Lagrange aplicado à Roda	25
1.4.4.2	Método de Lagrange aplicado ao Pêndulo	26
1.4.5	Linearização	29
1.4.6	Espaço de Estados	30
<b>II</b>	<b>CONTROLE</b>	<b>32</b>
<b>2</b>	<b>CONTROLE</b>	<b>33</b>
2.1	<b>SIMULINK® e Controle</b>	<b>33</b>
2.1.1	Critério de Estabilidade do sistema	33
2.1.2	Simulação da Planta	33
2.1.3	Critério de Controlabilidade e Observabilidade	33
2.1.4	Controle Clássico	34
2.1.5	Controle Moderno	35
2.1.6	Controle por Alocação de Polos	36
2.1.7	Controle LQR	36
2.1.8	Controle PID	38
2.1.9	Desempenho	40
2.1.10	Comparação da planta linear com a planta não linear	41
2.1.11	Observadores de estado	41

<b>III</b>	<b>SINAIS DISCRETOS</b>	<b>45</b>
<b>3</b>	<b>SISTEMAS DISCRETOS</b>	<b>46</b>
3.1	Simulação em tempo discreto	46
3.2	Controle por Alocação de Polos Discreto	46
<b>IV</b>	<b>PROTOTIPAGEM</b>	<b>49</b>
<b>4</b>	<b>CONHECIMENTOS DE ARDUINO</b>	<b>50</b>
4.1	Software Arduino	50
4.2	Placa Arduino Uno R3	50
4.3	Driver Ponte H L298N	51
4.4	Módulo Giroscópio MPU-6050	51
4.5	Escolha dos motores	52
4.6	Escolha das baterias	53
<b>5</b>	<b>PROTOTIPAGEM DO ROBÔ</b>	<b>54</b>
5.1	Primeiras configurações	54
5.2	Calibração do Módulo MPU-6050	55
5.2.1	Calibração	55
5.2.2	Filtros digitais	55
5.2.2.1	Filtro complementar	55
5.2.2.2	Integração de Euler	56
5.2.3	Impactos	57
<b>5.3</b>	<b>Primeiras Impressões</b>	<b>57</b>
5.3.1	Alimentação	57
5.3.2	Desempenho dos motores	57
5.3.3	Equilíbrio	58
5.3.4	Estrutura	58
5.3.5	Sinal PWM e seu perigo	58
5.3.6	Velocidade de Processamento	59
<b>5.4</b>	<b>Primeiros Testes</b>	<b>59</b>
5.4.1	Sistema não-ideal	59
5.4.2	Defeitos e Melhorias	60
5.4.3	Controle PID - Resumo	61
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>62</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>63</b>



	<b>APÊNDICES</b>	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE A – PLANTA NÃO-LINEAR . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>A.1</b>	<b>Subsistemas da planta não linear no SIMULINK® . . . . .</b>	<b>66</b>
	<b>APÊNDICE B – CRONOGRAMA DE ENTREGAS . . . . .</b>	<b>70</b>
<b>B.1</b>	<b>Cronograma de Entregas do Projeto . . . . .</b>	<b>70</b>

# Introdução

Depois da Primeira Guerra, o conceito de “automação” se tornou algo a ser estudado e explorado obrigatoriamente. Na década de 1920, haviam vastos esforços para automatizar a direção dos navios de guerra e o voo dos aviões, em busca de aperfeiçoar as ferramentas que já eram consideradas perfeitas (BOLTON, 2002).

Em 1957, o lançamento do satélite espacial Sputnik e seu sucesso fez com que Moscou se tornasse uma potência na ciência do controle, tanto que tenha sido escolhida como sede do Primeiro Congresso da Federação Internacional do controle Automático, em 1960 (FRIEDLAND, 2005).

O controle, deveras importante, hoje é aplicado sem que o usuário final tenha conhecimento da sua existência em muitos equipamentos do cotidiano. Desde carros a máquinas de ar-condicionado, a sua presença quase não é notada, embora seja responsável por grande parte do trabalho. Desta forma, deveria ter muito mais reconhecimento e ser entendido porque a sua aplicação em projetos tem um valor essencial.

Neste trabalho, busca-se mostrar que o controle é implementável em sistemas aparentemente complexos, neste caso, o mini-Segway, que se trata de um robô que se sustenta em duas rodas, sem a necessidade de nenhum suporte.

Figura 1 – Segway I2 SE

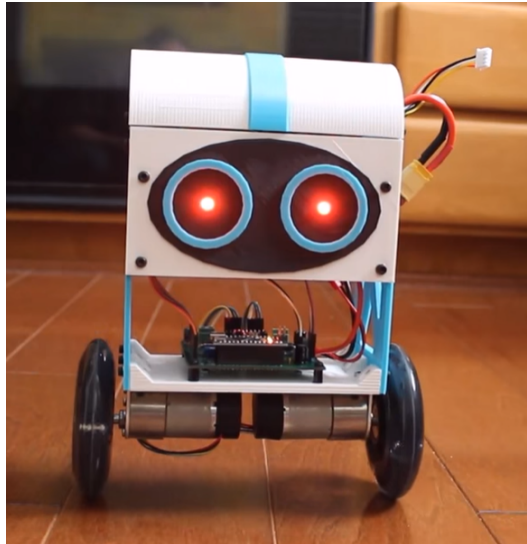


Fonte: Segway (2016)

A palavra 'Segway' é na verdade a marca registrada de um veículo pessoal de duas rodas. Este é um tema em crescimento no mercado de tecnologia, pois pode reduzir

significamente o tempo gasto em deslocamento de produtos, e além disso é um exemplo muito simples de implementação do controle, de forma que as etapas estejam bem claras e compreensíveis, até para os olhos destreinados de alunos.

Figura 2 – Zippy, o Mini-Segway



Fonte: [McGovern \(2015\)](#)

Pouca bibliografia explicita detalhadamente os passos da criação deste projeto em específico, e dessa forma as primeiras interações com este projeto mostraram-se serem muito complicadas, pois associar o que foi visto em sala de aula com um projeto de verdade na prática como este não é uma tarefa simples. Espera-se que ao fim deste relatório, o leitor possa compreender mais facilmente os estágios deste projeto e conseguir absorver os métodos de controle com mais facilidade, sem precisar passar por muitos problemas.

Parte I

Modelagem

# 1 Modelagem

## 1.1 Objetivo

O objetivo de se fazer a modelagem do sistema é conseguir prever a sua resposta para várias situações diferentes, que têm parâmetros diferentes (KULAKOWSKI; GARDNER; SHEARER, 2007). É possível terminar o projeto sem esta etapa, ou seja, montando o robô diretamente evitando cálculos, porém, o trabalho provavelmente teria que ser efetuado por tentativas e correções de erros, que resultaria em tempo gasto, resultados insatisfatórios com gastos desnecessários. Dessa forma, a modelagem será feita para que o projeto possa ser concluído com maior êxito e eficiência.

Devido à flexibilidade do modelo matemático, muitas possibilidades de funcionamento que não seriam possíveis usando um protótipo físico podem ser exploradas. Porém, deve-se lembrar que o modelo é uma tentativa de se simular a realidade, que muitas vezes possui imperfeições, como falha de fabricação, tempos de processamento e atritos. Além disso, representar matematicamente movimentos muito complexos pode resultar em equações demasiadamente complexas, dificultando a sua simulação devido à necessidade de um poder computacional maior. Dessa forma, existem alguns meios de simplificação do sistema, como a linearização do modelo.

## 1.2 O que será analisado

O primeiro passo para aplicar o controle a um sistema é criar a modelagem matemática do mesmo.

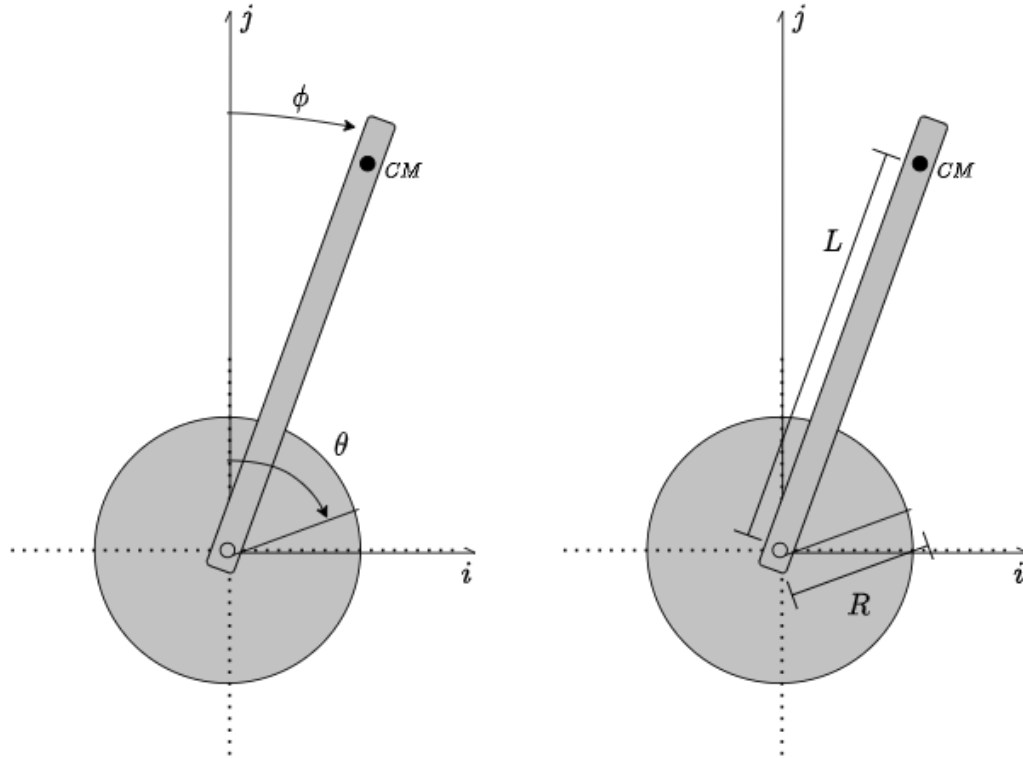
Neste projeto, o robô terá de entender o que significa estar “caindo” e o que significa estar “equilibrado”. Em outras palavras, ele deverá ter sensores que irão servir de entrada para dados relacionados ao ângulo que o corpo faz com a horizontal e o ângulo das rodas, que está ligado ao movimento dos motores que empurram a parte inferior de seu corpo para frente ou para trás. Desta forma, o modelo deve se basear especificamente nessas leituras, que devem ser o suficiente para que se atinja o seu objetivo.

## 1.3 Representação do Modelo

O Segway será visto de uma forma mais simplificada, como um pêndulo invertido em apenas uma roda, que rola na horizontal. A figura 3, em um plano 2-D, representa bem o robô que na realidade se equilibra em duas rodas, e que se movimenta para trás e para

frente, devido à força de atrito com o chão e por causa do torque de motores instalados no eixo das rodas.

Figura 3 – Modelo 2-D do Segway



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Este modelo consegue aproveitar as leituras do giroscópio e do motor (gerada por *encoder*). O funcionamento dos componentes será melhor explicado na parte [IV](#), Componentes de Arduino.

Vale notar também que o motor será instalado no eixo das rodas, e irá proporcionar um torque na roda. Desta forma, irá ser criado um torque reativo no próprio motor, que irá o transmitir para o pêndulo.

## 1.4 Modelo matemático Linearizado

### 1.4.1 Primeiras Condições

Devido à possibilidade de várias combinações, o modelo a ser feito envolve algumas condições de funcionamento.

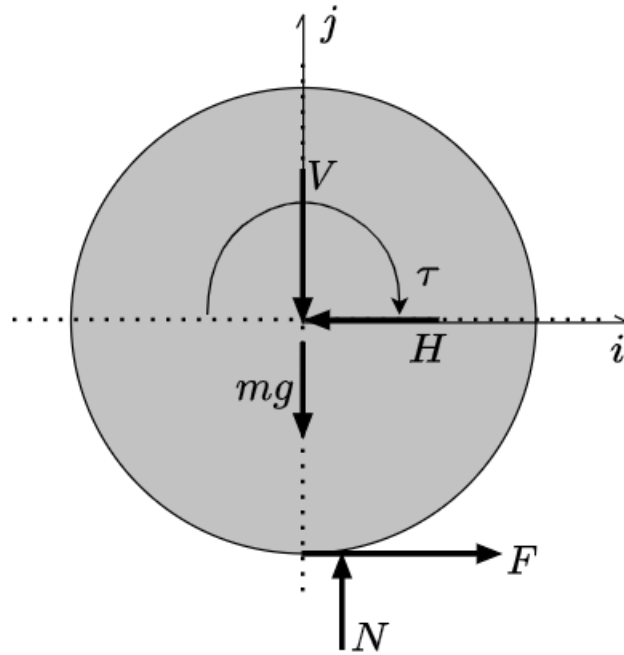
As dissipações de atrito ocorrem entre o chão e a roda por causa da existência de um atrito de rolamento. Há também perdas entre a roda e o motor. Demais dissipações neste modelo podem ser desprezadas por causa do torque ativo, que será feito pelo motor nas simulações.

Além disso, considera-se que a roda nunca deixa de ter contato com o chão.

### 1.4.2 Diagrama de Corpo Livre da Roda

Na figura 4, foi aplicado o DCL (Diagrama do Corpo Livre) na roda, obtendo as seguintes forças: As forças verticais e horizontais oriundas do contato com o corpo do pêndulo ( $H$  e  $V$ ), o peso da roda ( $mg$ ), a normal da roda ( $N$ ), o torque do motor na roda ( $\tau$ ) e a força de atrito entre a roda e o chão ( $F$ ).

Figura 4 – DCL da roda



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Os próximos cálculos serão feitos para uma roda apenas, portanto a massa  $m$  que deve ser considerada é a de duas rodas combinadas.

A posição da força  $N$  se encontra um pouco deslocada para direita, por causa do atrito de rolamento do movimento.

