

Análisis Explosiones Volcánicas

F1004B.2

Jorge Iglesias Ortiz	A01653261
Alejandro Hernández de la Torre	A01651516
Yusdivia Molina Román	A01653120
Iñigo Zepeda Ceballos	A01023684
Lidia Paola Díaz Ramirez	A01369117



Profesores:

Sergio Luis Loza

José Luis Pineda Flores

Francisco Javier Hernández Moreno

24 septiembre 2019

Abstract

El 3 de junio del año 2018, se presentó una situación que cambió totalmente la vida para muchas personas en Chimaltenango, Guatemala. Una erupción volcánica tomó la vida de más de 300 personas. Esta se define como una emisión violenta de lava, gases, y materiales procedentes del interior de la Tierra, por la chimenea de un volcán; y afecta a las personas, flora y fauna que se encuentre en su camino.

El tema a estudiar tiene que ver como las simulaciones por computadora, son una herramienta útil para prevenir accidentes cuando se presentan desastres naturales, como lo es la explosión de un volcán o un tsunami.

Lo más importante sobre esta simulación, es que es capaz de calcular, con un buen grado de aproximación a la realidad, la trayectoria y de lugar de impacto del material incandescente que sea arrojado por el volcán. Esto servirá para tomar medidas preventivas en los lugares donde se calcula que caerán estos objetos.

Los conocimientos que se usarán en este análisis son el tiro parabólico, el cual se define como “un movimiento que resulta de la unión de dos fuerzas, el movimiento rectilíneo uniforme, en el eje x; y el movimiento vertical, en el eje y, cuya velocidad no es constante.”

Introducción

Los volcanes se pueden clasificar por qué tan seguido un volcán tenga actividad volcánica, y estos se puede caracterizar como: *activo*, que permanentemente se encuentra en estado de latencia, y pueden tener una erupción en cualquier momento, hay alrededor de 500 volcanes activos hoy en día; *inactivo o durmiente*, quiere decir que este volcán no ha tenido actividad durante mucho tiempo, y no se sabe cuando, pero se espera que pueda tener una erupción en el futuro; y por último el *extinto*, el cual no se espera que vuelva a tener una erupción, sin embargo, este puede llegar a pasar por la etapa de “rejuvenecimiento”, por lo que podría volver a hacer erupción.

De igual manera los volcanes se pueden clasificar por su estructura o edificio volcánico: *estratovolcán*, el cual tiene forma de cónica, y un cráter en el centro, está formado

por ceniza de erupciones pasadas; *caldera*, en este se derrumbó el centro de la estructura, por lo que quedó un gran cráter llamado caldera; *domo de lava*, sus pendientes pronunciadas y pequeño tamaño son producto de la acumulación de lava viscosa; *cono de ceniza*, se forma ceniza en la parte superior del cono.

Existen cinco tipos de explosiones volcánicas. Estas se determinan debido a la viscosidad que presenta el magma. La erupción Pliniana, se caracteriza por la explosión violenta de lava (viscosa), gases, cenizas, y es fluida. La explosión Vulcaniana también se caracteriza por ser violenta, puesto que el magma interactúa con agua. Esta produce una gran cantidad de cenizas, vapor y piedras. En la explosión Peleana la lava se consolida rápidamente y se produce un tapón en el cráter, lo cual provoca una presión dentro del volcán, y debido a esto, la lava es expulsada violentamente, y crea un deslizamiento del magma por los flancos del volcán. Por otro lado, la explosión Estromboliana es un tipo de explosión que se caracteriza por pequeñas explosiones separadas por periodos de calma, los cuales pueden ser desde minutos hasta horas. Por último la erupción Hawaiana es una erupción suave, con lava bastante fluida, la cual no emite tantos gases ni cenizas, debido a la fluidez de la misma.

