

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений

Отчёт о лабораторно-практической работе № 2 по дисциплине «Численные методы»

Иванов И.

Петров П.

гр. 600

12 октября 2022 г.

1 Постановка задачи

В ходе выполнения лабораторно-практической работы требуется составить уравнение для решения указанной в варианте задачи, написать и отладить программу, реализующую указанные методы, и проверить полученный результат.

Вариант задания

16. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону:

$$h(t) = -6t^2 + 8t + 1, t \in [0, 2],$$

где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. В какой момент времени мяч коснётся земли? Решить задачу с помощью методов золотого сечения, хорд, касательных (Ньютона) и грубой силы (перебора).

Чтобы определить момент падения мяча, для начала приравняем $h(t) = 0$, то есть получим уравнение:

$$-6t^2 + 8t + 1 = 0.$$

2 Методы

2.1 Метод грубой силы (перебора)

В этом методе последовательно перебираются значения переменной x с некоторым шагом. Среди всех значений x следует отобрать такое, при котором значение $|y|$ минимально (см. листинг 2.1).

```
def brute_force(f, a, b, step=0.1):
    x_min = a
    y_min_abs = abs(f(a))
    x = a + step
    while x < b:
        y = abs(f(x))
        if y < y_min_abs:
            x_min = x
            y_min_abs = y
        x += step
    return x_min
```

Листинг 2.1: Код для метода грубой силы (перебора)

2.2 Метод хорд

Проведём хорду (отрезок) от точки $(a; f(a))$ к точке $(b; f(b))$. Найдём абсциссу точки пересечения хорды с осью Ox . Выберем левый либо правый подынтервал. Будем продолжать, пока не найдём минимальное значение $|y(x)|$. Точка пересечения хорды с осью Ox находится по формуле:

$$x = a - \frac{f(a)(a - b)}{f(b) - f(a)}$$

Код представлен в листинге 2.2.

2.3 Метод Ньютона (касательных)

В отличие от других методов, здесь нет интервала, зато задаётся начальное приближение. Также нужно вычислять производную функции. Проведём касательную к графику функции в этой точке и найдём точку пересечения касательной с осью Ox . Это новое приближение. Продолжаем так же до тех пор, пока не найдём минимальное $|y(x)|$. Точка пересечения касательной с осью Ox вычисляется по формуле:

```
def chords(f, a, b, epsilon=0.1):
    while True:
        x = -(f(a) * (b - a)) / (f(b) - f(a)) + a
        y = f(x)
        if epsilon > abs(y):
            return x
        elif f(a) * y < 0:
            b = x
        else:
            a = x
```

Листинг 2.2: Код для метода хорд

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

```
def newton(f, f_d, x, epsilon=0.1):
    while True:
        x -= f(x) / f_d(x)
        if epsilon > abs(f(x)):
            return x
```

Листинг 2.3: Код для метода Ньютона (касательных)

Код представлен в листинге 2.3.

3 Результаты

Выходные данные полученной программы представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1: Результаты запуска программы

Метод	t
Метод грубой силы (перебора)	1,44
Метод хорд	1,4
Метод Ньютона (касательных)	1,44

Из рисунка 3.1 видно, что график функции $h(t)$ пересекает ось Ox примерно там же.

4 Заключение

В ходе выполнения лабораторно-практической работы мы составили уравнение для решения задачи о подброшенном мяче, написали и отладили программу, реализующую методы грубой силы (перебора), хорд и Ньютона (касательных), и проверили полученный результат.

Images/plot.png

Рис. 3.1: Графическое решение