Pelo Teorema do movimento do centro de massa (TMCM) e considerando um deslocamento positivo em  $i$  (ou seja, deslocamento positivo em  $X$ ), temos que tomando como polo o centro da roda:

$$\sum_{roda} F_x = m \cdot \ddot{x} = F - H \quad (1.1)$$

$$F = m\ddot{x} + H \quad (1.2)$$

$$F = m(R \cdot \ddot{\theta}) + H \quad (1.3)$$

Da equação 1.3, podemos inferir que:

$$\ddot{\theta} = \frac{F}{mR} - \frac{H}{mR} \quad (1.4)$$

$$H = F - m \cdot R \cdot \ddot{\theta} \quad (1.5)$$

Agora para as forças verticais da roda. Sabe-se que a roda sempre está apoiada no chão e nunca perde o contato com esse. Desta forma, temos:

$$\sum_{roda} F_y = m \cdot \ddot{y} = N - V - mg = 0 \quad (1.6)$$

$$N = V + mg \quad (1.7)$$

Agora, considerando o movimento rotacional da roda, tem-se que, pelo Teorema do Momento da Quantidade de Movimento:

$$I_r \cdot \ddot{\theta} = \tau - F \cdot R - D \cdot \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} \quad (1.8)$$

Onde a variável  $D$ , que corresponde ao torque resistente, é descrita pela equação 1.9. Na situação em que não há escorregamento, não há dissipação de energia. O valor dessa variável é positivo, mas dependendo da direção da rotação da roda, a resistência ao movimento deve ser contrária à rotação. O coeficiente de atrito de rolamento é dado por  $\mu_{rol}$ .

$$D = N \cdot \mu_{rol} \quad (1.9)$$

### 1.4.3 Diagrama de Corpo Livre do Pêndulo Invertido

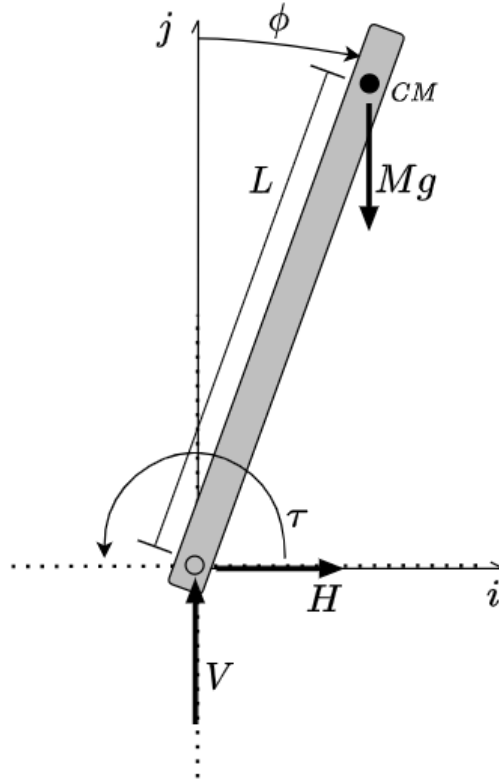
O DCL para o pêndulo é descrito pela figura 5.

Deve-se salientar que o sistema de coordenadas do pêndulo está sujeito ao movimento de seu apoio, a roda. Desta forma, imaginando que o sistema de coordenadas acima esteja se movimentando para a direita.

Fazendo-se o TMCM:



Figura 5 – DCL do pêndulo



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

$$\sum_{pend} F_x = M \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} (x_{roda} + x_{CM}) \right) = H \quad (1.10)$$

$$= M \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} (\theta R + (L \cdot \sin(\phi))) \right) = H \quad (1.11)$$

$$= M \cdot (R\ddot{\theta} - L\sin(\phi) \cdot \dot{\phi}^2 + L\cos(\phi) \cdot \ddot{\phi}) = H \quad (1.12)$$

Para as forças verticais no pêndulo, o TMCM fornece:

$$\sum F_y = M \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} (y_{CM}) \right) = V - Mg \quad (1.13)$$

$$= M \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} (L \cdot \cos(\phi)) \right) = V - Mg \quad (1.14)$$

$$= M(-L\sin(\phi) \cdot \ddot{\phi} - L\cos(\phi) \cdot \dot{\phi}^2) = V - Mg \quad (1.15)$$

Temos que:

$$V = M(-L\sin(\phi) \cdot \ddot{\phi} - L\cos(\phi) \cdot \dot{\phi}^2) + Mg \quad (1.16)$$

Com isso, tendo-se as equações 1.7 e 1.16, temos a seguinte igualdade:

$$N = M(-L\sin(\phi) \cdot \ddot{\phi} - L\cos(\phi) \cdot \dot{\phi}^2) + Mg + mg \quad (1.17)$$

Além disso, pode-se utilizar o TMQM para:

$$I_p \cdot \ddot{\phi} = Mg \cdot L\sin(\phi) - \tau \quad (1.18)$$

Os DCLs feitos até agora serão úteis para o próximo passo da modelagem.

#### 1.4.4 Equação do movimento - Método de Lagrange

Para a aplicação do método de Lagrange, são necessárias as velocidades e as cotas dos centros de massa, visando o cálculo das parcelas de energia cinética e potencial.

O método consiste em obter valores de T, U e R para se calcular a equação do movimento relacionando uma determinada coordenada generalizada  $q$ , pela equação 1.19.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} = u \quad (1.19)$$

Onde  $L$  é dado por:

$$L = T - U \quad (1.20)$$

##### 1.4.4.1 Método de Lagrange aplicado à Roda

Das equações acima, tem-se que as posições do centro de massa da roda são definidas pelo seu rolamento no chão. Desta forma, temos:

$$X_{roda} = \begin{bmatrix} \theta R \\ R \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Utilizando-se este dado, pode-se obter a parcela de energia cinética deste sistema, dada por:

$$T_{roda} = \frac{1}{2}m|\dot{X}_{roda}|^2 + \frac{1}{2}I_r\dot{\theta}^2 \quad (1.22)$$

O valor do termo relacionado à velocidade do corpo em relação ao chão pode ser obtido utilizando a velocidade do seu centro de massa:

$$\frac{1}{2}m|\dot{X}_{roda}|^2 = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2 \quad (1.23)$$

Para se obter a parcela da rotação do corpo, deve-se considerá-la a roda como um disco circular, que tem seu momento de inércia dado por:

$$I_r = \frac{mR^2}{2} \quad (1.24)$$

Desta forma:

$$\frac{1}{2}I_r\dot{\theta}^2 = \frac{1}{4}mR^2\dot{\theta}^2 \quad (1.25)$$

Finalmente, somando as as equações 1.23 e 1.25, a parcela cinética do movimento da roda pode ser expressa da seguinte maneira:

$$T_{roda} = \frac{3}{4}mR^2\dot{\theta}^2 \quad (1.26)$$

Considerando que as rodas nunca irão deixar de entrar em contato com o solo, não é necessário se obter a parcela de energia potencial para cada uma delas, pois a altura do seu centro de massa não irá apresentar deslocamento vertical, fazendo nenhum efeito nas equações:

$$U_{roda} = mgR \quad (1.27)$$

O atrito de Coulomb que desacelera a roda em contato com o chão é um caso de rolamento puro, em que não há dissipação de energia. Dessa forma, não será utilizada a função de dissipação de Rayleigh, que deve ser utilizada para casos de atrito viscoso.

#### 1.4.4.2 Método de Lagrange aplicado ao Pêndulo

As coordenadas generalizadas do centro de massa do pêndulo são dadas por:

$$X_{pend} = \begin{bmatrix} \theta R + L \sin(\phi) \\ L \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

$$T_{pend} = \frac{1}{2}M|\dot{X}_{pend}|^2 + \frac{1}{2}I_p\dot{\phi}^2 \quad (1.29)$$

Obtendo-se a parcela da energia ligada ao movimento, percebe-se que os cálculos são mais complexos devido ao movimento relativo da roda, que apoia o pêndulo.

$$\frac{1}{2}M|\dot{X}_{roda}|^2 = \frac{1}{2}M((R\dot{\theta} + L\cos(\phi)\dot{\phi})^2 + (-L\sin(\phi)\dot{\phi})^2) \quad (1.30)$$

$$= \frac{1}{2}M(R^2\dot{\theta}^2 + 2R\dot{\theta}L\cos(\phi)\dot{\phi} + L^2\cos^2(\phi)\dot{\phi}^2 + L^2\sin^2(\phi)\dot{\phi}^2) \quad (1.31)$$

$$= \frac{1}{2}M(R^2\dot{\theta}^2 + 2R\dot{\theta}L\cos(\phi)\dot{\phi} + L^2\dot{\phi}^2) \quad (1.32)$$

Considerando o pêndulo como uma massa pontual, que dista  $L$  do eixo de rotação, temos que o seu momento de inércia é dado por:

$$I_p = ML^2 \quad (1.33)$$

A parcela ligada à rotação vale:

$$\frac{1}{2}I_p\dot{\phi}^2 = \frac{1}{2}ML^2\dot{\phi}^2 \quad (1.34)$$

Desta forma, unindo as equações 1.32 e 1.34 , temos a parcela total da energia cinética:

$$T_{pend} = \frac{1}{2}M(R^2\dot{\theta}^2 + 2R\dot{\theta}L\cos(\phi)\dot{\phi} + L^2\dot{\phi}^2) + \frac{1}{2}ML^2\dot{\phi}^2 \quad (1.35)$$

$$T_{pend} = \frac{1}{2}MR^2\dot{\theta}^2 + MR\dot{\theta}L\cos(\phi)\dot{\phi} + ML^2\dot{\phi}^2 \quad (1.36)$$

Diferente da roda, dado que o centro de massa do pêndulo apresenta um deslocamento vertical, temos que o termo potencial pode ser representado por:

$$U_{roda} = Mg \cdot L\cos(\phi) \quad (1.37)$$

Deve ser calculada a função dissipativa de Rayleigh, sabendo que o pêndulo está fixado ao corpo do motor, e que o motor possui uma dissipação  $b$ . Porém, devido à velocidade angular relativa, temos que a função será escrita da seguinte maneira:

$$R_{motor} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot [\dot{\theta} - \dot{\phi}]^2 = b\dot{\theta}^2 - 2b\dot{\theta}\dot{\phi} + b\dot{\phi}^2 \quad (1.38)$$

Com  $T$ ,  $V$  e  $R$  da roda e do pêndulo calculados, o método passa pela equação 1.19, onde  $u$  será a entrada torque do motor e  $\phi$  e  $\theta$  são as coordenadas generalizadas.

O Lagrangeano (ou a função Lagrangiana) é dado por:

$$L = T - U \quad (1.39)$$

Então, calculando-se as derivadas parciais em relação às coordenadas generalizadas  $\phi$  e  $\theta$ , que são representadas abaixo:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}} = u + D \cdot \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} \quad (1.40)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\phi}} = -u \quad (1.41)$$

O valor de  $D$  é mostrado na equação 1.9, e equivale ao módulo do atrito de Coulomb da roda com o chão.

O significado do sinal negativo em  $u$  se deve ao fato de ser a reação do atuador: o sentido positivo foi adotado no DCL da roda, e por isso no pêndulo se torna um torque negativo.

Desta forma, calcula-se a soma total da energia do sistema, e a função de dissipação total. Utilizando as equações obtidas anteriormente. Temos que:

$$T = T_{roda} + T_{pend} \quad (1.42)$$

$$U = U_{roda} + U_{pend} \quad (1.43)$$

$$R = 0 + R_{motor} \quad (1.44)$$

Usando  $\theta$  como a primeira coordenada generalizada, temos:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \left[ \frac{3}{2}m + M \right] R^2 \dot{\theta} + LR\dot{\phi}\cos(\phi) \quad (1.46)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \left[ 1 + \frac{3}{2}m \right] R^2 \ddot{\theta} - MLR\dot{\phi}^2 \sin(\phi) + RL\ddot{\phi}\cos(\phi) \quad (1.47)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}} = -b [\dot{\phi} - \dot{\theta}] \quad (1.48)$$

Utilizando-se as equações acima, obtém-se:

$$R^2\ddot{\theta} + \frac{3}{2}\ddot{\theta}R^2m - MRL\sin(\phi)\dot{\phi}^2 + RL\cos(\phi)\ddot{\phi} - b[\dot{\phi} - \dot{\theta}] = u + D \cdot \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} \quad (1.49)$$

Usando  $\phi$  como a segunda coordenada generalizada, temos:

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} = -MRL\dot{\theta}\sin(\phi)\dot{\phi} + MgL\sin(\phi) \quad (1.50)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = MRL\dot{\theta}\cos(\phi) + 2ML^2\dot{\phi} \quad (1.51)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = MRL\ddot{\theta}\cos(\phi) - MRL\dot{\theta}\sin(\phi)\dot{\phi} + 2ML^2\ddot{\phi} \quad (1.52)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{\phi}} = b(\dot{\phi} - \dot{\theta}) - \dot{\phi}\dot{\theta}^2 ML\mu_{rol}\cos(\phi) \quad (1.53)$$

Realizando-se a subtração, obtém-se:

$$MRL\ddot{\theta}\cos(\phi) + 2ML^2\ddot{\phi} - MgL\sin(\phi) + b(\dot{\phi} - \dot{\theta}) - \dot{\phi}\dot{\theta}^2 ML\mu_{rol}\cos(\phi) = -u \quad (1.54)$$

Pode-se perceber que estas duas equações do movimento são não-lineares e acopladas, por isso, o modelo será linearizado.

### 1.4.5 Linearização

Para esse modelo, é necessário linearizar termos não lineares, como os senos e os cossenos. Deve-se fazer considerações para que o funcionamento do modelo se limite à uma região, em torno da sua situação de equilíbrio, que é o pêndulo ficar totalmente vertical e o sistema estar parado, como visto na figura 5 na página 24.

Considerando então que o pêndulo se encontra em equilíbrio quando o valor de  $\phi$  é nulo, e que é desejado que o segway permaneça parado, será utilizada a linearização de Taylor (OGATA, 2011) truncando termos de segunda ordem. Finalmente, aplicando a linearização em 1.49 e 1.54, teremos as equações do movimento linearizadas:

$$\left[ \frac{M}{2} + \frac{3}{4}m \right] R^2\ddot{\theta} + MRL\ddot{\phi} - \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} D - b[\dot{\phi} - \dot{\theta}] \quad (1.55)$$

$$MRL\ddot{\theta} + 2ML^2\ddot{\phi} - b\dot{\theta} + b\dot{\phi} - MgL\phi = -u \quad (1.56)$$

### 1.4.6 Espaço de Estados

Qualquer vetor  $x(t)$  é representado por um ponto no Espaço de Estados. No caso deste projeto, a ideia é poder utilizar alguma leitura de estado para se obter valores, possibilitando o controle do equilíbrio do Segway.

Para a simplificação dos cálculos, foi obtido o espaço de estados para o sistema linearizado acima.

Primeiro, é necessário isolar as variáveis  $\ddot{\phi}$  e  $\ddot{\theta}$ . Para isso, as equações 1.55 e 1.56 podem ser rearranjadas, utilizando-se da seguinte manipulação algébrica:

$$Wx = S \Rightarrow x = W^{-1}S \Rightarrow \quad (1.57)$$

$$x = \frac{1}{\det(W)} \begin{bmatrix} W_{22} & -W_{12} \\ -W_{12} & W_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{W_{11}W_{22} - (W_{12})^2} \begin{bmatrix} W_{22}S_1 & -W_{12}S_2 \\ -W_{12}S_1 & W_{11}S_2 \end{bmatrix} \quad (1.59)$$

Com isso, será possível representar as matrizes dos espaços de estado utilizadas a seguir. O espaço de estados possui a seguinte forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.60)$$

$$y = Cx \quad (1.61)$$

Nota-se que o termo forçante é representado por  $u$ , como visto nas equações acima (1.55 e 1.56).

As matrizes  $A$  e  $B$  são, respectivamente, a matriz de estados e a matriz de entradas, e os vetores  $x$  e  $u$  são respectivamente o vetor de estados e o vetor de entradas.

