Projeto e prototipagem de um mecanismo que se equilibra em duas rodas ("Mini-Segway")

Wilson Siou Kan Chow

Escola Politécnica de São Paulo wilsonchow@usp.br

Resumo. O objetivo deste trabalho é relatar o procedimento da criação de um Mini-Segway, desde a sua modelagem, controle, montagem, prototipagem, programação até os seus testes. Primeiro foram feitos diversos cálculos para a modelagem matemática do sistema, seja ela linearizada ou não, para que enfim, utilizando um programa em MATLAB®, o sistema pudesse ser simulado. Então, testes foram feitos para avaliar diversos métodos de controle, onde o uso da Alocação de Pólos foi a melhor. Desta forma, tanto a simulação quanto o controle usado para o equilíbrio foram criados e testados antes mesmo de o robô existir. Depois que os métodos de controle foram analisados, foi feita uma extensa pesquisa bibliográfica para se determinar os componentes necessários para o projeto. Consequentemente, identificaram-se as leituras que o robô terá de fazer para que consiga se manter de pé em duas rodas, utilizando um sistema computacional Arduino. Após os testes usando controle PID, foram feitas considerações sobre os funcionamentos do robô.

Palavras chave . Robô, equilíbrio, Arduino, Segway, controle.

1. Introdução

Depois da Primeira Guerra, o conceito de "automação" se tornou algo a ser estudado e explorado obrigatoriamente. Na década de 1920, haviam vastos esforços para automatizar a direção dos navios de guerra e o voo dos aviões, em busca de aperfeiçoar as ferramentas que já eram consideradas perfeitas (BOLTON, 2002).

O controle, deveras importante, hoje é aplicado sem que o usuário final tenha conhecimento da sua existência em muitos equipamentos do cotidiano. Desde carros a máquinas de ar-condicionado, a sua presença quase não é notada, embora seja responsável por grande parte do trabalho. Desta forma, deveria ter muito mais reconhecimento e ser entendido porque a sua aplicação em projetos tem um valor essencial.

Neste trabalho, busca-se mostrar que o controle é implementável em sistemas aparentemente complexos, neste caso, o mini-Segway, que se trata de um robô que se sustenta em duas rodas, sem a necessidade de nenhum suporte.



Figura 1. Martini I, o Mini-Segway montado pelo autor.

Além de ser um tema muito atraente, é um exemplo muito simples de implementação do controle, de forma que as etapas estejam bem claras e compreensíveis, até para os olhos destreinados de alunos.

Pouca bibliografia explicita detalhadamente os passos da criação deste projeto em específico, e dessa forma as primeiras interações com este projeto mostraram-se serem muito complicadas, pois associar o que foi visto em sala de aula com um projeto de verdade na prática como este não é uma tarefa simples. Espera-se que ao fim deste artigo, o leitor possa compreender mais facilmente os estágios deste projeto e conseguir absorver os métodos de controle com mais facilidade, sem precisar passar por muitos problemas.

2. Modelagem

O objetivo de se fazer a modelagem do sistema é conseguir prever a sua resposta para várias situações diferentes, que têm parâmetros diferentes (KULAKOWSKI; GARDNER; SHEARER, 2007). É possível terminar o projeto sem esta etapa, ou seja, montando o robô diretamente evitando cálculos, porém, o trabalho provavelmente teria que ser efetuado por tentativas e correções de erros, que resultaria em tempo gasto, resultados insatisfatórios com gastos

desnecessários. Dessa forma, a modelagem será feita para que o projeto possa ser concluído com maior êxito e eficiência.

2.1. Representação do Modelo

O robô pode ser bem representado no plano 2D, que na realidade se equilibra em duas rodas, e que se movimenta para trás e para frente, devido à força de atrito com o chão e por causa do torque de motores instalados no eixo das rodas. O Segway montado e desmontado pode ser representado pelas figuras 2 e 3, respectivamente.

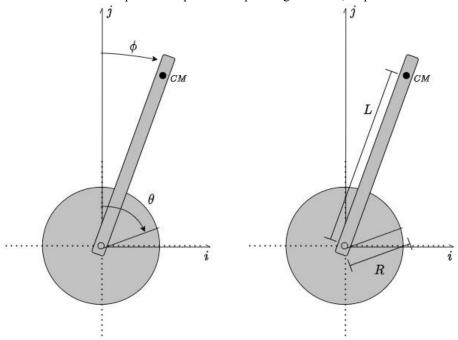


Figura 2. Representação do Segway montado.