A lo largo de este escrito se verá la forma en la que se intentará minimizar la cantidad de incidentes fatales, y qué medidas preventivas y de acción se pueden tomar, para contra atacar esta problemática. El diseño de un juego llamado “Huehuetéotl”, que quiere decir *Dios del Fuego*, ayudará a la humanidad a poder predecir la manera aproximada y con valores aproximados a la realidad, en la que un volcán hace erupción.

Definición del problema

Ante la problemática presentada los conocimientos esenciales para poder elaborar un simulador son: tiro parabólico, resistencia al aire, algún método a utilizar para poder predecir la posición futura de las partículas expulsadas y conocimientos de programación para elaborar la propia simulación.

El primer tema fue de los más importantes, pues las piedras expulsadas por el volcán siguen una trayectoria parabólica, es decir que gracias a la fuerza con que salen del cráter, estas se elevan (avance en el eje y) y se mueven hacia adelante (movimiento en los ejes “x” y

“z”), hasta alcanzar un punto máximo, en donde la velocidad en el eje y se vuelve 0 y se empieza a hacer negativa para descender; pero durante el movimiento la velocidad en el eje “x” y “z” permanece constante, es decir, la aceleración es constante en dichos ejes. Mientras que es necesario considerar que por cada segundo que pase, debido a la gravedad, la partícula se va a acelerando cada instante que pasa, hasta terminar en el piso. En este caso consideramos el cambio en el tiempo con un valor de 0.1 segundos. Una fracción ínfima del tiempo, la cual puede parecer muy pequeña, pero gracias a esta se obtienen las posiciones de las partículas cercanas a otras, y por lo tanto un modelo más fiable que si se elaborara con una unidad más grande de tiempo.

Por otro lado, aparte de utilizar las fórmulas correspondientes al tiro parabólico, utilizamos el método de Verlet, que a diferencia del método de Euler, en este no se utilizan directamente las fórmulas de cada tiro, sino que se basa en las posiciones, aceleración de ese instante y el cambio del tiempo. Otro problema de Euler es que existe un valor acumulado de error y también puede llegar a ser inestable. Esto ocurre si los valores de velocidad varían demasiado y demasiado rápido, si es el caso, el sistema colapsa. Como un valor necesario es la aceleración tras cada instante que pase en el sistema; nos apoyamos de la segunda ley de Newton, la cual de una forma modificada nos dice que: en un sistema de referencia inercial todo objeto conservará su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme (MCU) a menos que una fuerza neta diferente de 0 modifique este estado.

Para poder integrar el sistema de partículas con el sistema de Verlet, primeramente utilizamos Excel para ver un poco la parte numérica y ver el comportamiento de las partículas dependiendo de su masa, y fuerza; posteriormente Matlab, para poder obtener animaciones en 3d.

Entre los datos de entrada que nuestro programa va a utilizar para poder calcular la explosión del volcán son la masa (en este rubro tomaremos valores aleatorios) , la gravedad tomando en cuenta que el volcán se encuentra en el planeta tierra, la posición de las “partículas” que va a expulsar (en este punto tomaremos el mismo para todas ya que todas salen expulsadas desde el mismo lugar , la aceleración (igual valores aleatorios), la velocidad a la que van a ir moviéndose (constantemente cayendo) las susodichas partículas, también en

nuestro programa introdujimos el concepto de fuerza para poder calcular esta propiedad al mismo tiempo también implementamos el sistema de Verlet, nuestras suposiciones es que con estos datos podremos calcular a grandes rasgos cómo sería la explosión. Añadiendo, para que sea un modelo más cercano a la realidad consideramos la resistencia del aire. La cual se explicará más adelante.