O sistema formado pelas equações 1.55 e 1.56 pode ser rearranjado usando o modelo da equação 1.57, obtendo-se a seguinte representação do sistema em espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & G_3 & G_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & G_6 & G_7 & G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G_4 \\ 0 \\ G_8 \end{bmatrix} u, \quad (1.62)$$

onde:

$$DEN = \left[ \frac{3}{4}m + \frac{1}{2}M \right] [2ML^2] - [MRL]^2 \quad (1.63)$$

$$G_1 = \frac{W_{22}b + W_{12}b}{DEN} \quad (1.64)$$

$$G_2 = -\frac{W_{22}(M\mu_{rol}(mg + Mg) + b) + W_{12}b}{DEN} \quad (1.65)$$

$$G_3 = -\frac{W_{12}MgL}{DEN} \quad (1.66)$$

$$G_4 = \frac{W_{22} - W_{12}}{DEN} \quad (1.67)$$

$$G_5 = -\frac{W_{11}b + W_{12}b}{DEN} \quad (1.68)$$

$$G_6 = \frac{W_{11}b + W_{12}(M\mu_{rol}(mg + Mg) + b)}{DEN} \quad (1.69)$$

$$G_7 = \frac{W_{11}MgL}{DEN} \quad (1.70)$$

$$G_8 = -\frac{W_{11} - W_{12}}{DEN} \quad (1.71)$$

$$(1.72)$$

Desta forma, usando-se os seguintes parâmetros dos componentes utilizados na modelagem:

- $M = 0.407 \text{ Kg}$ ;
- $m = 0.060 \text{ Kg}$ ;
- $L = 0.075 \text{ m}$ ;
- $R = 0.035 \text{ m}$ ;
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ;
- $b = 0.0016 \text{ m}$ ;
- $\mu_{rol} = 0.003 \text{ m}$ ;
- $D = \mu_{rol}(Mg + 2mg)$ ;

Faz com que o sistema acima seja equivalente a:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0702 & -0.2815 & 0.0077 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.3551 & 65.4657 & -0.3405 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3.0883 \\ 0 \\ -217.6796 \end{bmatrix} u \quad (1.73)$$

Com a matriz C de saídas a definir no capítulo 2.1.3.



Parte II

Controle

## 2 Controle

### 2.1 SIMULINK® e Controle

Para simular o sistema modelado no capítulo anterior, será utilizado o programa SIMULINK®. Ele utiliza uma interface baseada em diagrama de blocos, com a intenção de oferecer uma abstração melhor do sistema. Com isso, será mais fácil compreender o papel da planta e do controlador durante as simulações.

#### 2.1.1 Critério de Estabilidade do sistema

Pode-se determinar a estabilidade do sistema obtendo-se os autovalores da matriz  $A$  do sistema. Eles podem ser calculados utilizando a função  $eig()$  do Matlab®, e os valores obtidos foram:

$$eig(A) = [0, \quad -17.5252, \quad -0.1921, \quad 5.6627] \quad (2.1)$$

Autovalores positivos indicam que o sistema é instável, e portanto espera-se uma resposta divergente em uma simulação em malha aberta. Autovalores nulos indicam uma instabilidade marginal do sistema, o que também não é desejável. Portanto, conclui-se que o sistema é instável e precisa ser controlado. Nos próximos capítulos, serão usadas diferentes técnicas de controle.

#### 2.1.2 Simulação da Planta

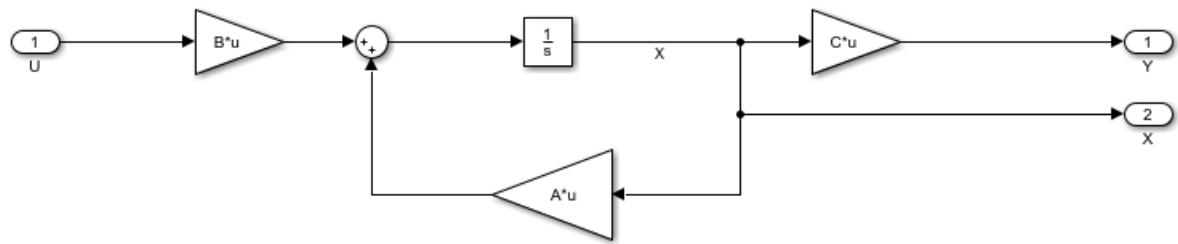
Utilizando-se o SIMULINK®, foi feito apenas o esquema da planta sem nenhum controle, como representado na figura 6. A resposta obtida é divergente, como o esperado do capítulo 2.1.1. O sistema de controle ainda será implementado sobre este sistema.

#### 2.1.3 Critério de Controlabilidade e Observabilidade

Calculadas as matrizes  $A$  e  $B$  do sistema, é preciso escolher uma matriz de saídas  $C$  pensando nas variáveis a serem controladas. Desta forma, neste sistema serão controlados o ângulo de inclinação do pêndulo  $\phi$  e a angulação da roda  $\theta$ , fazendo com que a matriz de observação escolhida seja:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Figura 6 – Subsistema da planta



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Com o espaço de estados finalizado, é possível simular o modelo matemático.

Dadas as matrizes  $A$ ,  $B$ , e  $C$  do sistema, é possível calcular as matrizes de controlabilidade e observabilidade usando as respectivas funções  $ctrb()$  e  $obsv()$ . O critério se baseia no cálculo do posto destas matrizes: caso o valor do posto da matriz de controlabilidade for o número de linhas da matriz quadrada  $A$ , é dito que o sistema é totalmente controlável, o mesmo valendo para a matriz de observabilidade.

O sistema poderá ser controlado apenas se for totalmente controlável e observável (OGATA, 2011). Os dois postos foram calculados pela função  $rank()$ , e os dois valores equivalem 4. Desta forma, o sistema é totalmente controlável e observável, tornando possível implementar o controle no sistema.

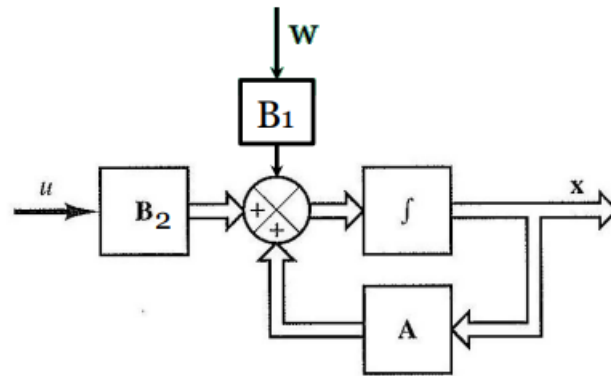
#### 2.1.4 Controle Clássico

Neste tipo de controle, serão utilizados parâmetros previamente adotados, que não mudam durante o funcionamento da planta. Com isso, entradas inesperadas de distúrbios externos, ou qualquer interrupção indesejada pode comprometer este tipo de controle, pois não há chances para adaptação.

O melhor que pode ser feito para o sistema é utilizar um sinal de *feedback* (representado pela figura 8) para calcular uma ação de entrada  $u$ , usando parâmetros pré-estabelecidos.

Com isso a malha é fechada, o sinal de referência é criado a partir de sensores que, ao detectar um erro entre a posição de referência e a posição atual.

O sistema de controle de malha fechada que será utilizado neste projeto é o PID, uma estratégia do Controle Clássico.

Figura 7 – Malha da planta, sem *feedback*

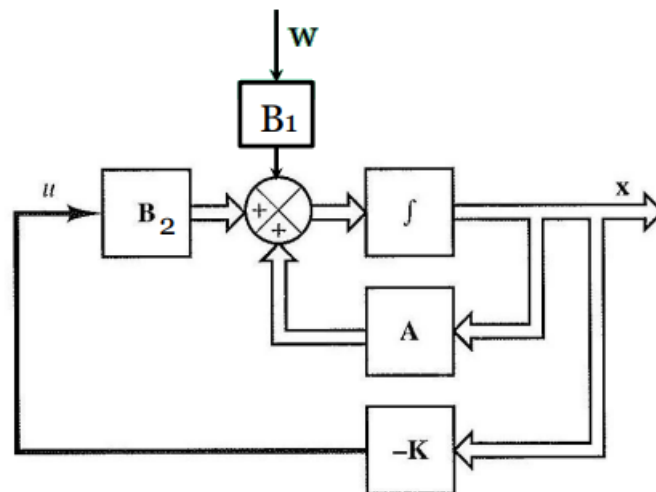
Fonte: [Fleury e Donha \(2021\)](#)

### 2.1.5 Controle Moderno

Como mencionado anteriormente, a utilização de parâmetros previamente adotados impedia o controle de se adaptar bem às condições impostas.

No controle moderno, o sistema começa a se MIMO, ampliando as possibilidades de atuação e tornando o controle teoricamente mais eficaz, porém com maior complexidade para sua implementação.

Figura 8 – Controle em malha fechada



Fonte: [Fleury e Donha \(2021\)](#)

Os sistemas de controle moderno que serão utilizados neste projeto são a alocação de polos e o LQR.

### 2.1.6 Controle por Alocação de Polos

Usando o método de alocação de polos, o sistema pode ser estabilizado estabelecendo polos negativos no lugar dos polos originais, cujas partes reais positivas ou nulas tornam o sistema instável. Como mostrado no capítulo 2.1.1, o sistema aberto é instável e dessa forma os novos polos adotados são os seguintes:

$$\text{Polos Novos} = [-0.40, \quad -0.18, \quad -45.4, \quad -1.5] \quad (2.3)$$

Com estes valores, é possível obter o ganho do controlador  $K$  utilizando o comando `place()`, resultando nos seguintes valores:

$$K = [-0.0348, \quad -0.1335, \quad -0.4638, \quad 0.0322] \quad (2.4)$$

O controle por alocação de polos trata de uma retroalimentação negativa a partir dos polos negativos estabelecidos anteriormente, que é computada como a matriz  $F$  na equação 2.5.

$$F = (A - BK) \quad (2.5)$$

Se todos os autovalores da matriz  $F$  possuem parte real negativa, temos que o sistema é estável em malha fechada. Desta forma, após os cálculos é possível concluir com 2.6 que o sistema foi estabilizado em malha fechada.

$$\text{Polos } F = [-25.40, \quad -0.20, \quad -1.50, \quad -0.88] \quad (2.6)$$

As matrizes obtidas foram utilizadas em uma simulação em que em um período de 50 segundos, o sistema deveria partir do desequilíbrio ( $x_0 = [-0.5236, \quad 0, \quad 0.5236, \quad 0]$ ), e a partir dos 20 segundos, fazer as rodas atingirem o valor de  $\theta = 1$  radiano.

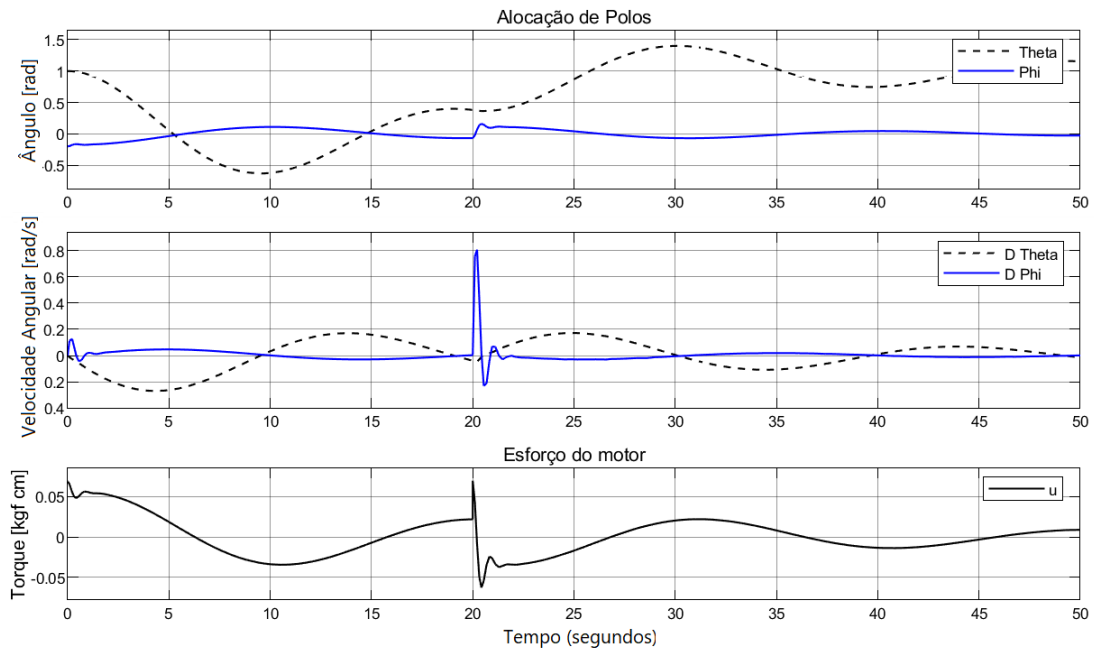
Pela figura 9, pode-se ver que o sistema teve um bom desempenho durante o funcionamento, mostrando estabilidade suficiente para equilibrar a planta.

A simulação foi feita a partir de um diagrama de blocos, ilustrado por 10:

### 2.1.7 Controle LQR

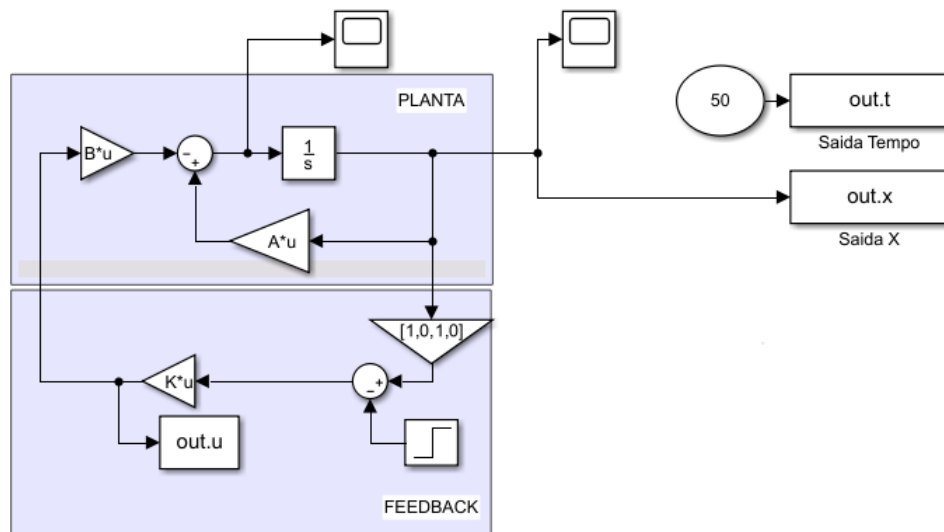
O controle Linear Quadrático Regulador será utilizado para minimizar os efeitos dos distúrbios no sistema do Segway, que foi modelado. Fazendo parte do Controle Ótimo, este controle tem a função de minimizar o índice quadrático de desempenho, que é dado

Figura 9 – Controle por Alocação



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Figura 10 – Esquema do controle por Alocação de polos



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

pela equação 2.7. Diferente do controle por alocação de polos, o LQR oferece um método sistemático de cálculo da matriz de ganho (OGATA, 2011).

$$J = \int_0^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.7)$$

Aqui, é feita a sintonia do controlador utilizando-se as duas matrizes  $Q$  e  $R$ , que

ponderam a importância (isto é, os “custos”) de controle entre o estado ( $Q$ ) e o esforço ( $R$ ) no Segway. Em outras palavras, essas matrizes irão balancear o consumo da energia dos sinais de controle.