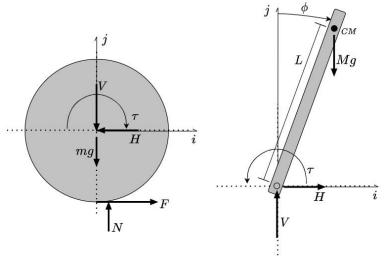


Figura 3. DCL da roda e do corpo do Segway, desmontados.

Neste modelo, será utilizado as seguintes variáveis:

Tabela 1 – Lista de parâmetros do Segway

Símbolo	Parâmetro	Unidade
g	Gravidade local	m/s^2
m	Massa das duas rodas combinadas	Ќg
M	Massa do pêndulo	Kg
CM	Centro de Massa	m
V	Ação vertical na roda, advinda do pêndulo	N
Н	Ação horizontal na roda, advinda do pêndulo	N

F	Força de atrito	N
N	Força normal na roda	N
τ	Torque feito pelo motor	N/m
θ	Ângulo de rotação da roda	rad
θ '	Velocidade angular da roda	rad /s
θ"	Aceleração angular da roda	rad/s^2
R	Raio da roda, ou Função dissipação de Rayleigh	m, J
i, j	Direções horizontal e vertical	[-]
ф	Ângulo de rotação do pêndulo	rad
φ'	Velocidade angular do pêndulo	rad /s
ф"	Aceleração angular do pêndulo	rad/s^2
L	Distância do eixo até o CM do pêndulo, ou Lagrangeano	m, [-]
T	Parcela de Energia Cinética	$Kg.m^2/s^2$
U	Parcela de Energia Potencial	$Kg.m^2/s^2$
X_{roda}	Posição da roda	m
X_{pend}	Posição do pêndulo	m
D	Dissipação de rolamento da roda	N.m
b	Dissipação do motor	N.m
q	Coordenada generalizada qualquer, ou vetor de estados	[-]

Das figuras, pode-se calcular:

$$F = m(R \cdot \ddot{\theta}) + H \tag{1}$$

$$I_r \cdot \ddot{\theta} = \tau - F \cdot R - D \cdot \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} \tag{2}$$

Onde:

$$D = N \cdot \mu_{rol} \tag{3}$$

Com estas equivalências é possível obter pelo TMCM:

$$M \cdot (R\ddot{\theta} - L\sin(\phi) \cdot \dot{\phi}^2 + L\cos(\phi) \cdot \ddot{\phi}) = H \tag{4}$$

$$V = M(-L\sin(\phi) \cdot \ddot{\phi} - L\cos(\phi) \cdot \dot{\phi}^2) + Mg$$
(5)

$$N = M(-L\sin(\phi) \cdot \ddot{\phi} - L\cos(\phi) \cdot \dot{\phi}^2) + Mg + mg$$
(6)

O Segway possui duas rodas para se equilibrar, portanto para variáveis como a massa, deve ser considerada a massa resultante de duas rodas. Este modelo consegue aproveitar as leituras do giroscópio e do motor (gerada por encoder).

2.2. Equação do movimento - Método de Lagrange

Para o método de Lagrange, será preciso das velocidades dos centros de massa e das suas alturas, para o cálculo da energia cinética e potencial. Além disso, será incluído o termo dissipativo das rodas. O método consiste em obter valores de T, V e R para se calcular a equação do movimento relacionando uma determinada coordenada generalizada q, pela seguinte equação 7.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} = u \tag{7}$$

Onde:

$$L = T - U \tag{8}$$

Utilizando-se o método na roda, é obtido os termos de energia cinética e potencial.

$$T_{roda} = \frac{1}{2}m|\dot{X}_{roda}|^2 + \frac{1}{2}I_r\dot{\theta}^2$$
(9)

$$U_{roda} = mgR ag{10}$$

Utilizando-se o método no pêndulo, é obtido os termos de energia cinética, potencial e de dissipação de Rayleigh no motor, que está fixado no corpo do Segway.

$$T_{pend} = \frac{1}{2}M|\dot{X}_{pend}|^2 + \frac{1}{2}I_p\dot{\phi}^2$$
(11)

$$U_{roda} = Mg \cdot Lcos(\phi) \tag{12}$$

$$R_{motor} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \left[\dot{\theta} - \dot{\phi} \right]^2 = b\dot{\theta}^2 - 2b\dot{\theta}\dot{\phi} + b\dot{\phi}^2 \tag{13}$$