Primeramente, se elaboró un modelo en Excel, donde pudimos visualizar el tiro parabólico en una sola partícula a la vez. El primer paso fue elaborar las gráficas en dos dimensiones con ayuda de las fórmulas de tiro parabólico:

$$x = v_0 t \cos(\theta),$$
$$y = v_0 t \sin(\theta) - \frac{1}{2} g t^2.$$

Donde:

V_0 = la velocidad inicial (m/s)

θ = ángulo con respecto a la horizontal

g = valor de la gravedad (9.81 m/s^2)

t = tiempo para evaluar la posición (s)

Con estas se puede sacar el desplazamiento de las partículas (tanto en “x” como en “y”) con los valores de velocidad inicial, el tiempo y el ángulo con que se lanzó. Así, las primeras gráficas fueron en dos dimensiones sin considerar la masa del objeto, ni la resistencia del aire. Para calcular la altura máxima de las parábolas se utilizó la fórmula de:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2(\theta)}{2g}.$$

Aunque se puede utilizar la siguiente para obtener el tiempo en donde eso pasó y posteriormente sustituirlo en la segunda fórmula. La primera se igual a 0, es decir, el valor de la velocidad en ese instante es de 0, se despeja la variable del tiempo.

Posteriormente con ese valor se saca el punto más alto que la parábola con los valores dados llegó a tener.

$$v = v_0 \text{sen} \alpha - 9,8t$$

$$y = y_0 + v_0 \text{sen} \alpha t - 4,9t^2$$

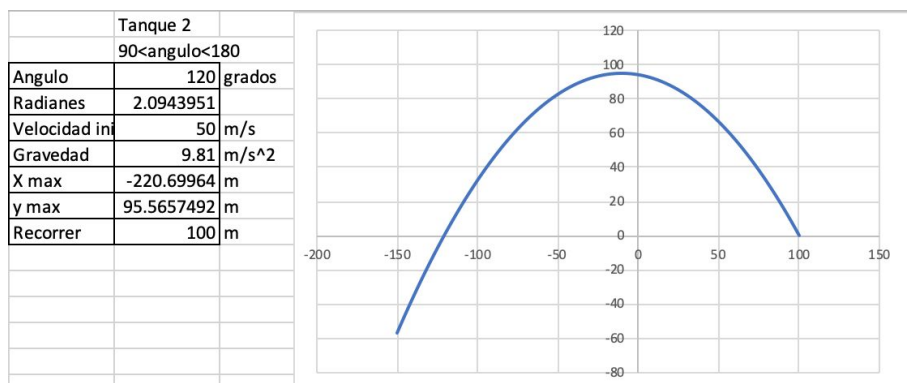
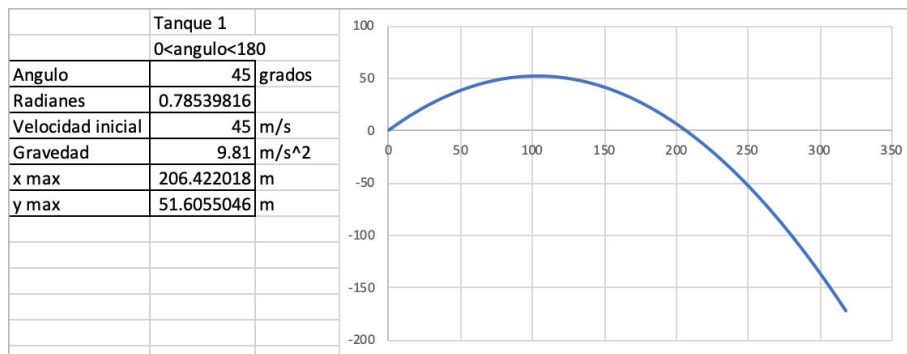
Mientras que para obtener el alcance máximo en el eje x, se utilizó:

$$d = \frac{v^2 \sin(2\theta)}{g}$$

Aunque por otro lado, se puede obtener con el tiempo de vuelo del objeto (el tiempo de vuelo se puede obtener al multiplicar por dos el tiempo en que el objeto alcanza su máxima altura) y la siguiente fórmula:

$$x = x_0 + v_0 \cos \alpha t$$

De este modo, las primeras gráficas obtenidas del tiro parabólico son las siguientes, añadiendo que al alterar los ángulos y las posiciones iniciales, se modifica la dirección de la parábola.