Valores altos da matriz  $R$  penalizam fortemente a força dos atuadores, fazendo com que as ações de controle seja mais fracas, trazendo maior prioridade à precisão do ângulo, que influencia no movimento.

Depois dos mais variados testes, sabendo dos comportamentos evidenciados acima, as matrizes encontradas foram as seguintes:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}; R = [500] \quad (2.8)$$

Usando-se a função  $lqr()$  do MATLAB®, obteve-se uma matriz  $K_{lqr}$  de realimentação:

$$K_{lqr} = [-0.1414 \quad -0.4279 \quad -0.8786 \quad -0.4386] \quad (2.9)$$

Para se simular este sistema, foi utilizado o mesmo diagrama de blocos utilizado na figura 10, em alocação de polos. A diferença agora é a utilização dos novos ganhos de controle obtidos pelo método LQR,  $K_{lqr}$ .

O desempenho obtido pelo sistema foi muito bom, apresentando uma solicitação pequena dos atuadores com uma boa estabilização.

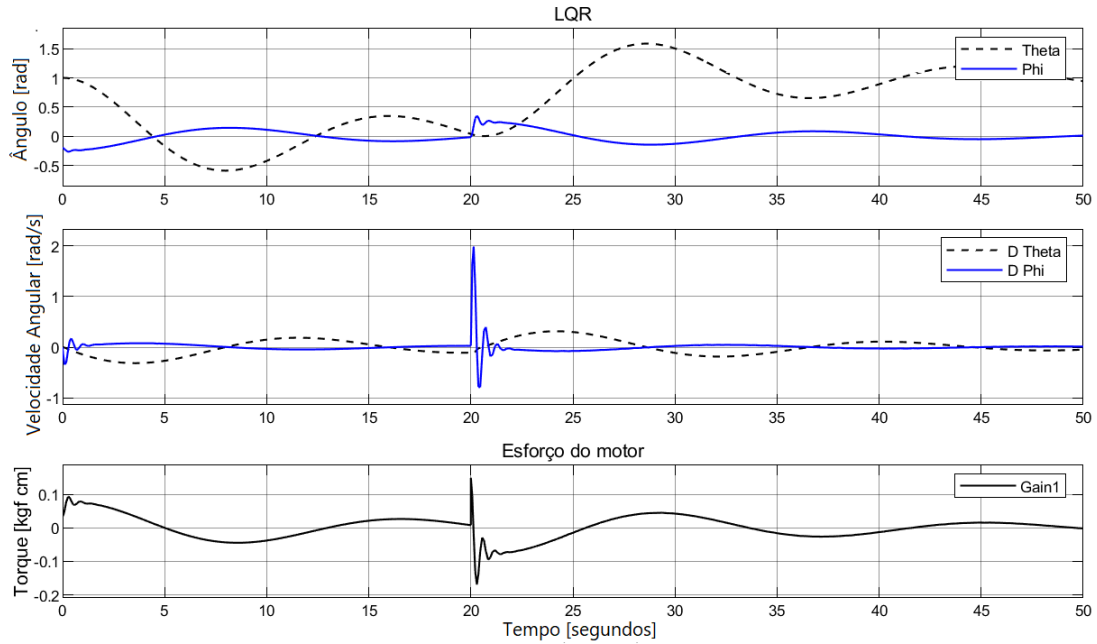
### 2.1.8 Controle PID

Segundo (OGATA, 2011), o controle por PID é o segundo mais utilizado no mundo, no âmbito industrial. Porém, no caso do Segway, este método pode ser insuficiente devido ao fato de o sistema procurar controlar apenas uma variável (o ângulo  $\phi$ , que representa o ângulo vertical do robô). Utilizar dois PIDs é uma alternativa perigosa, pois o sistema apresentou uma dificuldade em conciliar o equilíbrio de  $\phi$  e de  $\theta$  durante as simulações.

Para se utilizar o controle por PID neste caso, é necessário utilizar uma Dissociação de PID (VÁZQUEZ; MORILLA, 2002) vide figura 12, somando-se apenas uma parte de cada PID fazendo com que o sinal resultante leve em conta as duas referências, a de se equilibrar de pé e a de permanecer no mesmo lugar, minimizando o conflito de sinais.

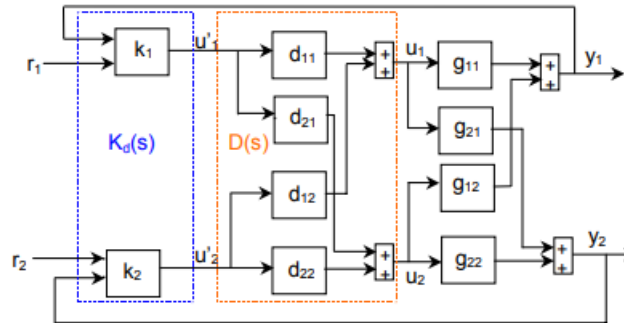
Outro fator que pode dificultar a implantação desta técnica no Segway é a provável ocorrência de distúrbios, que afetam diretamente no desempenho do PID.

Figura 11 – Controle por LQR



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Figura 12 – Dissociação de PID



Fonte: Vázquez e Morilla (2002)

Para se simular o modelo, foi utilizado o sistema ilustrado em 13. É importante ressaltar que o sinal observado pelo sensor é apenas o ângulo  $\phi$ , e não  $\theta$ . Nesta simulação,  $\theta$  foi observado como uma referência da localização, mas no robô real, será utilizado uma aproximação deste ângulo, e portanto estarão contidos mais distúrbios e imprecisões.

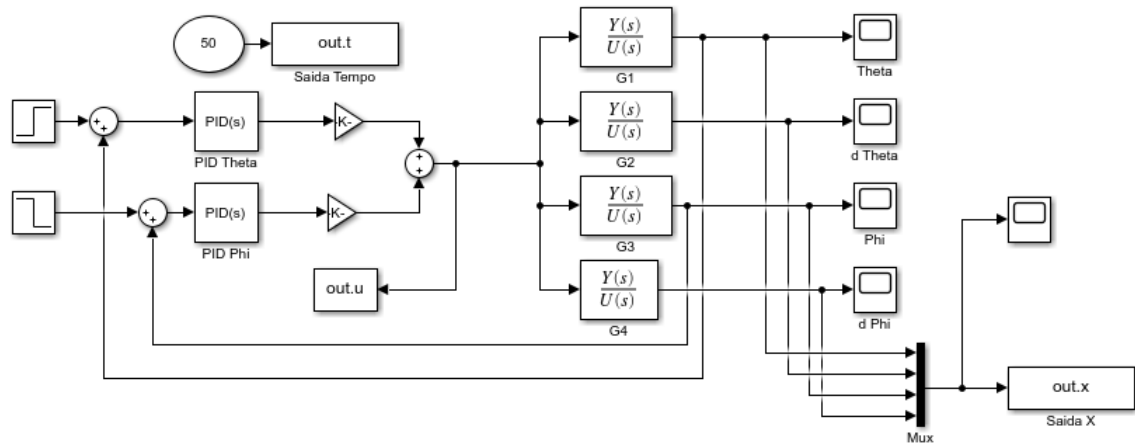
As condições iniciais utilizadas no controle por alocação e no controle por LQR não foram utilizadas neste sistema devido a incompatibilidades, e portanto foi utilizado outra condição similar.

Os dois ganhos PID utilizados neste sistema são representados pela tabela 1.

Temos que o comportamento do sistema utilizando PID foi razoável, mas percebe-se na figura 14 que a velocidade angular empregada é muito alta, e pode ser um problema



Figura 13 – Esquema do controle por Dissociação PID



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

	PID theta	PID phi
Kp	1	1
Ki	0.1	0.1
Kd	0.2	0.002

Tabela 1 – Ganhos PID utilizados

para a viabilidade do projeto.

### 2.1.9 Desempenho

Pode-se perceber que o sinal de  $\theta$  possui overshoots de aproximadamente 60% nos controles LQR e alocação, e cerca de 15% no controle PID. Embora não seja um critério essencial, um overshoot pequeno é desejável, uma vez que espera-se que o Segway permaneça parado onde deveria.

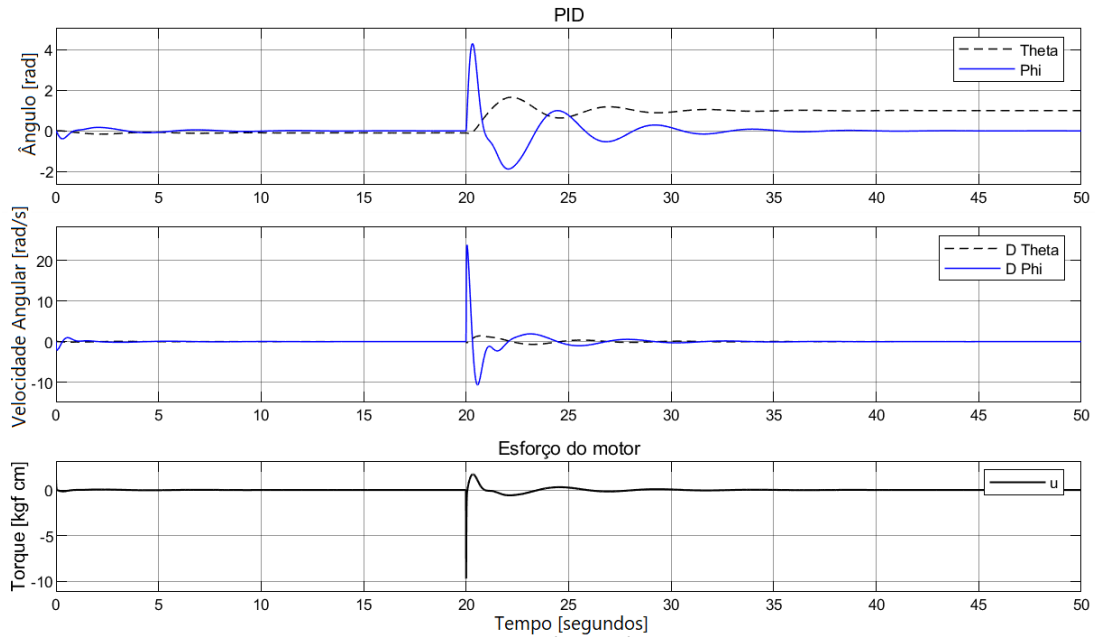
Embora os sinais de  $\phi$  não se estabilizam muito rapidamente durante a alocação de pólos e LQR, nota-se uma estabilidade aceitável, enquanto que no PID essa estabilidade é atingida mais rapidamente.

Apesar de o controle por PID ter demonstrado resultados promissores, o valor da velocidade angular atingida pelo pêndulo é bastante alta, o que é um fator problemático.

Com isso, espera-se que a Alocação de Pólos seja a melhor técnica de controle apresentada.

Para se verificar a coerência das simulações, também foi utilizada uma animação do sistema pelo Matlab® para verificar os ângulos visualmente. Devido à impossibilidade de se incluir uma animação no documento, foi inserida a figura 15 para representá-la.

Figura 14 – Controle por Dissociação PID



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

### 2.1.10 Comparação da planta linear com a planta não linear

O sistema simulado utilizou o modelo linearizado da planta, o que torna interessante simular a reação da planta não linear ao controle utilizado anteriormente.

Para se implementar a planta não linear, foi necessário se obter as variáveis  $\ddot{\phi}$  e  $\ddot{\theta}$  em função das outras, utilizando as equações 1.49 e 1.54, e depois organizar as funções matemáticas no SIMULINK®. O subsistema da planta é representado pela figura 16.

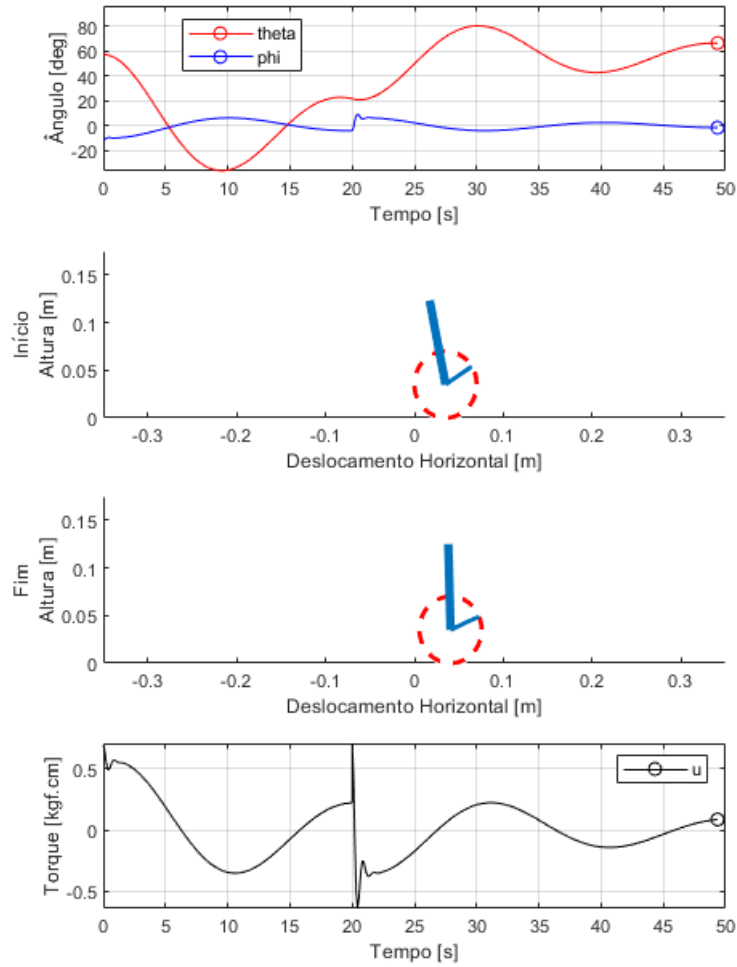
Devido à extensão das operações matemáticas, a planta será mais explicitada no apêndice A.

O desempenho desse sistema sob o controle previamente implementado não apresentou diferenças expressivas, o que valida o uso do modelo não linear para os cálculos dos ganhos de controle.

### 2.1.11 Observadores de estado

O Segway precisará reconstruir o modelo matemático a partir dos dados obtidos pelos sensores, e criar uma entrada de controle a partir da mesma. Para isso deve ser criado um observador identidade, essa reconstrução faz com que o sistema possua uma referência interior da planta, e com isso pode obter dados adicionais a partir da modelagem teórica da planta. Além disso, a matriz  $K_o$  do observador deve fazer o estado convergir para o equilíbrio mais rapidamente do que a matriz  $K$  da planta.

