

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ

по Лабораторной работе №1 по курсу «Анализы Алгоритмов»

на тему: «Редакционное расстояние»

Студент группы ИУ7-51Б		Шубенина Д. В.		
	(Подпись, дата)	(Фамилия И.О.)		
Преподаватель	(Подпись, дата)	Волкова Л. Л. (Фамилия И.О.)		
Преподаватель	(Подпись, дата)	Строганов Ю. В. (Фамилия И.О.)		

Содержание

\mathbf{B}_{1}	Введение							
1	Ана	алитич	неская часть	4				
	1.1	Расст	ояние Левенштейна	4				
		1.1.1	Нерекурсивный алгоритм нахождения расстояния					
			Левенштейна	Ę				
	1.2	Расст	Расстояние Дамерау – Левенштейна					
		1.2.1	Рекурсивный алгоритм нахождения расстояния					
			Дамерау – Левенштейна	6				
		1.2.2	Рекурсивный алгоритм нахождения расстояния					
			Дамерау – Левенштейна с кэшированием	7				
		1.2.3	Нерекурсивный алгоритм нахождения расстояния					
			Дамерау – Левенштейна	7				
	Выв	вод		8				
2	Кон	нструк	кторская часть	ç				
	2.1	Требо	ования к программному обеспечению	Ć				
	2.2	Требо	ования вводу	Ć				
	2.3	Разработка алгоритмов						
	2.4	Описание используемых типов данных						
	Выв	вод		14				
3	Tex	нолог	ическая часть	15				
	3.1	Средо	ства реализации	15				
	3.2	Сведе	ения о модулях программы	15				
	3.3	Реали	зация алгоритмов	16				
	3.4	Функ	циональные тесты	21				
	Выв	вод		21				
4	Исс	следов	ательская часть	22				
	4.1	Техни	ические характеристики	22				
	4.2	Демог	нстрация работы программы	22				

Список использованных источников						
4.5	Вывод	26				
4.4	Характеристики по памяти	25				
4.3	Временные характеристики	23				

Введение

Расстояние Левенштейна (также называемое редакционным расстоянием или дистанцией редактирования) — это метрика, которая измеряет разницу между двумя строками. Определяет минимальное количество операций вставки, удаления и замены символов, необходимых для преобразования одной строки в другую.

Расстояние Дамерау – Левенштейна является расширением расстояния Левенштейна, которое включает дополнительную операцию — транспозицию, чтобы обработать случаи, когда символы меняются местами или переупорядочиваются.

Расстояния Левенштейна и Дамерау – Левенштейна используются при решении следующих задач:

- 1) корректировка поискового запроса;
- 2) классификация текстов;
- 3) распознавание речи;
- 4) определение сходства между текстами;

Целью данной лабораторной работы является изучение, реализация и исследование алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау – Левенштейна.

Необходимо выполнить следующие задачи:

- 1) изучить алгоритмы Левенштейна и Дамерау Левенштейна для нахождения редакционного расстояния между строками;
- 2) реализовать данные алгоритмы;
- 3) выполненить сравнительный анализ алгоритмов по затрачиваемым ресурсам (времени, памяти);
- 4) описать и обосновать полученные результаты в отчете.

Аналитическая часть

Расстояние Левенштейна

Расстояние Левенштейна между двумя строками — это минимальное количество операций вставки одного символа, удаления одного символа и замены одного символа на другой, необходимых для превращения строки в другую [1].

Введем следующие обозначения операций:

- $-\ w(a,b)$ цена замены символа a на символ b;
- $w(\varepsilon, b)$ цена вставки символа b;
- $w(a, \varepsilon)$ цена удаления символа a;

Каждая операция имеет определенную цену:

- **M** (от англ. match): w(a, a) = 0
- **R** (от англ. replace): $w(a, b) = 1, a \neq b$
- I (от англ. insert): $w(\varepsilon, b) = 1$
- **D** (от англ. delete): $w(a, \varepsilon) = 1$