Cabe destacar que el cambio en el tiempo igual correspondió a 0.1 segundos, y que los ángulos se tomaron en radianes para las fórmulas. Por otro lado, el ángulo donde un proyectil tiene un mayor alcance en “x” es en los 45° y en “y” a los 90°.

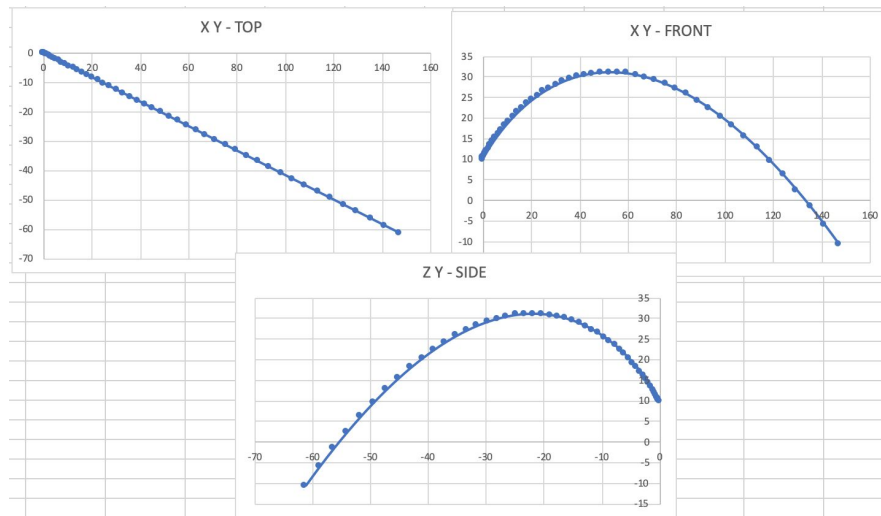
Tras utilizar estas fórmulas para el tiro parabólico, realizamos la misma simulación, pero utilizando el sistema de Verlet. Su fórmula consiste en la siguiente:

$$x_{n+1} = 2x_n - x_{n-1} + a\Delta t^2$$

Como se puede observar, se calcula la futura posición de la partícula con base en a la posición actual, la pasada, la aceleración y el cambio del tiempo. Esta fórmula se utilizó para hacer una simulación en 3 dimensiones.

Como se mencionó anteriormente, las variables de entrada son fuerza, masa y las posiciones iniciales de la partícula. Como Verlet nos solicita la aceleración, esta se obtiene dividiendo la fuerza entre la masa.

Las fuerzas del eje “y” son especiales, debido a que se debe considerar el efecto de la gravedad. Es por ello que la fuerza cambia, esta se obtiene sumando la fuerza aplicada más la de la gravedad. El valor exacto según el tiempo se obtiene multiplicando el delta tiempo(o el cambio en el tiempo) por el valor negativo de 9.81 por la masa del objeto. Dicho valor negativo se suma al de la aceleración dada y nos da el resultado del primer tiempo, para el resto de los valores simplemente se suma el valor anterior más el valor de la gravedad sobre el objeto. Si la fuerza cambia, consigo van los valores de la aceleración. Estas son las gráficas correspondientes, de la vista desde 2 ejes.



Se anexa la tabla de los valores iniciales y los valores resultantes para los primeros .5 segundos del modelo.