Será necessário calcular as duas seguintes equações, cada uma para uma coordenada generalizada:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}} = u + D \cdot \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} \tag{14}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\phi}} = -u \tag{15}$$

Somando-se as parcelas de energia potencial, cinética e de dissipação, temos que:

$$\left[\frac{M}{2} + \frac{3}{4}m\right]R^{2}\ddot{\theta} + MRL\ddot{\phi} - \frac{\dot{\theta}}{\left|\dot{\theta}\right|}D - b\left[\dot{\phi} - \dot{\theta}\right]$$
(16)

$$MRL\ddot{\theta}cos(\phi) + 2ML^{2}\ddot{\phi} - MgLsin(\phi) + b(\dot{\phi} - \dot{\theta}) - \dot{\phi}\dot{\theta}^{2}ML\mu_{rol}cos(\phi) = -u$$
(17)

2.3. Linearização

Para esse modelo, é necessário linearizar termos não lineares, como os senos e os cossenos. Deve-se fazer considerações para que o funcionamento do modelo se limite à uma região, em torno da sua situação de equilíbrio, que é o pêndulo ficar totalmente vertical e o sistema estar parado.

Considerando então que o pêndulo se encontra em equilíbrio quando o valor de ϕ é nulo, e que é desejado que o segway permaneça parado, será utilizada a linearização de Taylor (OGATA, 2011) truncando termos de segunda ordem . Finalmente, o resultado obtido é:

$$\left[\frac{M}{2} + \frac{3}{4}m\right]R^{2}\ddot{\theta} + MRL\ddot{\phi} - \frac{\dot{\theta}}{\left|\dot{\theta}\right|}D - b\left[\dot{\phi} - \dot{\theta}\right]$$
(18)

$$MRL\ddot{\theta} + 2ML^2\ddot{\phi} - b\dot{\theta} + b\dot{\phi} - MgL\phi = -u \tag{19}$$

2.3. Espaço de Estados

Para se obter o espaço de estados, a seguinte manipulação algébrica deve ser feita para isolar as variáveis:

$$Wx = S (20)$$

$$x = \frac{1}{det(W)} \begin{bmatrix} W_{22} & -W_{12} \\ -W_{12} & W_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$$
(21)

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{W_{11}W_{22} - (W_{12})^2} \begin{bmatrix} W_{22}S_1 & -W_{12}S_2 \\ -W_{12}S_1 & W_{11}S_2 \end{bmatrix}$$
(22)

Desta forma, o espaço de estados será dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & G_3 & G_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & G_6 & G_7 & G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G_4 \\ 0 \\ G_8 \end{bmatrix} u$$
(23)

Onde:

$$DEN = \left[\frac{3}{4}m + \frac{1}{2}M\right][2ML^2] - [MRL]^2 \tag{24}$$

$$G_1 = \frac{W_{22}b + W_{12}b}{DEN} \tag{25}$$

$$G_2 = -\frac{W_{22}(M\mu_{rol}(mg + Mg) + b) + W_{12}b}{DEN}$$
(26)

$$G_3 = -\frac{W_{12}MgL}{DEN} \tag{27}$$

$$G_4 = \frac{W_{22} - W_{12}}{DEN} \tag{28}$$

$$G_5 = -\frac{W_{11}b + W_{12}b}{DEN} \tag{29}$$

$$G_6 = \frac{W_{11}b + W_{12}(M\mu_{rol}(mg + Mg) + b)}{DEN}$$
(30)

$$G_7 = \frac{W_{11}MgL}{DEN} \tag{31}$$

$$G_8 = -\frac{W_{11} - W_{12}}{DEN} \tag{32}$$

3. Controle

Para simular o sistema modelado no capítulo anterior, será utilizado o programa SIMULINK®. Ele utiliza uma interface baseada em diagrama de blocos, com a intenção de oferecer uma abstração melhor do sistema. Com isso, será mais fácil compreender o papel da planta e do controlador durante as simulações.

3.1. Estabilidade e Controlabilidade do sistema

Devido à presença de autovalores da matriz A do sistema, pode-se afirmar que o mesmo é instável, e para isso deve ser controlado. Analisando-se os critérios de controlabilidade e de observabilidade pelos postos das matrizes de observabilidade e de controlabilidade, o sistema é controlável, e para se ter uma simulação da atuação do controle foram feitas representações em SIMULINK® para a planta, como indicado na figura 4.