Figura 15 – Animação do controle por Alocação de Polos



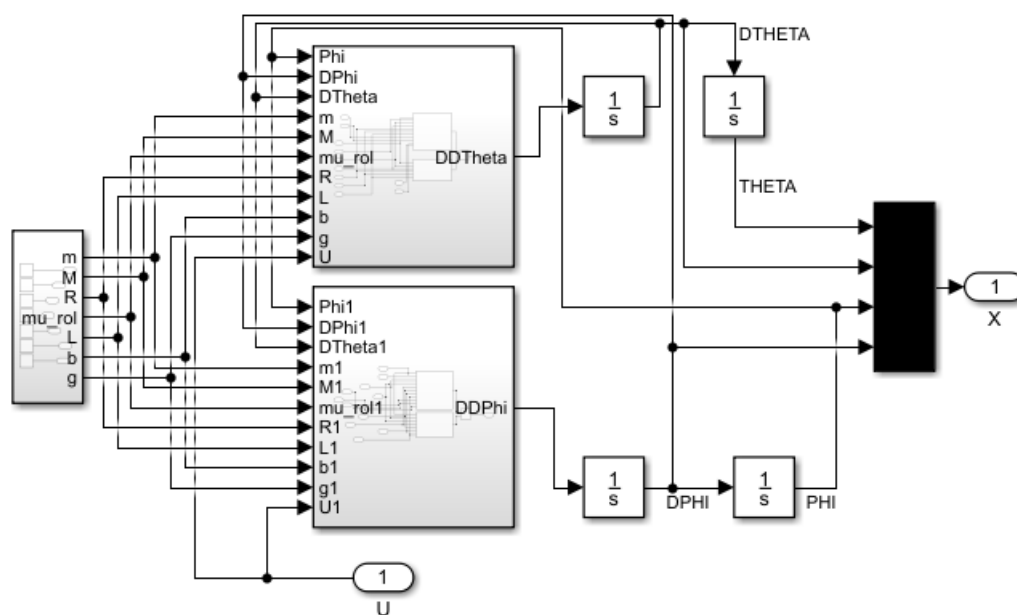
Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Utilizando os mesmos polos na Alocação de polos, é possível obter  $K_o$  utilizando o comando `place(A', C', polos)`. Os valores obtidos são:

$$K_o = [-0.4234 \quad 2.1659 \quad 22.9139 \quad 6.5867] \quad (2.10)$$

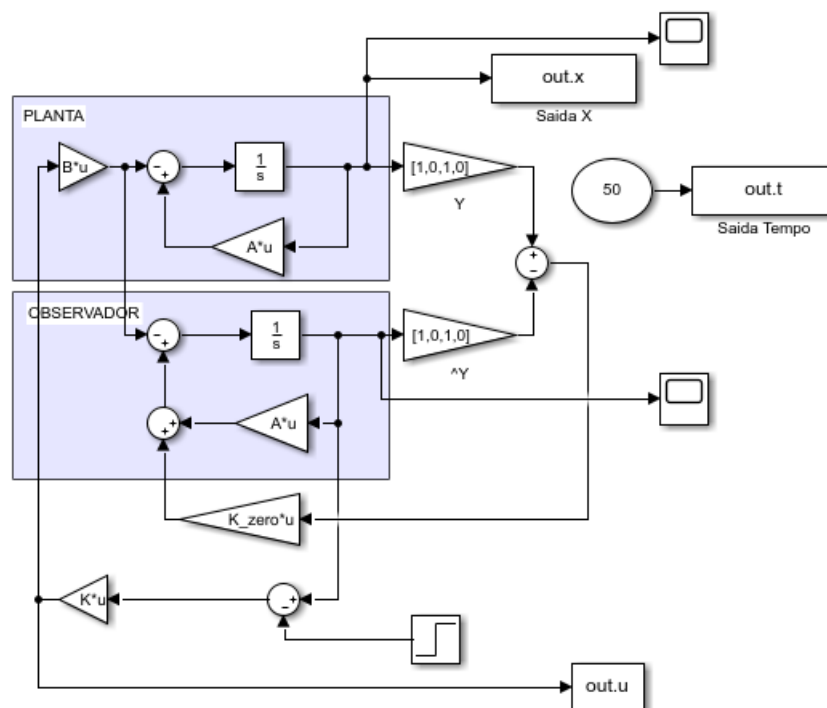
Foi criado um esquema para a simulação do sistema, representado na figura 17. Nele, os sensores estariam obtendo os sinais de  $\theta$  e de  $\phi$  e apresentou uma boa resposta a pequenos erros iniciais.

Figura 16 – Esquema da planta não linear



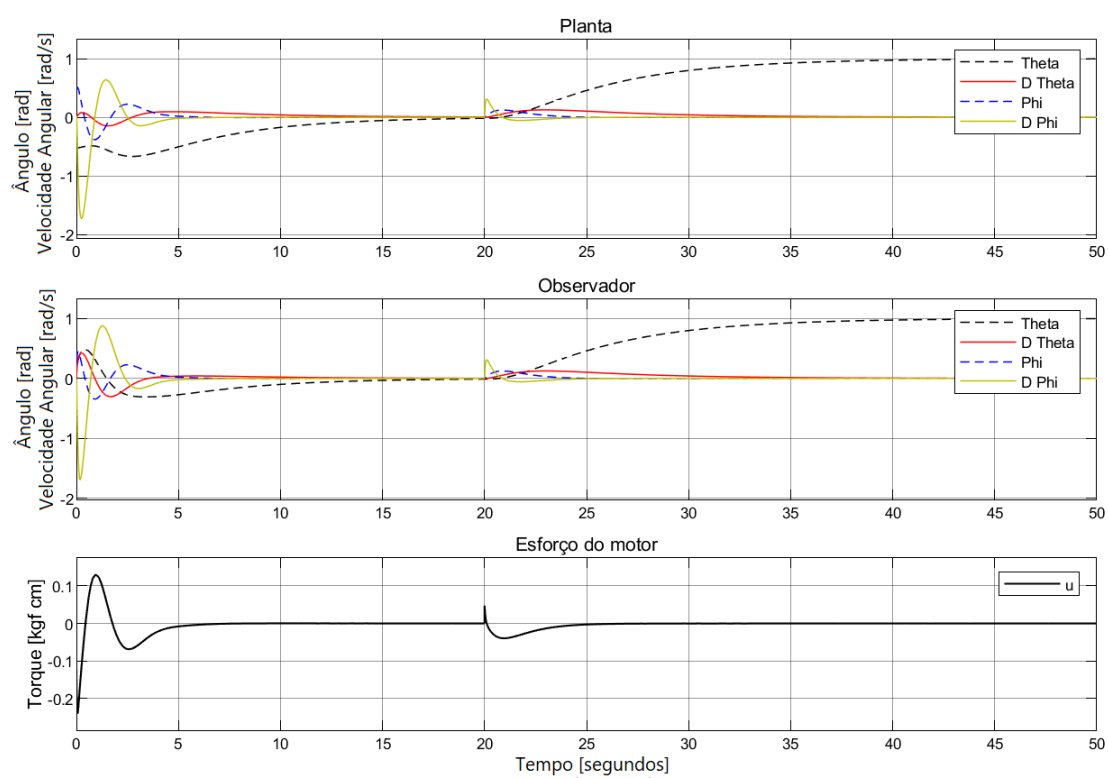
Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Figura 17 – Esquema da planta com observador



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Figura 18 – Resposta do sistema com observador



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

## Parte III

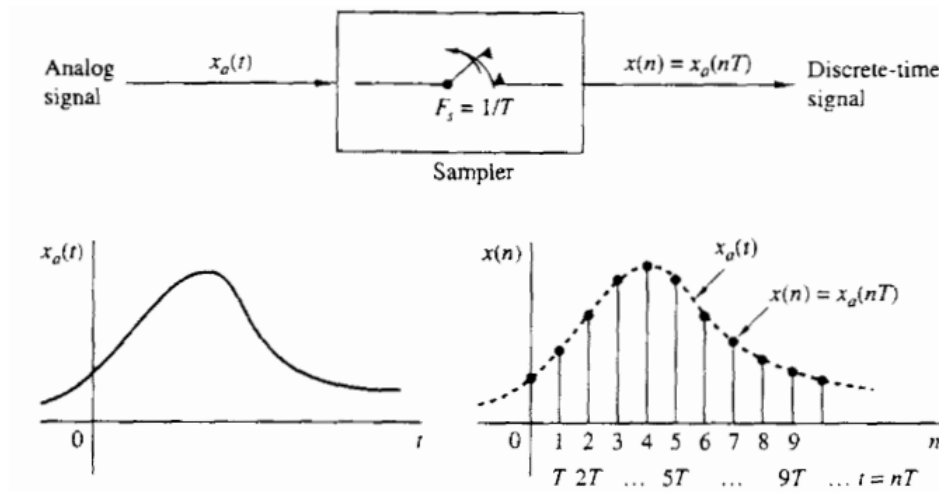
### Sinais Discretos

## 3 Sistemas Discretos

### 3.1 Simulação em tempo discreto

Durante as simulações anteriores, os resultados foram calculados diretamente usando recursos computacionais, que obtiveram respostas do sistema para qualquer intervalo de tempo durante o período desejado. Porém, na realidade os sensores de grandezas mecânicas que serão usados para se observar o sistema só conseguem fazer uma leitura de sinal por vez, e por isso, é preciso simular o sistema utilizando-se amostragens de tempo.

Figura 19 – Discretização de um sinal contínuo



Fonte: Proakis e Manolakis (2007)

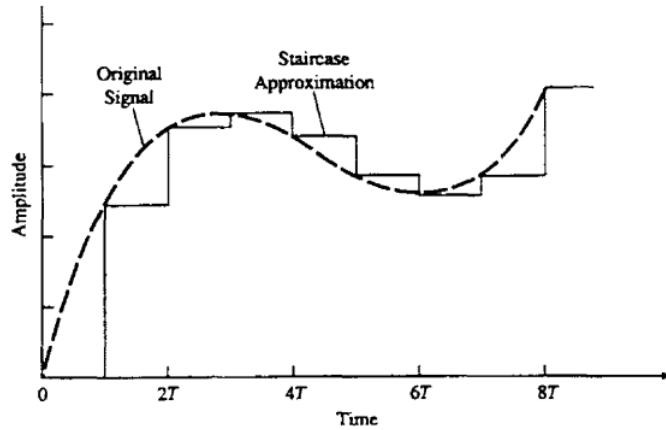
No SIMULINK®, o sinal discretizado foi representado como uma onda retangular, que é o resultado de uma aproximação chamada “Zero-order hold”, ou simplesmente aproximação de escada, ilustrada na figura 20.

A “Zero-order hold” apenas simula um processador diminuindo a frequência de observação do sinal com tempo de amostragem  $T_s$ . Desta forma, é possível simular o sistema discreto utilizando o mesmo diagrama de blocos utilizado nos controles contínuos vistos anteriormente apenas adicionando o bloco mencionado.

Como exemplo, os efeitos da discretização serão representados a seguir utilizando o controle por alocação de polos.

### 3.2 Controle por Alocação de Polos Discreto

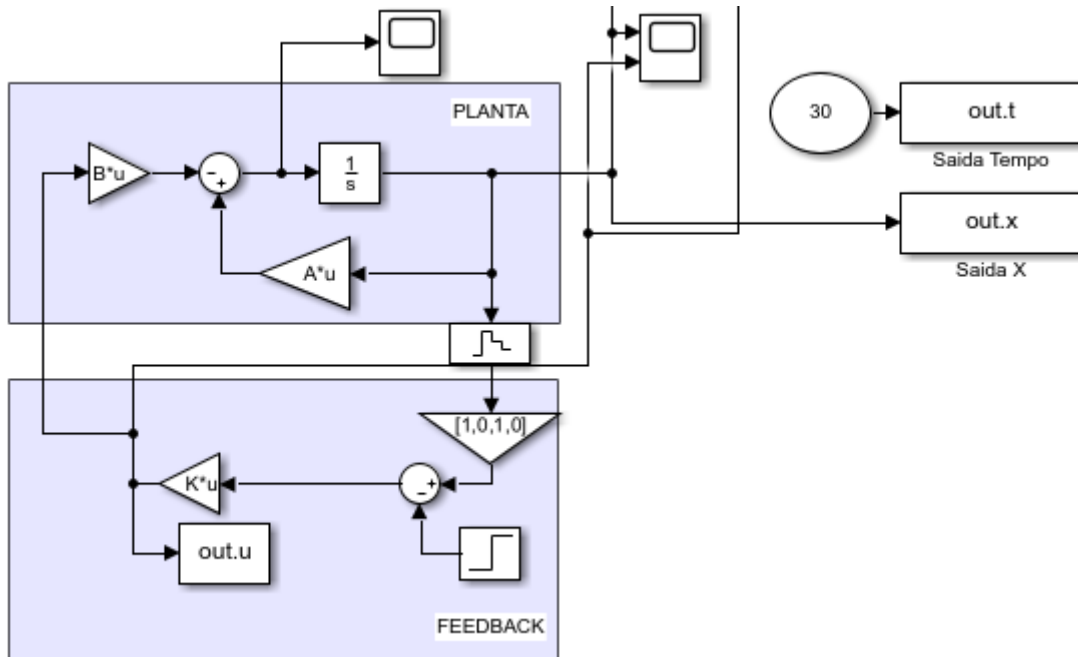
Com o novo bloco instalado, o novo sistema é representado pela figura 21:



Fonte: Proakis e Manolakis (2007)

Figura 20 – Aproximação “Zero-order of hold”

Figura 21 – Diagrama de Alocação de Polos Discreta



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

No diagrama, a planta real não é discretizada, mas sim a observação dela que é feita pelo processador que irá gerar o controle. Para isso, também é necessário estabelecer novos polos para os ganhos de controle.

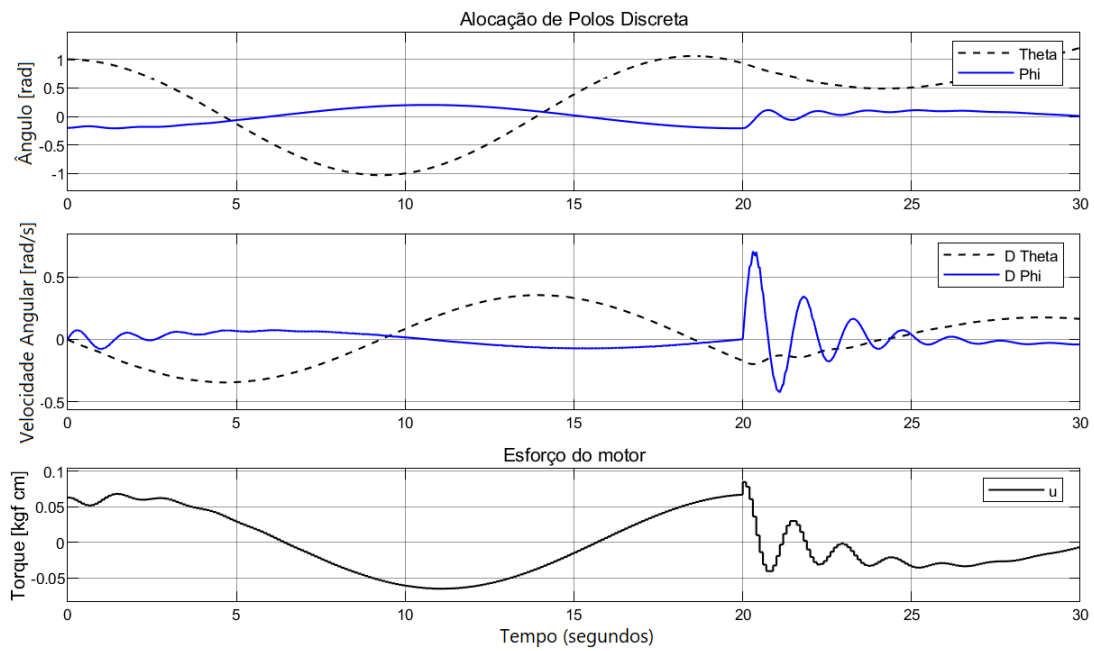
$$\text{Polos Novos} = [-0.20, \quad -0.88, \quad -7.4, \quad -1.9] \quad (3.1)$$

Utilizando o comando *place()*, é obtida a nova matriz K de ganhos. Com isso, inserindo um período de amostragem  $T_s = 0.1$  segundo, temos a resposta do sistema



ilustrada pela figura 22.