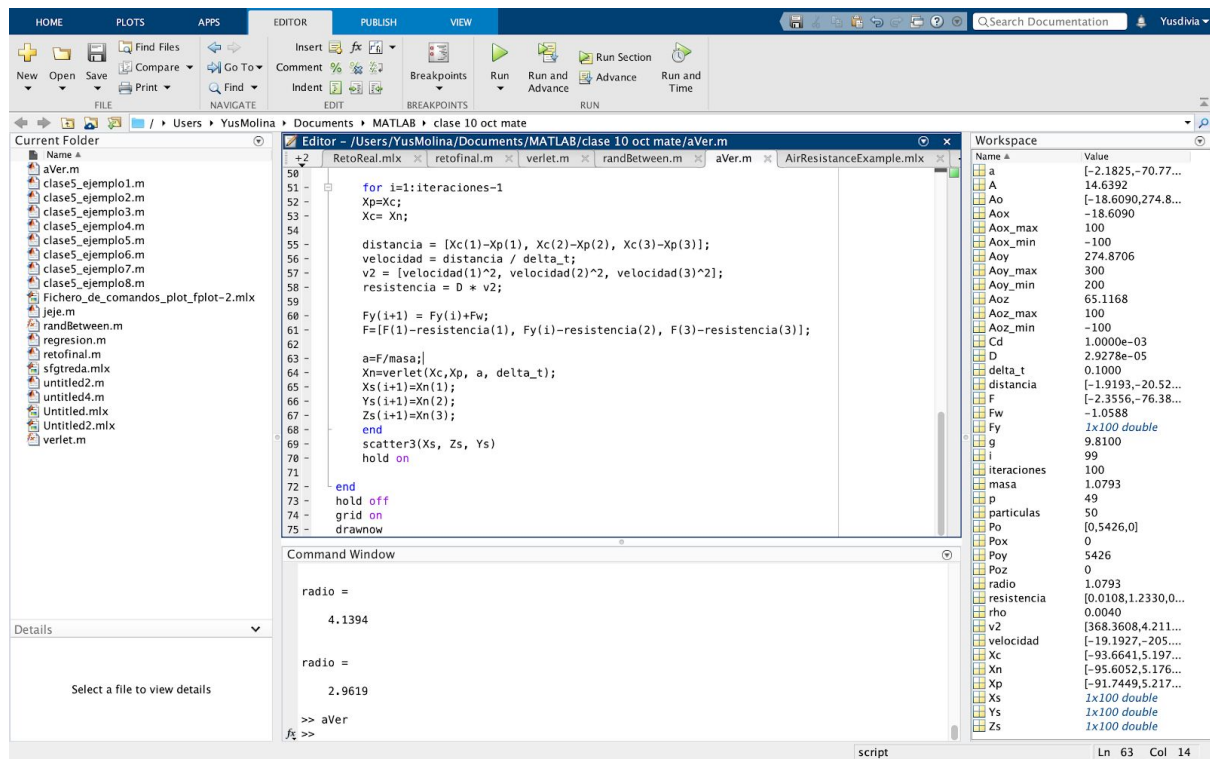
Xo	0	m
Yo	10	m
Zo	0	m
Fx	60	N
Fy	75	N
Fyo	-4.905	N
Fz	-25	N
m	5	kg
g	9.81	m/s^2
delta_t	0.1	s

Tiempo	Δt	Futura			Actual			Pasada			Fuerzas			Aceleraciones		
		px_t+1	py_t+1	pz_t+1	px_t	py_t	pz_t	px_t-1	py_t-1	pz_t-1	Fx	Fy	Fz	ax	ay	az
0.1	0.1	0.12	10.14	-0.05	0	10	0	0	10	0	60	70.095	-25	12	14.019	-5
0.2	0.1	0.36	10.411	-0.15	0.12	10.14019	-0.05	0	10	0	60	65.19	-25	12	13.038	-5
0.3	0.1	0.72	10.802	-0.3	0.36	10.41076	-0.15	0.12	10.14019	-0.05	60	60.285	-25	12	12.057	-5
0.4	0.1	1.2	11.304	-0.5	0.72	10.8019	-0.3	0.36	10.41076	-0.15	60	55.38	-25	12	11.076	-5
0.5	0.1	1.8	11.907	-0.75	1.2	11.3038	-0.5	0.72	10.8019	-0.3	60	50.475	-25	12	10.095	-5

Se puede observar que los valores tanto para la fuerza como la aceleración en los ejes “x” y “z” permanecen constantes, mientras que en el eje “y” se ve una variación debido a la acción de la gravedad. Debido a que cada instante que pasa la partícula esta se ve acelerada.

