Решение алгебраических и трансцендентных уравнений

Отчёт о лабораторно-практической работе №2 по дисциплине «Численные методы»

Иванов И.

Петров П.

гр. 600

12 октября 2022 г.

1 Постановка задачи

В ходе выполнения лабораторно-практической работы требуется составить уравнение для решения указанной в варианте задачи, написать и отладить программу, реализующую указанные методы, и проверить полученный результат.

Вариант задания

16. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону:

$$h(t) = -6t^2 + 8t + 1, t \in [0, 2],$$

где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. В какой момент времени мяч коснётся земли? Решить задачу с помощью методов золотого сечения, хорд, касательных (Ньютона) и грубой силы (перебора).

Чтобы определить момент падения мяча, для начала приравняем h(t)=0, то есть получим уравнение:

$$-6t^2 + 8t + 1 = 0.$$

2 Методы

2.1 Метод грубой силы (перебора)

В этом методе последовательно перебираются значения переменной x с некоторым шагом. Среди всех значений x следует отобрать такое, при котором значение |y| минимально (см. листинг 2.1).

```
def brute_force(f, a, b, step=0.1):
x_min = a
y_min_abs = abs(f(a))
x = a + step
while x < b:
    y = abs(f(x))
    if y < y_min_abs:
        x_min = x
        y_min_abs = y
    x += step
return x_min</pre>
```

Листинг 2.1: Код для метода грубой силы (перебора)

2.2 Метод хорд

Проведём хорду (отрезок) от точки (a; f(a)) к точке (b; f(b)). Найдём абсциссу точки пересечения хорды с осью Ox. Выберем левый либо правый подынтервал. Будем продолжать, пока не найдём минимальное значение |y(x)|. Точка пересечения хорды с осью Ox находится по формуле:

$$x = a - \frac{f(a)(a-b)}{f(b) - f(a)}$$

Код представлен в листинге 2.2.

2.3 Метод Ньютона (касательных)

В отличие от других методов, здесь нет интервала, зато задаётся начальное приближение. Также нужно вычислять производную функции. Проведём касательную к графику функции в этой точке и найдём точку пересечения касательной с осью Ox. Это новое приближение. Продолжаем так же до тех пор, пока не найдём минимальное |y(x)|. Точка пересечения касательной с осью Ox вычисляется по формуле:

```
def chords(f, a, b, epsilon=0.1):
while True:
    x = -(f(a) * (b - a)) / (f(b) - f(a)) + a
    y = f(x)
    if epsilon > abs(y):
        return x
    elif f(a) * y < 0:
        b = x
    else:
        a = x</pre>
```

Листинг 2.2: Код для метода хорд

```
x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}
```

```
def newton(f, f_d, x, epsilon=0.1):
while True:
    x -= f(x) / f_d(x)
    if epsilon > abs(f(x)):
        return x
```

Листинг 2.3: Код для метода Ньютона (касательных)

Код представлен в листинге 2.3.

3 Результаты

Выходные данные полученной программы представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1: Результаты запуска программы

| Метод | t |
|------------------------------|------|
| Метод грубой силы (перебора) | 1,44 |
| Метод хорд | 1,4 |
| Метод Ньютона (касательных) | 1,44 |

Из рисунка 3.1 видно, что график функции h(t) пересекает ось Ox примерно там же.

4 Заключение

В ходе выполнения лабораторно-практической работы мы составили уравнение для решения задачи о подброшенном мяче, написали и отладили программу, реализующую методы грубой силы (перебора), хорд и Ньютона (касательных), и проверили полученный результат.

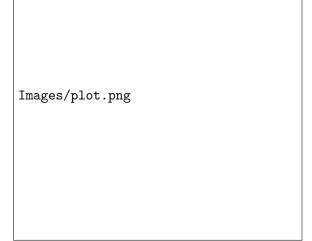


Рис. 3.1: Графическое решение