Figura 22 – Alocação de Polos Discreta



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Pode-se inferir que o controle do sistema foi levemente prejudicado devido à frequência reduzida de observações, mas ainda consegue controlar o sistema de forma razoável. O intervalo de tempo representado pela figura foi alterado de 50 segundos para 30 segundos para que se possa observar a atuação do segurador de ordem zero (ZOH).

## Parte IV

### Prototipagem

## 4 Conhecimentos de Arduino

Neste capítulo, busca-se descrever cada um dos componentes, com o intuito de explicar a função e o funcionamento dos componentes que serão instalados no Segway.

### 4.1 Software Arduino

Segundo os seus criadores, “O Arduino é uma plataforma eletrônica de código aberto baseada em hardware e software fáceis de usar” ([ARDUINO, 2018](#)). Com ele, é possível desenvolver programas muito abrangentes, que incluem detecção de ângulos, luzes, movimento, leituras de proximidade, umidade do ar, entre muitos. Utilizando a linguagem C++, também é uma poderosa ferramenta que embarca a lógica de funcionamento na placa principal, que quando ligada, processa o código infinitamente.

Então o Arduino se torna uma escolha vantajosa para a criação do robô, uma vez que é necessário de feedback do sistema em intervalos de tempo curtos, oriundos dos componentes eletrônicos.

### 4.2 Placa Arduino Uno R3

Esta placa é o componente principal, onde computa as igualdades lógicas, salva valores e passa os comandos. É nesta peça em que o código será embarcado, para ser executado. Desta forma, é um componente comum em todos os sistemas de Arduino.

Figura 23 – Placa Arduino UNO R3



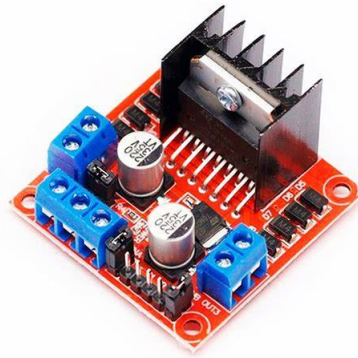
Fonte: [Filipeflop \(2022\)](#)

O número de pinos digitais limitados desta placa será um dos gargalos deste projeto, limitando as funcionalidades que o projeto pode ter.

### 4.3 Driver Ponte H L298N

É um driver necessário para se comandar o motor que rotaciona as rodas. A sua vantagem é a facilidade em se calibrar com mais eficiência a potência fornecida ao motor, fazendo com que o Segway possua um movimento mais eficiente e controlável (YAN; MENÉNDEZ; CHEN, 2018)

Figura 24 – Driver L298N



Fonte: [Filipeflop \(2022\)](#)

Este módulo aguenta até 2A de corrente por canal e dependendo da voltagem dos motores a serem controlados, devem ser configurado de dois modos diferentes: caso os motores forem de 4V a 5,5V, ou se forem de 6V a 35V.

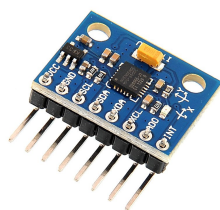
Considerando que motores elétricos das dimensões deste robô não precisam de mais de 300mA, este módulo possui uma boa compatibilidade com o projeto. Além disso, é esperado que este componente esquente, tornando necessário um posicionamento estratégico deste componente.

### 4.4 Módulo Giroscópio MPU-6050

Responsável pelas leituras do ângulo  $\phi$ , este módulo será de grande importância para este projeto.

Em um único chip, este módulo possui 3 acelerômetros e 3 giroscópios, totalizando 6 graus de liberdade. Os acelerômetros usam a força da gravidade para definir a orientação da placa, enquanto os giroscópios calculam as velocidades angulares. Mais posteriormente no capítulo 5.2 será feita uma análise mais profunda deste componente.

Figura 25 – Módulo MPU-6050



Fonte: [Filipeflop \(2022\)](#)

## 4.5 Escolha dos motores

Uma das dificuldades deste projeto é a escolha dos motores, devido à sua variedade no mercado. Para este projeto, o motor deve suprir torque suficiente para mover a roda em contato com o chão, e velocidade suficiente para mover o corpo do pêndulo de forma satisfatória. Nas simulações, foi visto que a velocidade angular do motor não ultrapassa 5 radianos por segundo, que equivale a aproximadamente 50 rpm. Não é esperado que o Segway consiga se recuperar de inclinações muito grandes devido às limitações de hardware, mas que consiga manter o equilíbrio.

Alguns vendedores não divulgam todas as especificações dos motores, o que dificulta a escolha. Por isso, a escolha foi baseada fortemente na bibliografia coletada.

A primeira escolha para este sistema é um micro motor, que irá operar a 6V e possui uma redução embutida de 1:48, o que resulta em 208 rotações por minuto sem carga.

Figura 26 – Micro motor “amarelo”



Fonte: [Filipeflop \(2022\)](#)

É um componente muito comum no mercado e de fácil acesso, portanto se torna uma boa escolha para a realização de testes primordiais.

## 4.6 Escolha das baterias

As baterias foram escolhidas de acordo com a voltagem necessária para o funcionamento dos componentes, no caso de 6V e de 9V. Outro fator que guiou a decisão foi o preço da compra e fatores específicos como a carga total e vida útil. Dessa forma, foi escolhida uma bateria recarregável de 450mAh de 9V, e outra de 2700mAh, de 6V.

Figura 27 – Bateria de 6V e de 9V, respectivamente



Fonte: [Filipeflop \(2022\)](#)

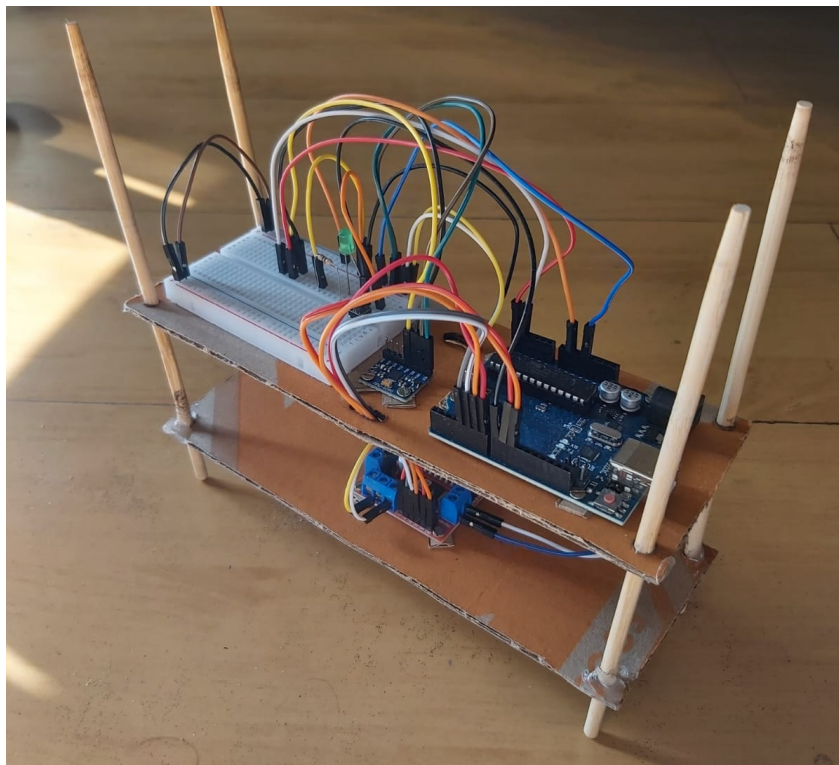
## 5 Prototipagem do robô

Conhecimento prévio das dimensões das peças é muito importante na concepção de projetos, tanto para se ter um plano inicial das suas fabricações como uma estimativa dos seus custos. Para isso, foi utilizado o programa Fusion360® para se criar um protótipo virtual, possibilitando a visualização prévia da alocação dos componentes.

### 5.1 Primeiras configurações

No início da construção do projeto, há muitas possibilidades de configuração, mas o conjunto de peças e módulos essenciais ainda são os mesmos: O módulo MPU-6050 (25), a placa Arduino UNO R3 (23), e o driver L298N (24) deverão ser montados de qualquer forma. O foco inicial foi pensar na montagem de acordo com o funcionamento dos mesmos.

Figura 28 – Protótipo inicial



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Nesta montagem, o peso total equivale a 139 gramas. Os componentes mais pesados serão os futuros motores, a bateria e as rodas, que ainda serão instaladas.

## 5.2 Calibração do Módulo MPU-6050

### 5.2.1 Calibração

O módulo MPU-6050 possui uma falha de que é possível que os sensores giroscópicos apresentem leituras não nulas quando o mesmo está parado. Dessa forma, a posição angular apresenta um acréscimo/decrécimo constante devido à integração, registrando uma leitura incoerente. Assim, o sensor deverá ser calibrado no início do funcionamento para regular as leituras antecipadamente.

Além disso, a faixa de operação deste módulo giroscópio neste projeto é entre  $0^\circ/\text{s}$  e  $250^\circ/\text{s}$ , fazendo com que as leituras do giroscópio estejam dentro da escala FS-SEL 0 (*Full Scale Select*), e possam ser utilizadas dividindo-se o valor original pela sensibilidade (131). Considerando que o a aceleração angular do pêndulo não ultrapasse o valor máximo, outras faixas não serão necessárias já que quanto maior a faixa, maior a chance de ocorrer imprecisões.

FS-SEL	Faixa de Operação	Sensibilidade
0	$0^\circ/\text{s}$ a $250^\circ/\text{s}$	131 $^\circ/\text{s}$
1	$0^\circ/\text{s}$ a $500^\circ/\text{s}$	65.5 $^\circ/\text{s}$
2	$0^\circ/\text{s}$ a $1000^\circ/\text{s}$	32.8 $^\circ/\text{s}$
3	$0^\circ/\text{s}$ a $2000^\circ/\text{s}$	16.4 $^\circ/\text{s}$

Tabela 2 – Faixas de Operação e Sensibilidades do MPU-6050 ([INVENSENSE, 2013](#))

### 5.2.2 Filtros digitais

O módulo apresenta problemas inconvenientes quando se trata de precisão. Os acelerômetros, por dependerem da força da gravidade, são sujeitos a fortes ruídos, mas não apresentam erros ao longo prazo. Já os giroscópios, cujos dados serão integrados para se obter a posição angular, podem gerar e acumular erros ao longo do tempo.

A solução para esse problema é a implementação de filtros digitais ([COLTON, 2007](#)), para que a leitura fique mais precisa e consistente, diminuindo os ruídos.

#### 5.2.2.1 Filtro complementar

Buscou-se desenvolver um filtro complementar para que o sistema evite depender apenas das leituras da gravidade, enquanto minimiza a descalibração usando informações dos giroscópios. Além disso, não requer poder computacional expressivo do processador, que é um fator limitante para o desempenho do Segway.

Para isso, foi admitida uma constante de tempo  $\tau = 0.3$ . Quanto menor esse valor, mais ruído de acelerações podem passar pelo filtro, mas menos divergência o sensor acumulará com o tempo.



Com este valor, a segunda constante de tempo  $a$  pode ser calculada por 5.1:

$$a = \frac{\tau}{\tau + dt} = \frac{\tau}{\tau + 0.115} = 0.72 \quad (5.1)$$

O filtro complementar completo pode ser descrito em 5.2:

$$\hat{\text{Ângulo}} = ((1 - a) * \text{Acelerômetro}) + (a * \text{Giroscópio}); \quad (5.2)$$

Porém, nota-se que a velocidade de resposta do Segway se torna muito prejudicada devido à demora do sinal filtrado. Como o mesmo apresenta leituras menores dos ângulos, o controle não emite comandos fortes nem rápidos o suficientes para reagir aos movimentos do robô.

#### 5.2.2.2 Integração de Euler

Foi notado que a simples integração das leituras do giroscópio levam à curvas muito parecidas às do acelerômetro. Desta forma, foi utilizado um filtro passa-baixa de primeira ordem por integração de Euler (“Forward Rule”) (TAMAI; TRIGO, 2021), utilizando apenas as leituras do giroscópio, mostrada pela equação 5.4.

$$y(kT) = y(kT - T) + T\dot{y}(kT - T) \quad (5.3)$$

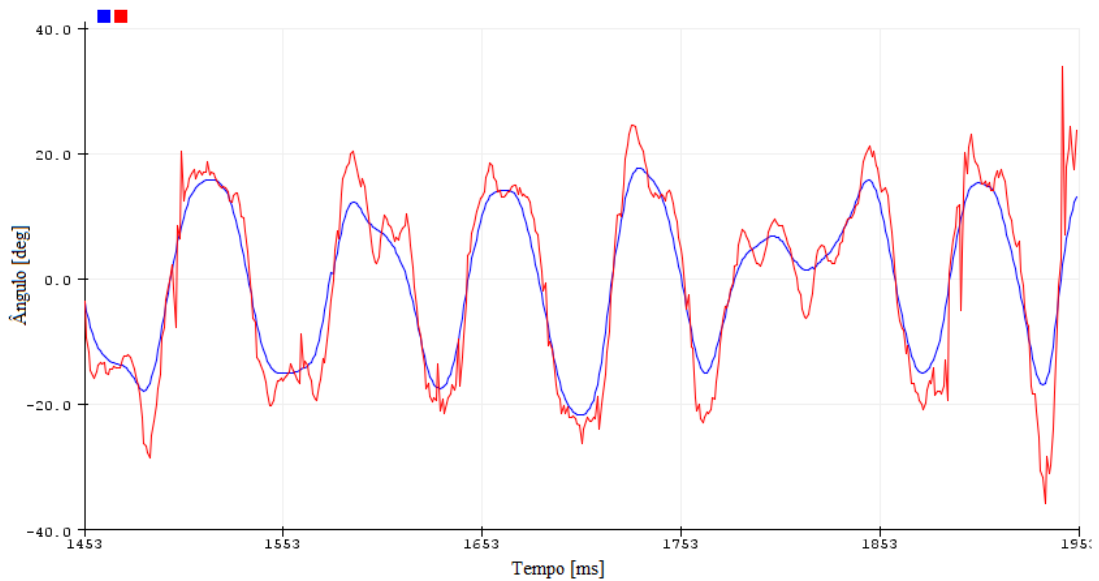
Os sinais resultantes mostraram-se muito eficientes e com bom tempo de resposta e com muito pouco ruído. Assim como o filtro complementar acima, também divergia com o tempo, fazendo com que essa descalibração fosse o último obstáculo do tratamento de sinais.