En el apartado de programación como se mencionó antes usamos el programa Matlab ya que tiene facilidad para los cálculos matemáticos a diferencia de programas como python o C++, los cuales necesitan importar “librerías” para poder ser igual de sencillos y funcionales como Matlab, aunque su programación se parece mucho al lenguaje de programación C#.

En Matlab podemos realizar simulaciones y también el programa se adapta a detectar automáticamente cuando le “hablamos” sobre un vector y también es sencillo programar variables y valores ya sea pre-definidos.



Las constantes para poder hacer una simulación realista serían la gravedad y la diferencia del tiempo (delta_t), ya que nuestra simulación toma los demás valores que fueron explicados en el excel como la masa, la posición, la aceleración, etc. van a ser tomados como aleatorios aunque tengan un rango ya que es lógico que una simulación no sea uniforme si no aleatoria y más si es algo tan caótico como la explosión de un volcán. Añadiendo el número de iteraciones, es decir cuántas veces se van a repetir los cálculos para calcular las posiciones, y fuerzas. Usaremos las mismas fórmulas que fueron introducidas en el Excel, por ejemplo, la fuerza:

$$F = [Ao(1)*masa*delta_t, Ao(2)*masa*delta_t+fw, Ao(3)*masa*delta_t]$$

Las variables como la aceleración y la masa fueron calculadas aleatoriamente para cada partícula. Los valores mínimos y máximos para las aceleraciones fueron entre -100 y 100 para los ejes “x” y “z” y para el eje “y” entre 200 y 300. Los valores

corresponden a los adecuados para representar un tiro parabólico (para que la partícula se eleve adecuadamente). Según Muy Interesante, la velocidad con las cuales salen disparados los gases y la ceniza es de aproximadamente 200 km/h (Otero). Y se tomaron valores de aceleraciones negativas para que la figura resultante tuviera una dispersión homogénea hacia todos los sentidos del cráter. Mientras que los rangos de la masa varían entre 0.1 kg y 3 kg, considerando la expulsión de piedras de diferentes tamaños. Y teniendo en cuenta que la piedra volcánica es muy prosa, siendo un 40-50% de su volumen, aire; y su peso volumétrico es de 1.6 t/m³ (Estecha).

También nuestro programa tiene adaptado el sistema de Verlet, como ya fue antes mencionado en el excel en Matlab está adaptado como función de esta manera:

function Xn = verlet(Xc, Xp, acc,dt)

Xn = 2*Xc - Xp + acc*dt*dt;

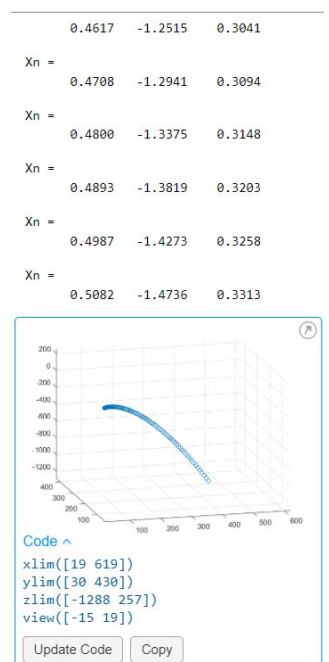
end

Xn = verlet(Xc, Xp, a, delta_t)

Xc y Xp se usaron para la posición de las partículas pero les pusimos estas variables para poder generarlas aleatoriamente en nuestro programa, Xn = es la posición de la partícula en los 3 ejes, ya con todas las fórmulas necesarias envueltas, a continuación se muestra un ejemplo de la modelación de una partícula.