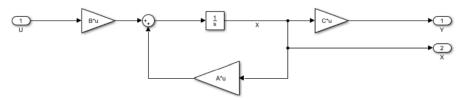


Figura 4. Subsistema da planta.

3.2. Alocação de Pólos

Usando o método de alocação de pólos, o sistema pode ser estabilizado estabelecendo pólos negativos no lugar dos pólos originais, cujos valores podem ser positivos ou nulos acusando instabilidade do sistema. Como mostrado anteriormente, o sistema aberto é instável e dessa forma os novos polos fornecidos são os seguintes:

Polos Novos =
$$[-0.40, -0.18, -45.4, -1.5]$$
 (33)

$$K = \begin{bmatrix} -0.0348, & -0.1335, & -0.4638, & 0.0322 \end{bmatrix}$$
(34)

$$F = (A - BK) \tag{35}$$

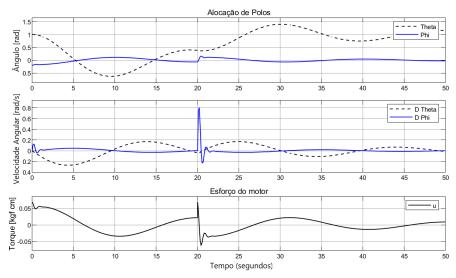


Figura 5. Controle por Alocação de Pólos.

3.3. LQR

O controle Linear Quadrático Regulador será utilizado para minimizar os efeitos dos distúrbios no sistema do Segway, que foi modelado. Fazendo parte do Controle Ótimo, este controle tem a função de minimizar o índice quadrático de desempenho, que é dado por:

$$J = \int_0^{tf} \left(x^T Q x + u^T R u \right) dt \tag{36}$$

Depois dos mais variados testes, sabendo dos comportamentos evidenciados acima, as matrizes encontradas foram as seguintes:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}; R = [500]$$

$$K_{lqr} = [-0.1414 - 0.4279 - 0.8786 - 0.4386]$$
(37)

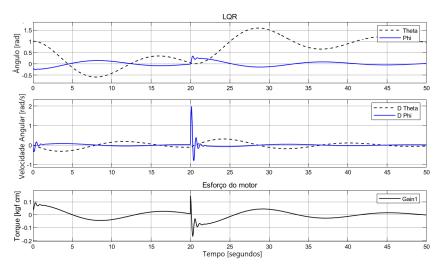


Figura 5. Controle por LQR.

3.4. PID

Segundo (OGATA, 2011), o controle por PID é o segundo mais utilizado no mundo, no âmbito industrial. Porém, no caso do Segway, este método pode ser insuficiente devido ao fato de o sistema procurar controlar apenas uma variável (o ângulo ϕ , que representa o ângulo vertical do robô). Utilizar dois PIDs é uma alternativa perigosa, pois o sistema apresentou uma dificuldade em conciliar o equilíbrio de ϕ e de θ durante as simulações. Para se utilizar o controle por PID neste caso, é necessário utilizar uma dissociação de PID (VÁZQUEZ; MORILLA, 2002), somando-se apenas uma parte de cada PID fazendo com que o sinal resultante leve em conta as duas referências, a de se equilibrar de pé e a de permanecer no mesmo lugar, minimizando o conflito de sinais.

Tabela 2. Ganhos PID para a simulação

	PID theta	PID phi
Kp	1	1
Ki	0.1	0.1
Kd	0.2	0.002

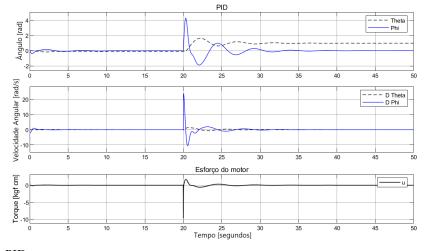


Figura 5. Controle por PID.