Пусть имеется две строки S_1 и S_2 длиной m и n соотвественно. Расстояние Левенштейна $d(S_1, S_2) = D(m, n)$ рассчитывается по следующей рекуррентной формуле [2]:

$$D(m,n) = \begin{cases} 0, & \text{i} = 0, \text{j} = 0 \\ i, & \text{j} = 0, \text{i} > 0 \\ j, & \text{i} = 0, \text{j} > 0 \end{cases}$$

$$\text{In } \begin{cases} D(i,j-1) + 1, & \text{j} > 0, \text{i} > 0 \\ D(i-1,j) + 1, & \text{j} > 0, \text{i} > 0 \end{cases}$$

$$(1.1)$$

где сравнение символов строк S_1 и S_2 производится следующим образом:

$$m(a,b) = \begin{cases} 0, & \text{если } a = b \\ 1, & \text{иначе} \end{cases}$$
 (1.2)

1.1.1 Нерекурсивный алгоритм нахождения расстояния Левенштейна

При больших значениях m и n рекурсивная реализация алгоритма поиска расстояния Левенштейна малоэффективна по времени выполнения, так как промежуточные значения D(i,j) вычисляются несколько раз. В таком случае можно воспользоваться итеративной реализацией данного алгоритма, использующего матрицу для хранения промежуточных значений.

Матрица имеет размеры

$$(n+1) \times (m+1) \tag{1.3}$$

где m — длина строки S_1 , n — длина строки S_2 .

В ячейке [i,j] матрицы хранится значение $D(S_1[1..i], S_2[1..j])$. Первому элементу матрицы присвоено значение 0. Вся матрица заполняется в соотвествии с соотношением (1.1).

1.2 Расстояние Дамерау – Левенштейна

Расстояние Дамерау – Левенштейна является метрикой для измерения различий между двумя строками. Оно определяется как минимальное количество операций вставки, удаления, замены и транспозиции (перестановки двух соседних символов), необходимых для превращения одной строки в другую. Это расширение расстояния Левенштейна, так как, помимо трех базовых операций, оно также включает операцию транспозиции Т (от англ. transposition).

Расстояние Дамерау – Левенштейна определяется по следующей рекуррентной формуле:

1.2.1 Рекурсивный алгоритм нахождения расстояния Дамерау – Левенштейна

Рекурсивный алгоритм поиска расстояния Дамерау – Левенштейна реализует формулу (1.4) следующим образом:

- 1) Если одна из строк пустая, возвращается длина другой строки.
- 2) Если последние символы двух строк совпадают, рекурсивно вызывается функция для остатков строк (без последних символов).
- 3) Иначе рекурсивно вызываются четыре варианта преобразования строки:
 - **Вставка**: к результату рекурсивного вызова для остатка первой строки добавляется 1.

- **Удаление**: к результату рекурсивного вызова для остатка второй строки добавляется 1.
- Замена: к результату рекурсивного вызова для остатков строк добавляется 1.
- **Транспозиция**: если последние и предпоследние символы двух строк совпадают, к результату рекурсивного вызова для остатка строк добавляется 1.
- 4) Возвращается минимальное из четырех вариантов значение.

1.2.2 Рекурсивный алгоритм нахождения расстояния Дамерау – Левенштейна с кэшированием

При больших m и n рекурсивная реализация алгоритма поиска расстояния Дамерау – Левенштейна малоэффективна по времени, так как промежуточные значения расстояний между подстроками вычисляются неоднократно. Для оптимизации рекурсивного алгоритма по времени можно использовать матрицу в целях хранения соответствующих промежуточных значений. В таком случае алгоритм представляет собой рекурсивное заполнение матрицы $A_{m,n}$ промежуточными значениями D(i,j).

1.2.3 Нерекурсивный алгоритм нахождения расстояния Дамерау – Левенштейна

При больших значениях m, n алгоритм нахождения расстояния Дамерау – Левенштейна, использующий рекурсию, не является эффективным по времени. Вместо рекурсивной реализации можно использовать итерационную реализацию. В таком случае в качестве структуры для хранения промежуточных значений D(i,j) используется

матрица, имеющая размеры

$$(n+1) \times (m+1) \tag{1.5}$$

В ячейке [i,j] матрицы хранится значение $D(S_1[1..i], S_2[1..j])$. Первому элементу матрицы присвоено значение 0. Вся матрица заполняется в соотвествии с соотношением (1.4).