La resistencia al aire fue un factor el cual tuvimos que tener en cuenta a la hora de realizar nuestra simulación ya que no fue tomada en cuenta en el Excel pero en esta simulación es necesaria hacerla para obtener un resultado más parecido a la realidad, para simular esto usamos la fórmula de resistencia a factores externos de una esfera, aquí se muestra la fórmula :

$$D = C_d * .5 * \rho * V^2 * A$$



C_d = El coeficiente de resistencia

A = Área de referencia

ρ = Densidad del aire

V = velocidad

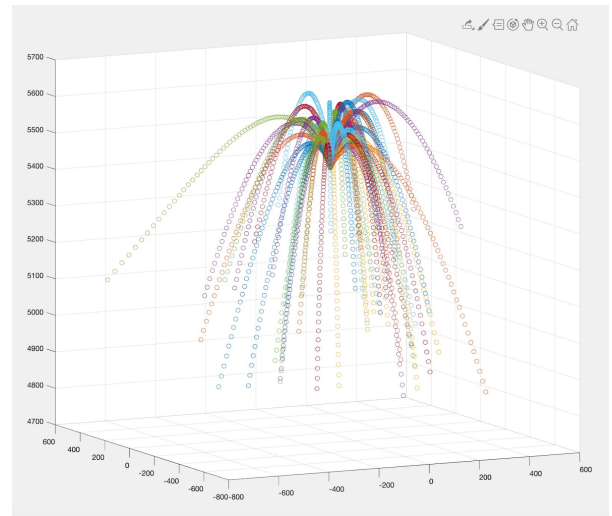
Valores y cálculos:

$$A = 4 * \pi * \text{radio}^2;$$

$$C_d = 0.001;$$

$$\rho = 0.004;$$

$$D = C_d * .5 * \rho * A;$$



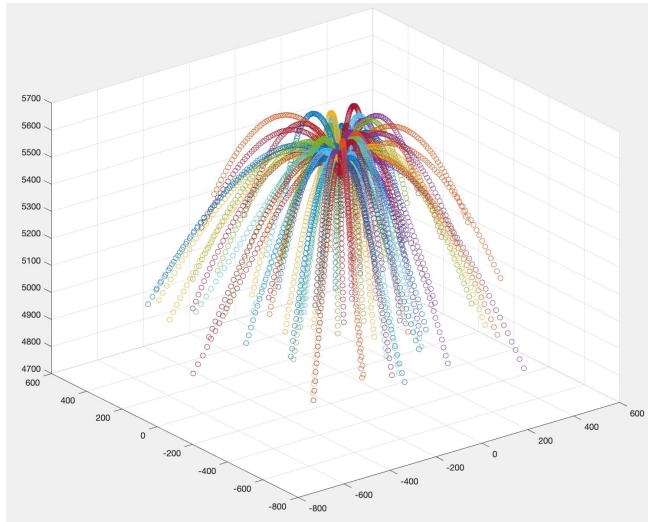
Posteriormente, se añadió el valor de la resistencia en el cálculo de las fuerzas:

$$\text{resistencia} = D * v^2;$$

$$F_y(i+1) = F_y(i) + F_w;$$

$$F = [F(1) - \text{resistencia}(1), F_y(i) - \text{resistencia}(2), F(3) - \text{resistencia}(3)];$$

Ya que se explicó cómo funciona una simple partícula ahora necesitaremos modelar varias, específicamente se nos sugirió que modelemos 100 para realizar esta simulación, a continuación se muestra el resultado de esta con la resistencia de la esfera evidentemente implementada.



<https://bit.ly/2Jx9osL>

Resultados

Los resultados que nos mostró la simulación fueron que el perímetro “seguro” del volcán corresponde a 1200m^2 , aproximadamente. Fuera de ese perímetro se debería de tener cuidado por los materias que se resbalan por el volcán y no por el material expulsado por este. Igual, tras analizar una partícula con posición inicial en 5426 (altura del Popocatepetl) su altura máxima fue 5493.83. Estamos satisfechos con los resultados, tenemos un modelo que expulsa a grandes rasgos partículas que simulan la explosión de un volcán pero si de verdad quisiéramos simular en realidad con todos los factores como la ceniza el área que esta llegaría a tomar, el impacto al ambiente, el esparcimiento de la lava e incluso como afectaría a el ecosistema esta erupción, el lugar donde sería, incluso necesitamos saber si estaba lloviendo, nevando o era un día completamente soleado, aunque los resultados son prometedores, pensamos que para adaptarlo a ser más realista aún nos faltarían más cálculos.