3.5. Desempenho

Pode-se perceber que o sinal de θ possui overshoots de aproximadamente 60% nos controles LQR e alocação, e cerca de 15% no controle PID. Embora não seja um critério essencial, um overshoot pequeno é desejável, uma vez que espera-se que o Segway permaneça parado onde deveria. Embora os sinais de ϕ não se estabilizam muito rapidamente durante a alocação de pólos e LQR, nota-se uma estabilidade aceitável, enquanto que no PID essa estabilidade é atingida mais rapidamente. Apesar de o controle por PID ter demonstrado resultados promissores, o valor da velocidade angular atingida pelo pêndulo é bastante alta, o que é um fator problemático. Com isso, espera-se que a Alocação de

Pólos seja a melhor técnica de controle apresentada. Mas para um sistema de controle em malha aberta, o PID mostra um desempenho acima do esperado.

4. Sinais Discretos

Durante as simulações anteriores, os resultados foram calculados diretamente usando recursos computacionais, que obtiveram respostas do sistema para qualquer intervalo de tempo durante o período desejado. Porém, na realidade os sensores de grandezas mecânicas que são usados para se observar o sistema só conseguem fazer uma leitura de sinal por vez, e por isso, é preciso simular o sistema utilizando-se amostragens de tempo.

Com isso, refazendo-se a simulação para a Alocação de Pólos, percebe-se que o controle ainda é funcional.

5. Prototipagem

Devido à sua simplicidade e qualidade, foi decidido o uso do software Arduino para se criar o protótipo. Com isso, foi necessário uma placa Arduino Uno R3, um driver ponte H L298N, módulo giroscópio MPU6050, motores genéricos para projetos (6V) e baterias de 6V e 9V.

Dentre os cuidados necessários para se construir o protótipo, estão inclusos a calibração do módulo giroscópio utilizando as faixas de operação do mesmo, e a utilização de um filtro de Euler para o tratamento dos sinais de posição enviados para a placa.

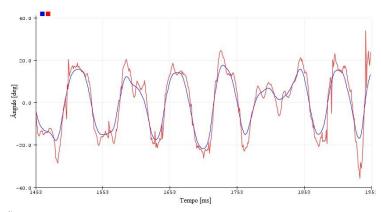


Figura 6. Sinal filtrado (azul).

Além disso, a utilização de capacitores para regularizar a tensão entre os motores é de extrema importância devido ao fato de que o controle dos motor é aplicado através de pulsos modulados periódicos, fazendo com que a tensão possa criar oscilações altas e aliado ao movimento residual das rodas, as tensões podem ser elevadas muito acima da capacidade dos outros componentes instalados.

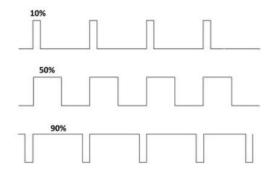


Figura 7. Exemplos de sinais PWM.

6. Conclusão

Foi feita uma extensa pesquisa para se modelar numericamente o mini-Segway. Com o MATLAB®, a simulação do controle foi feita e apresentou bom desempenho. Foram consideradas as limitações dos hardwares, e a escolha dos mesmos foi feita criteriosamente. Com isso, a fase de cálculos e de simulações foi cumprida. Durante a montagem, foram colhidas informações que auxiliam em decisões importantes como a escolha dos componentes e as suas características, evitando-se assim possíveis danos permanentes nos módulos. Além disso, os mesmos já esclareciam bastante as características do funcionamento do robô, como suas falhas e suas vantagens, e todas as caracteristicas foram consideradas na criação do código de controle. O desempenho da montagem com motores sem encoders

mostrou-se difícil de se lidar devido à constante mudança de operação do Arduino, porém manifesta um grande potencial dado que o equilíbrio foi atingido por um grande intervalo de tempo

7. Agradecimentos

Os agradecimentos principais são direcionados ao professor Flávio Celso Trigo, orientando o autor sobre os cálculos a serem feitos e os modelos a serem seguidos, sempre motivando o mesmo a não desistir do trabalho em seus momentos mais difíceis e pela parceria durante todo o processo.

Agradecimentos especiais ao professor Alberto Hernandez Neto, que orientou sobre as normas de formatação ABNT a serem seguidas ao longo deste relatório e por se disponibilizar para sanar minhas dúvidas.

Agradecimentos especiais ao professor Newton Kiyoshi Fukumasu, que sempre incentivou o autor a prosseguir na carreira de engenharia mostrando projetos interessantes, embora a mesma seja muito desafiadora e complexa.

Agradecimentos especiais aos meus pais e irmã, que sempre estiveram ao meu lado, me motivando a seguir em frente e responsáveis pela construção do meu caráter. Sinto-me honrado em participar das suas histórias e tê-los juntos nesta longa jornada. Aproveito para agradecer pela sugestão, chamarei o meu Segway de Martini.