Para solucionar este problema, é necessário fazer com que o sinal filtrado tenha o sinal dos acelerômetros como referência, sem interferir na qualidade do sinal já obtida. Isso pode ser feito adicionando-se uma parcela equivalente à 1% da diferença entre a leitura do acelerômetro e a leitura do filtro de primeira ordem. Com isso, a divergência foi resolvida.

$$y(kT) = y(kT - T) + T\dot{y}(kT - T) + \frac{(a_{cc}(kT - T) - y(kT - T))}{100} \quad (5.4)$$

O resultado da aplicação destas mudanças é representada pela figura 29, mostrando que em pequenos ângulos, o filtro apresenta bom desempenho.

Figura 29 – Sinal Filtrado (azul) e Acelerômetro (vermelho)



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

### 5.2.3 Impactos

Quando os sinais ainda divergiam devido aos erros dos giroscópios, ao sofrer algum impacto ou alguma aceleração instantânea, os sensores começam a se descalibrar, mostrando que o sistema não possuía tolerância à entradas deste tipo. Depois da solução, os sensores mostraram ser muito mais robustos a estas entradas, mas ainda não é recomendado uma grande exposição a este impactos.

## 5.3 Primeiras Impressões

### 5.3.1 Alimentação

Nestas configurações, o robô precisará de duas fontes de energia, uma para alimentação da placa principal, e outra para os motores. Dessa forma, baterias com tensões diferentes serão utilizadas, de 9V e 6V, respectivamente. É possível utilizar o artifício do divisor resistivo, que utiliza resistências para dividir a potência em um valor necessário (GEDDES, 2017), mas o mesmo não foi utilizado pois apresentava inconsistências durante o funcionamento.

### 5.3.2 Desempenho dos motores

Foi percebido que os motores não possuem a mesma velocidade de rotação nos dois sentidos possíveis, e as suas dimensões pequenas impossibilitaram quaisquer tentativas

de calibração. Entretanto, mesmo assim o funcionamento do Segway não foi totalmente comprometido.

Diferente do cenário ideal simulado nos capítulos anteriores, os motores não se moviam em potências muito baixas devido à atritos e perdas internas, fazendo com que fosse necessário um *offset* na potência computada para fazê-los funcionar. Este *offset* é um valor empírico, e desta forma, é adicionada mais uma imprecisão ao robô.

### 5.3.3 Equilíbrio

Não se sabe exatamente qual é o ponto de equilíbrio dos sistemas quando são montados sem equipamentos e procedimentos de precisão. Com isso, é necessário estabelecer rotinas internas que aproximam o melhor ponto de equilíbrio durante o funcionamento. Neste caso, buscou-se construir um algoritmo similar ao de otimização que faz parte do aprendizado de máquina, o Gradient Descent (NG, 2018): a cada período de tempo, o sistema testa pontos de equilíbrio baseado no esforço utilizado para se equilibrar. Quando o sistema perceber que está fazendo menos esforço para ficar de pé, irá atualizar o ponto de equilíbrio encontrado para o atual, e assim sucessivamente. O algoritmo se baseia em uma soma dos valores PID gerados para medir o esforço utilizado, caso o módulo da soma total for alto, o esforço também é, e vice-versa. Desta forma, é esperada uma instabilidade periódica durante os ciclos iniciais, devido às correções (que também podem descalibrar o sistema) que são feitas no período, mas também espera-se uma melhora na estabilidade ao longo do tempo (desconsiderando desgaste das baterias). O Gradient Descent não foi utilizado, mas o algoritmo empregado conseguiu melhorar o desempenho do robô.

### 5.3.4 Estrutura

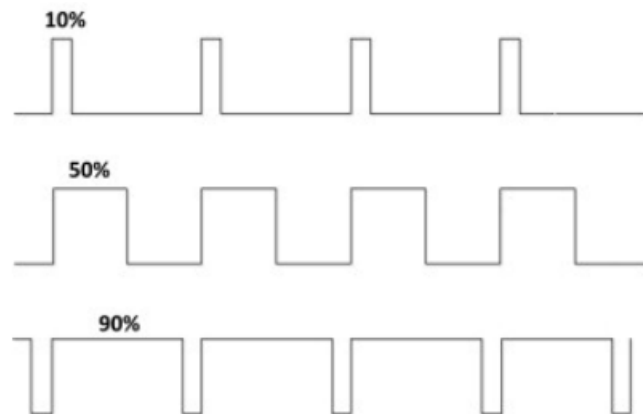
Além disso, é preferível que a estrutura do robô seja rígida, para que o ponto de equilíbrio (mesmo que desconhecido) do corpo não se altere. Nota-se que grandes vibrações podem ser criadas pelos movimentos dos motores, mas não chegam a destruir nenhum dos componentes, tornando desnecessário qualquer necessidade de amortecimento.

Outro fator que torna esse ponto importante é a quantidade de vezes que o robô irá cair durante a fase de testes, o que deforma bastante a carcaça.

### 5.3.5 Sinal PWM e seu perigo

O sinal PWM (Pulse-Width Modulation) é uma onda unipolar quadrada da corrente elétrica, cuja duração (ligada ou desligada) pode ser ajustada (ou modulada). Desse jeito, a potência entregue pode ser controlada pelo microcontrolador, extendendo ou diminuindo a duração desse sinal (IBRAHIM, 2014). Os mesmos podem ser muito nocivos à própria placa emissora.

Figura 30 – Sinais PWM com diferentes durações de sinal



Fonte: [Ibrahim \(2014\)](#)

Quando um motor é desligado, uma corrente inversa é gerada devido à rotação residual do eixo, após o desligamento da fonte. Essa corrente percorre o caminho inverso do sistema, e pode atingir componentes mais sensíveis. Como o sistema PWM se baseia exclusivamente nesses desligamentos, motores de 5V podem gerar sinais intensos de até 60V, o que é muito acima da tensão esperada no sistema.

Para eliminar estes picos de tensão, foram soldados em cada polo do motor capacitores de  $50\mu\text{f}$ , que irão atuar como filtros passa-baixas, fazendo com que esses picos sejam muito atenuados para uma tensão de 5V a 7V. Os diodos também poderiam ser utilizados para esse motivo, mas como nesse projeto é necessário que os motores girem nas duas direções, não serão utilizados.

### 5.3.6 Velocidade de Processamento

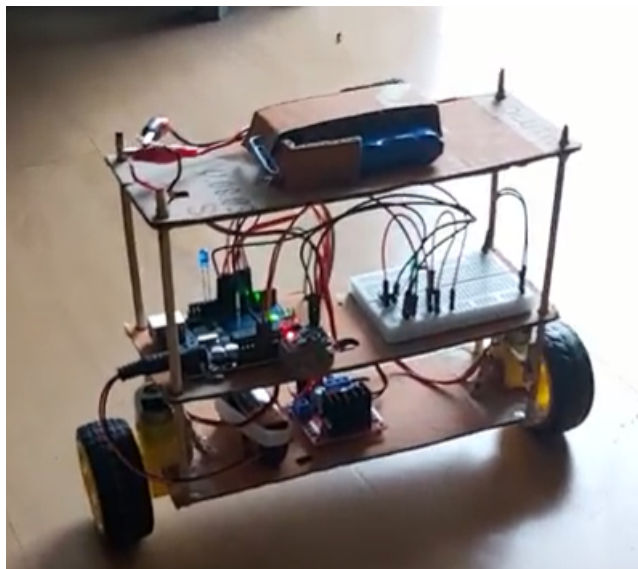
A placa utilizada neste trabalho é clássica, e portanto não apresenta velocidades expressivas de processamento. Dessa forma, as ações de controle não são perfeitas e nem rápidas. Isso torna o projeto menos robusto e sujeito a alguns desequilíbrios, mas não deixa de ser controlável.

## 5.4 Primeiros Testes

### 5.4.1 Sistema não-ideal

Para testar a montagem criada, foi utilizada uma rotina de controle PID inicialmente por simplicidade e para diagnosticar quaisquer defeitos elétricos. O primeiro problema detectado foi o fato de que o robô não conseguia se estabilizar, tombando constantemente devido ao fato de não saber qual era o ponto de equilíbrio, que pode muito bem ser um

Figura 31 – Segway funcionando com controle PID



Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

valor não nulo. Com isso, mesmo se o robô se estabilizar em 0 graus segundo o sensor, ele não estará se equilibrando, e sim apenas mantendo a leitura.

Para contornar o problema, foi implementado um segundo ganho PID. Medindo-se a integral dos sinais PID durante um período de tempo, o sistema obtia uma distância percorrida aproximada, sendo assim possível calcular um ganho com essa aproximação.

O sinal então é integrado no PID original utilizando uma dissociação de PID, explicada na seção 2.1.8, página 38. Dessa forma, o sistema apresentou uma resposta muito superior às anteriores.

#### 5.4.2 Defeitos e Melhorias

Percebeu-se que o desempenho do robô nunca permanecia o mesmo, e isso se deve a diversos fatores, como as dissipações de motores simples, o nível de carga das duas baterias, ou à complexidade do código. Isso torna o sistema impossível de simular com tais aleatoriedades, fazendo com que os ganhos aprovados anteriormente sejam descartados em menos de uma noite.

Embora tenha este problema, quando encontrados os ganhos certos, o desempenho do Segway não é nada menos do que impressionante. Na sua melhor forma, é possível manter a estabilidade por até 15 minutos, muito mais do que esperado anteriormente.

Algumas melhorias foram feitas para eliminar essas flutuações. A utilização de técnicas de solda para substituir a *protoboard* (componente elétrico branco que realiza a ligação entre outros componentes) fez com que muitas das possíveis ocorrências de mau

contato fossem eliminadas, garantindo maior confiabilidade ao projeto e maior resistência a impactos.

Devido ao fato de que o desempenho do sistema varia dependendo da qualidade, do estado e da carga das baterias em dado momento, foi criado um carregador com fios longos para garantir uma recarga mais rápida das baterias, facilitando muito a realização de teste e assegurando que o sistema sempre atue em carga máxima. Também foi percebido que o maior problema é a carga da bateria que alimenta a placa de controle, pois o consumo de bateria desta era muito superior ao dos motores, e comprometia a velocidade de processamento.

A posição do módulo giroscópio em uma nível mais alto do corpo do robô também garantiu que as leituras angulares fossem melhores devido ao fato de que quanto mais longe das rodas, maior será o deslocamento detectado, fazendo com que sinais de qualidade melhor sejam enviados para o processador.

Além do giroscópio, as baterias foram posicionadas no nível mais alto do robô, elevando seu centro de massa para que o equilíbrio seja atingido mais facilmente, pois diminui os efeitos de aceleração proveniente das rodas no corpo. Foram instaladas massas no nível inferior do robô para aumentar resistência da base a movimentos bruscos, funcionando como um amortecimento do movimento das rodas.

### 5.4.3 Controle PID - Resumo

Embora o controlador PID tenha aceitado bem a complexidade reduzida do sistema (segunda ordem), mostrou-se incapaz de rejeitar distúrbios de forma consistente, necessitando sempre da assistência de algoritmos específicos para a situação, como a neutralização do *Wind-Up*. Se os equipamentos utilizados fossem mais robustos, a entrada dos distúrbios seria muito reduzida, melhorando muito o desempenho.

## 6 Conclusão

Foi feita uma extensa pesquisa para se modelar numericamente o mini-Segway. Com o MATLAB®, a simulação do controle foi feita e apresentou bom desempenho. Foram consideradas as limitações dos hardwares, e a escolha dos mesmos foi feita criteriosamente. Com isso, a fase de cálculos e de simulações foi cumprida.

Durante a montagem, foram colhidas informações que auxiliaram em decisões importantes como a escolha dos componentes e as suas características, evitando-se assim possíveis danos permanentes nos módulos. Além disso, os mesmos já esclareciam bastante as características do funcionamento do robô, como suas falhas e suas vantagens, e todas as características foram consideradas na criação do código de controle.

O desempenho da montagem com motores sem *encoders* mostrou-se difícil de se lidar devido à constante mudança de operação do Arduino, porém manifesta um grande potencial dado que o equilíbrio foi atingido por um grande intervalo de tempo.

# Referências

- ARDUINO. *What is Arduino?* 2018. Site. Disponível em: <<https://www.arduino.cc/en/Guide/Introduction>>. Acesso em: 25 out 2021. Citado na página 50.
- BOLTON, W. *Control Systems*. 1. ed. Mineola, Nova Iorque: Newnes, 2002. Livro. Citado na página 17.
- COLTON, S. *The Balance Filter*. Cambridge, Massachusetts: [s.n.], 2007. Livro. Citado na página 55.
- FILIPEFLOP. *Loja Virtual*. 2022. Disponível em: <<https://www.filipeflop.com/>>. Acesso em: 08 out 2022. Citado 4 vezes nas páginas 50, 51, 52 e 53.
- FLEURY, A. de T.; DONHA, D. C. *Controle Clássico*. [S.l.]: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2021. Material de Aula. Citado na página 35.
- FRIEDLAND, B. *Control System Design, An Introduction to State-Space Methods*. Dover. Mineola, Nova Iorque: Dover Publications, INC., 2005. Livro. Citado na página 17.
- GEDDES, M. *Arduino Project Handbook*. [S.l.]: Penguin, 2017. Livro. Citado na página 57.
- IBRAHIM, D. *Designing Embedded Systems with 32-Bit PIC Microcontrollers and MikroC*. Barcelona, Espanha: Elsevier, 2014. Livro. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.
- INVENSENSE. *MPU-6000 and MPU-6050 Register Map and Descriptions Revision 4.2*. Califórnia, 2013. 14,31 p. Disponível em: <<https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/1132807/TDK/MPU-6050.html>>. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 55.
- KULAKOWSKI, B. T.; GARDNER, J. F.; SHEARER, J. L. *Dynamic Modeling and Control of Engineering Systems*. 3. ed. New York, NY, USA: Cambridge Press, 2007. 2-3 p. Livro. Citado na página 20.
- MCGOVERN, L. *Zippy Pt I: The Arduino Nano Balancing Robot*. 2015. Vídeo do Youtube. Disponível em: <<https://youtu.be/HS3FPfnke8o>>. Acesso em: 13 out 2021. Citado na página 18.
- NG, A. *Machine Learning Yearning - Technical Strategy for AI Engineers, In the Era of Deep Learning*. [S.l.]: Deeplearning.ai, 2018. Livro. Citado na página 58.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5. ed. Mineola, Nova Iorque: Pearson, 2011. Livro. Citado 4 vezes nas páginas 29, 34, 37 e 38.
- PROAKIS, J. G.; MANOLAKIS, D. K. *Digital Signal Processing 4th Edition*. 3. ed. New York, NY, USA: Pearson, 2007. Livro. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- SEGWAY. *Segway i2 SE*. 2016. Site. Disponível em: <<https://www.segway.com/segway-i2-se-pt>>. Acesso em: 27 out 2021. Citado na página 17.



TAMAI, E. H.; TRIGO, F. C. *PME3401 Medições de Grandezas Mecânicas - Filtros Digitais*. [S.l.]: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2021. Material de Aula. Citado na página 56.