Conclusiones

En conclusión, la empresa Serious Games pudo obtener un modelo computacional llamado *Huehuetéotl*, que lograr recrear con valores y cálculos aproximados a la realidad, cómo es la erupción de un volcán. En específico, la mecánica del juego es capaz de calcular con relativa precisión la trayectoria y el lugar de impacto de los objetos sólidos arrojados por el volcán.

Esto se logró al utilizar modelos matemáticos como lo son el *tiro parabólico* , que calcule la trayectoria parabólica que siguen las partículas en el eje x y el eje y. De igual manera se utilizó el *sistema de Verlet* , que captura la futura posición de la partícula, basándose en la posición actual, la pasada, la aceleración y el cambio del tiempo, y de igual manera se hicieron los cálculos para el eje x, el eje y, y el eje z. La resistencia del aire fue un factor que se tomó en cuenta al realizar los cálculos, para así poder obtener un modelo mucho más parecido a la realidad.

A pesar de que el modelo proyecta resultados muy parecidos a los de una erupción volcánica real, no toma en cuenta varios factores, los cuales son necesarios para llegar a una respuesta aún más certera. El modelo no toma en cuenta cómo la trayectoria de la ceniza volcánica, la cual es una composición de partículas de roca y minerales, cambia la magnitud de su erupción, dependiendo de qué tan fuerte y cuánta lava haya sido expulsada del volcán. De igual manera, tampoco toma en cuenta qué tan cerca del nivel del mar se encuentra el volcán, y cuál es la presión de la lava que se encuentra en el interior del cráter. Estos factores tienen repercusiones en los resultados que se obtengan.

Se espera que este modelo sea de gran utilidad para la sociedad puesto que los cálculos y análisis realizados, fueron usando una gran cantidad de fórmulas, ecuaciones, y factores que hacen que el resultado sea confiable, pero aún se necesitan más variables para este cometido y que se pueda utilizar para salvaguardar el bienestar de las personas que se presenten en una situación donde necesiten saber en qué lugar se encuentran a salvo de un volcán, y donde no.

Bibliografía

¿A qué velocidad corre la lava? (2015, 7 mayo). Recuperado 20 octubre, 2019, de <https://www.muyinteresante.es/curiosidades/preguntas-respuestas/a-que-velocidad-corre-la-lava-351431001610>

Clasificación de los volcanes. (s.f.). Recuperado 20 octubre, 2019, de <http://www.volcanpedia.com/clasificacion-de-los-volcanes/>

Datos técnicos de la piedra volcánica. (s.f.). Recuperado 20 octubre, 2019, de <https://www.estecha.com/piedra-natural-volcanica.pdf>

Erupción Volcánica. (2016, 23 mayo). Recuperado 20 octubre, 2019, de <https://www.geoenciclopedia.com/erupcion-volcanica/>

IFRC. (s.f.-b). Erupciones volcánicas. Recuperado 20 octubre, 2019, de <https://www.ifrc.org/es/introduccion/disaster-management/sobre-desastres/definicion--de-peligro/erupciones-volcanicas/>

NASA. (s.f.). Drag of a Sphere. Recuperado 20 octubre, 2019, de <https://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/dragosphere.html>

Pérez, I. (2018, 2 abril). Tipos de volcanes. Recuperado 20 octubre, 2019, de <https://www.vix.com/es/btg/curiosidades/3618/tipos-de-volcanes>

RSN UCR-ICE. (2014, 13 agosto). ¿Qué tipos de erupciones volcánicas existen? Recuperado 20 octubre, 2019, de <https://rsn.ucr.ac.cr/documentos/educativos/vulcanologia/2519-tipos-de-erupciones-volcanicas>

Tiro parabólico con rozamiento. (s.f.). Recuperado 20 octubre, 2019, de <http://laplace.ucv.cl/Cursos/Old/fisica/dinamica/stokes2/stokes2.htm>