Agradecimentos especiais aos meus amigos, que admiro muito por serem pessoas tão incríveis e inesperadas ao mesmo tempo, e que por alguma razão ainda continuam comigo.

8. Referências

Arduino. What is Arduino? 2018. Site. Disponível em: https://www.arduino.cc/en/Guide/Introduction/. Acesso em: 25 out 2021.

Bolton, W. Control Systems. 1. ed. Mineola, Nova Iorque: Newnes, 2002. Livro.

Colton, S. The Balance Filter. Cambridge, Massachusetts: [s.n.], 2007. Livro.

Filipeflop. Loja Virtual. 2022. Disponível em: https://www.filipeflop.com/. Acesso em: 08 out 2022.

Fleury, A. de T.; Donha, D. C. Controle Clássico. [S.l.]: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2021. Material de Aula.

Friedland, B. Control System Design, An Introduction to State-Space Methods. Dover. Mineola, Nova Iorque: Dover Publications, INC., 2005. Livro.

Geddes, M. Arduino Project Handbook. [S.l.]: Penguin, 2017. Livro.

Ibrahim, D. Designing Embedded Systems with 32-Bit PIC Microcontrollers and MikroC. Barcelona, Espanha: Elsevier, 2014. Livro.

Invensense. MPU-6000 and MPU-6050 Register Map and Descriptions Revision 4.2. Califórnia, 2013. 14,31 p. Disponível em: https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/1132807/TDK/MPU-6050.html. Acesso em: 08 out 2022.

Kulakowski, B. T.; Gardner, J. F.; Shearer, J. L. Dynamic Modeling and Control of Engineering Systems. 3. ed. New York, NY, USA: Cambridge Press, 2007. 2-3 p. Livro.

McGovern, L. Zippy Pt I: The Arduino Nano Balancing Robot. 2015. Vídeo do Youtube. Disponível em: https://youtu.be/HS3fPfnke8o. Acesso em: 13 out 2021.

Ng, A. Machine Learning Yearning - Technical Strategy for AI Engineers, In the Era of Deep Learning. [S.l.]: Deeplearning.ai, 2018. Livro.

Ogata, K. Engenharia de Controle Moderno. 5. ed. Mineola, Nova Iorque: Pearson, 2011. Livro.

Proakis, J. G.; Manolakis, D. K. Digital Signal Processing 4th Edition. 3. ed. New York, NY, USA: Pearson, 2007. Livro.

Segway. Segway i2 SE. 2016. Site. Disponível em: https://www.segway.com/segway-i2-se-pt. Acesso em: 27 out 2021.

Tamai, E. H.; Trigo, F. C. PME 3401 Medições de Grandezas Mecânicas - Filtros Digitais. [S.l.]: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2021. Material de Aula.

Vázquez, F.; Morilla, F. Tuning decentralized PID controllers for MIMO systems with decouplers. Barcelona, Espanha: Universidade de Córdoba, 2002. 2-3 p. Artigo.

Yan, E.; Menéndez, M.; Chen, S. H. - Bridges. EECS - Electrical Engineering and Computer Science, 2018. Apresentação. Disponível em: https://www.eecs.umich.edu/courses/eecs373.f16/Lec/StudentTalks/HBridge.pdf . Acesso em: 25 jun 2022.

9. Direitos autorais

Project and prototyping of a two-wheel self-balancing mechanism ("Mini-Segway")

Wilson Siou Kan Chow

Escola Politécnica de São Paulo wilsonchow@usp.br

Abstract. The objective of this work is to explain the process of the creation of a Mini-Segway, from its modeling, control, assembly, prototyping, coding to testing. First, diverse calculations were made for the mathematical modeling of the system, linearized or not,

so that utilizing a program in MATLAB®, the system could be simulated. Then, tests were made to evaluate control methods, which the Pole Allocation was the best. In that way, both simulation and control created for the equilibrium were created and tested before the robot even existed. After the control methods were analyzed, an extensive bibliographic research was made to determine the necessary components for the project. Consequently, the readings that the robot will have to make were identified, so that it stands on two wheels, using an Arduino computational system. After the tests using PID control, considerations were made about the robot's performance.

Keywords. Robot, equilibrium, Arduino, Segway, control.