Вывод

В данном разделе были рассмотрены алгоритмы нахождения расстояний Левенштейна и Дамерау—Левенштейна — их рекурсивные и итеративные реализации. Также была рассмотрена оптимизация алгоритма нахождения расстояния Дамерау—Левенштейна с помощью кэширования.

2 Конструкторская часть

В данном разделе будут приведены схемы алгоритмов нахождения расстояний Левенштейна и Дамерау—Левенштейна, приведены описание используемых типов данных и структуры программного обеспечения.

2.1 Требования к программному обеспечению

К программе предъявлен ряд функциональных требований:

- наличие интерфейса для выбора действий;
- возможность ввода строк;
- возможность обработки строк, состоящих как из латинских символов, так и из кириллических;
- возможность произвести замеры процессорного времени работы реализованных алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау—Левенштейна.

2.2 Требования вводу

- 1) На вход реализованным алгоритмам подаются две строки.
- 2) Строки могут включать как латинские, так и кириллические символы.
- 3) Буквы нижнего и верхнего регистра считаются разными символами.

2.3 Разработка алгоритмов

На рисунке 2.1 представлена схема матричного алгоритма поиска расстояния Левенштейна. На рисунках 2.2 – 2.4 приведены схемы матрич-

ной, рекурсивной и рекурсивной с кэшированием реализаций алгоритма нахождения расстояния Дамерау – Левенштейна.