VÁZQUEZ, F.; MORILLA, F. *Tuning decentralized PID controllers for MIMO systems with decouplers*. Barcelona, Espanha: Universidade de Córdoba, 2002. 2-3 p. Artigo. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

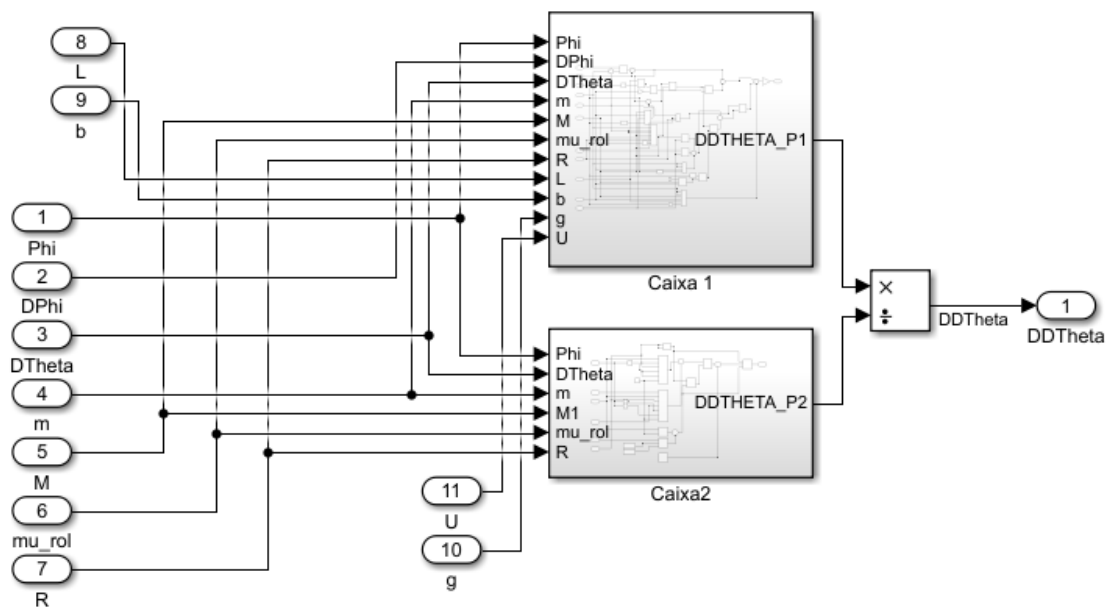
YAN, E.; MENÉNDEZ, M.; CHEN, S. *H - Bridges*. EECS - Electrical Engineering and Computer Science, 2018. Apresentação. Disponível em: <<https://www.eecs.umich.edu/courses/eecs373.f16/Lec/StudentTalks/HBridge.pdf>>. Acesso em: 25 jun 2022. Citado na página 51.

## Apêndices

# APÊNDICE A – Planta não-linear

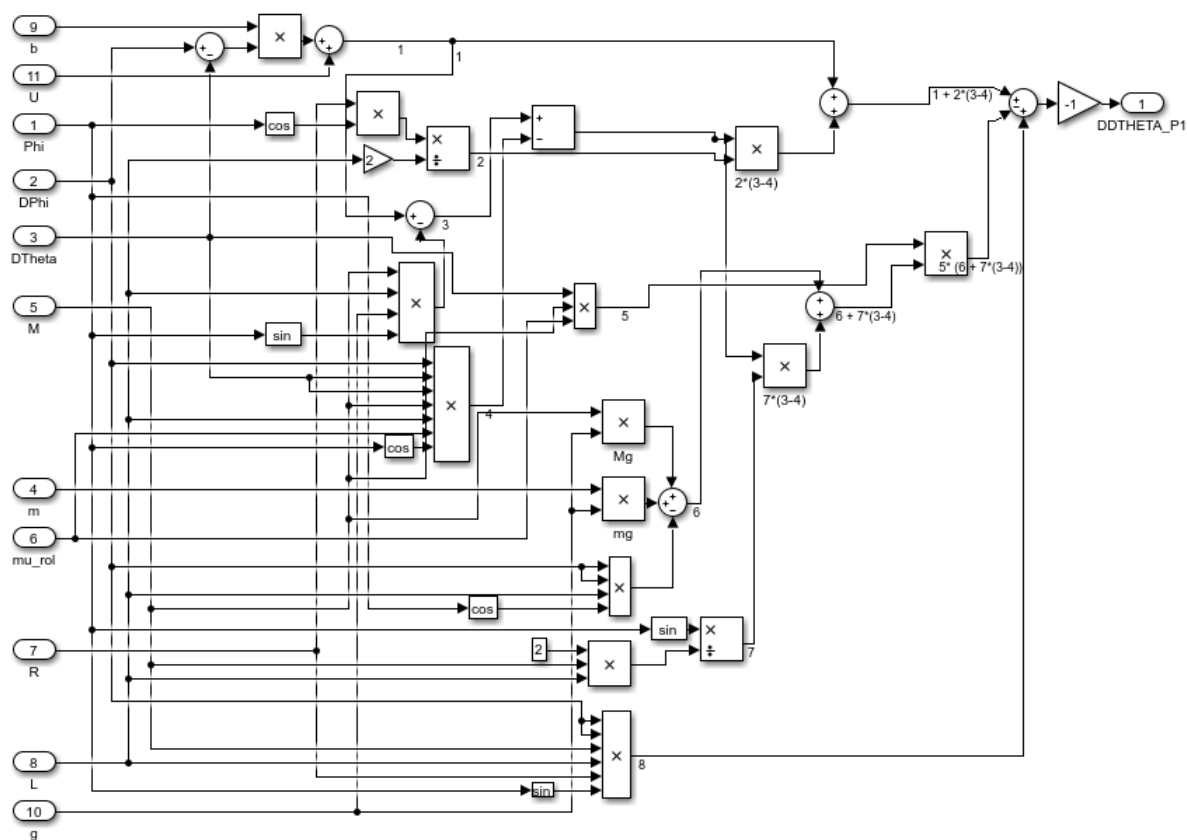
## A.1 Subsistemas da planta não linear no SIMULINK®

Figura 32 – Cálculo de  $\ddot{\theta}$



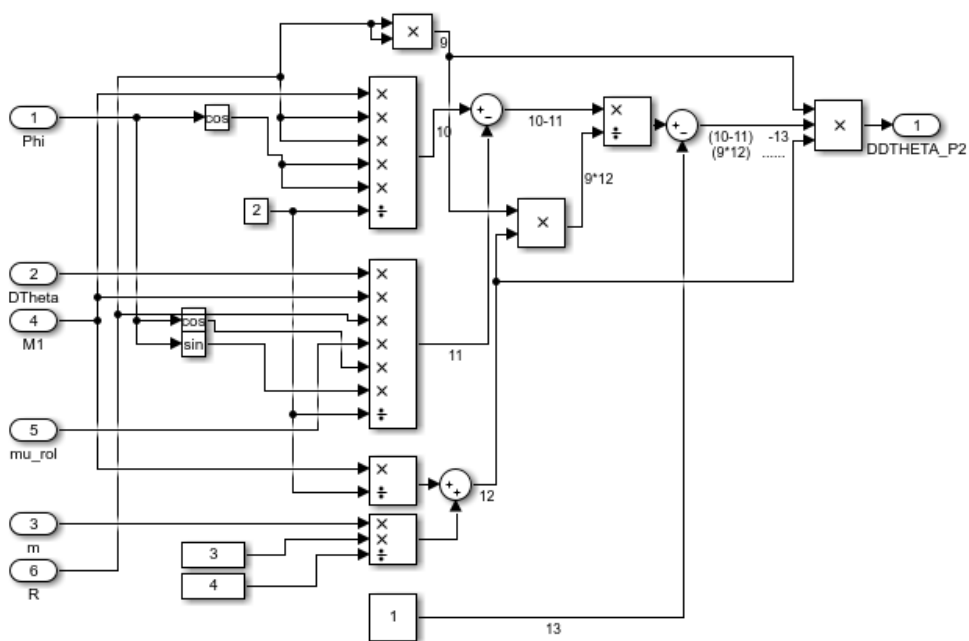
Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Figura 33 – Subsistema 1 para o cálculo de  $\ddot{\theta}$

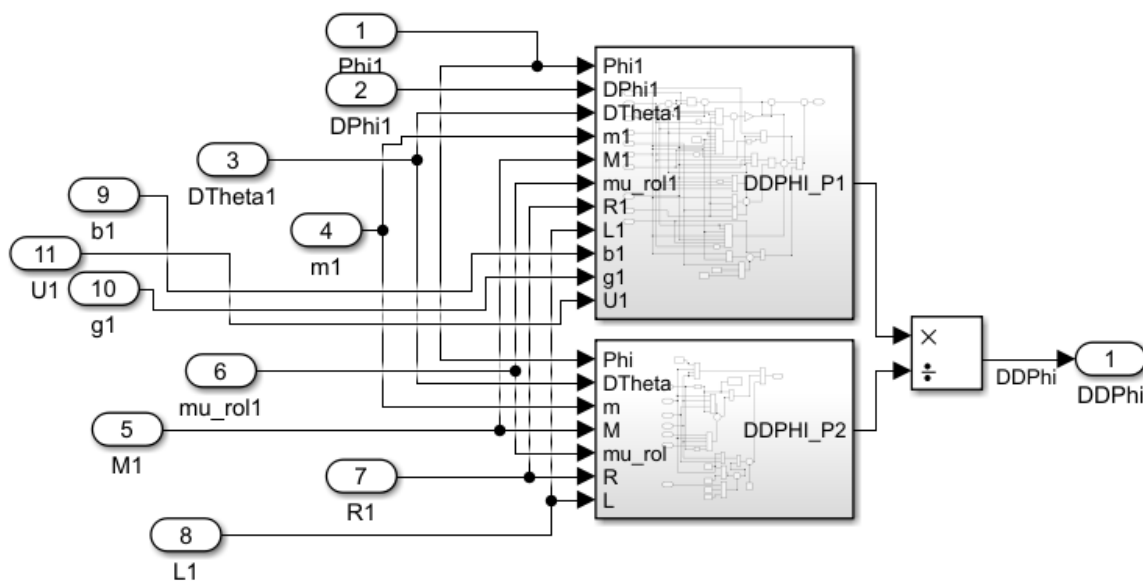


Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

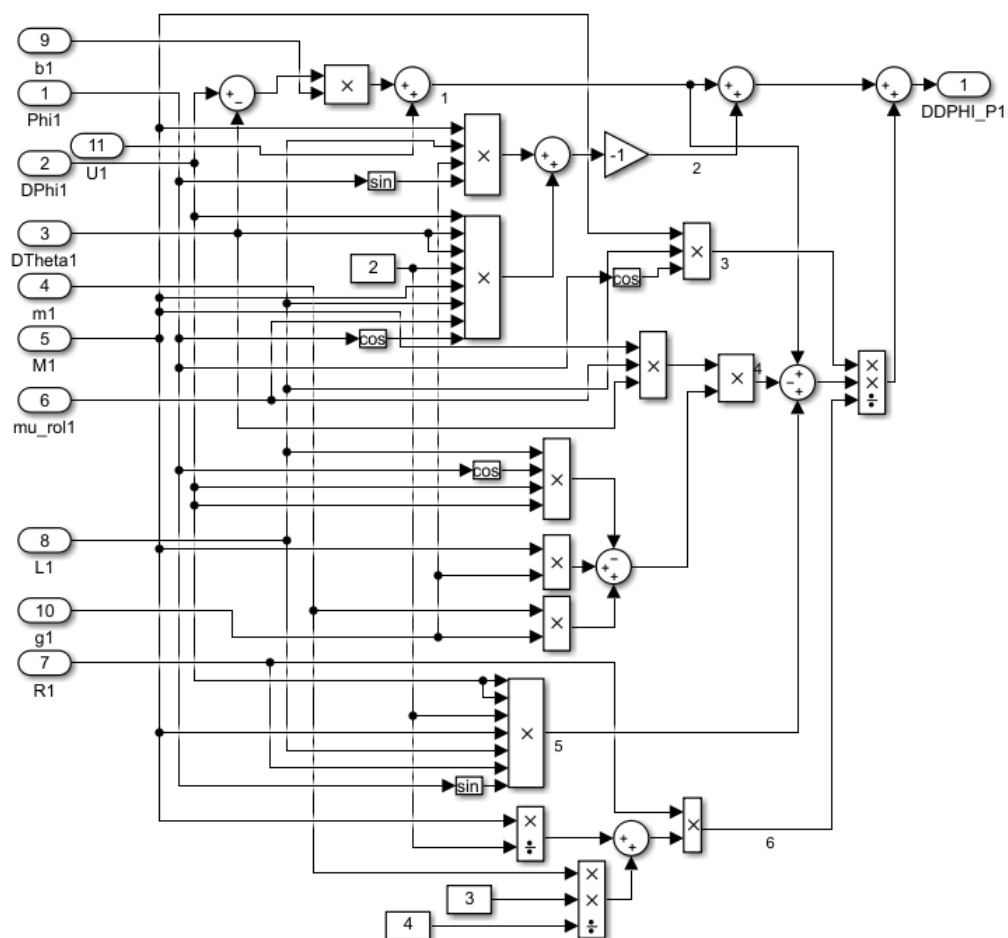
Figura 34 – Subsistema 2 para o cálculo de  $\ddot{\theta}$



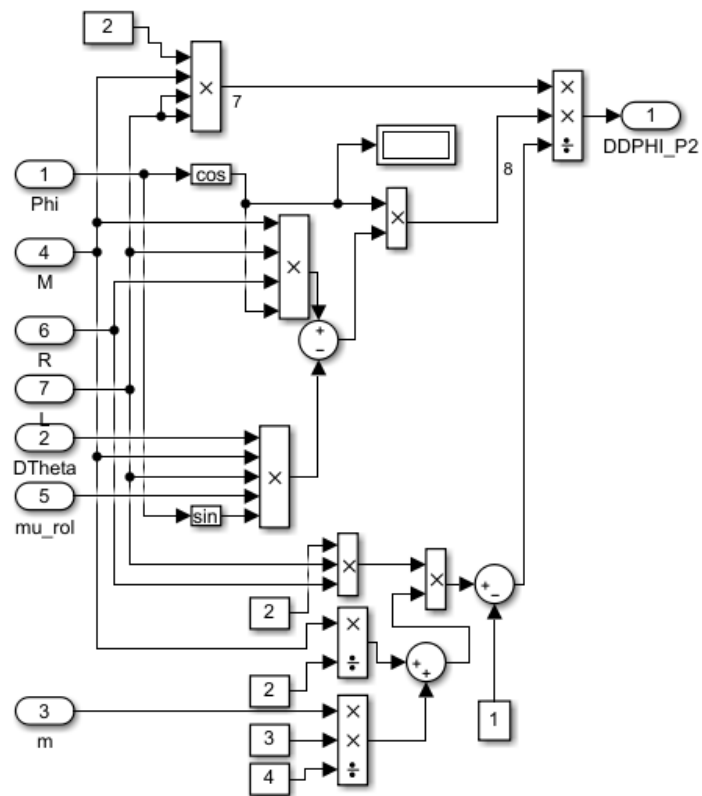
Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Figura 35 – Cálculo de  $\ddot{\phi}$ 

Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Figura 36 – Subsistema 1 para o cálculo de  $\ddot{\phi}$ 

Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

Figura 37 – Subsistema 2 para o cálculo de  $\ddot{\phi}$ 

Fonte: AUTORIA PRÓPRIA

[illegible]