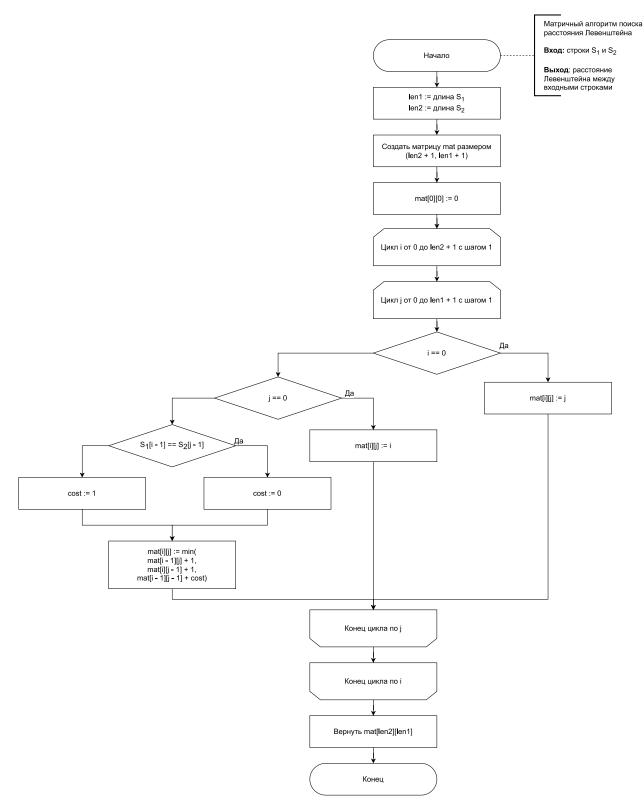


Рисунок 2.1 – Схема матричного алгоритма Левенштейна

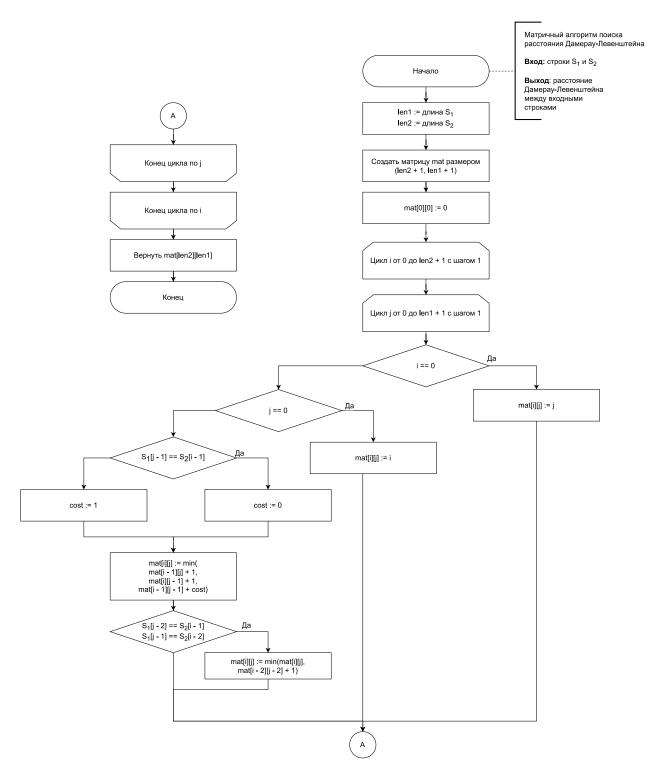


Рисунок 2.2 — Схема матричного алгоритма Дамерау — Левенштейна

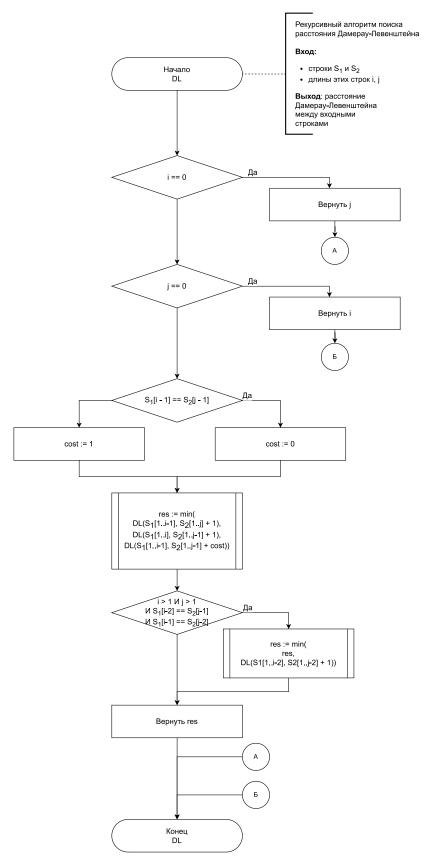


Рисунок 2.3 – Схема рекурсивного алгоритма Дамерау – Левенштейна

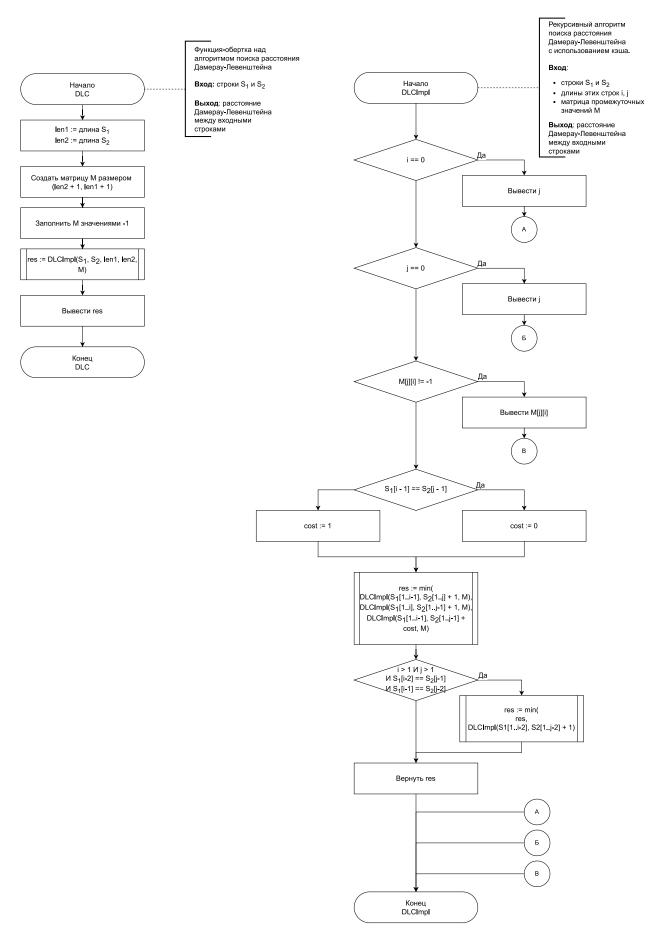


Рисунок 2.4 — Схема рекурсивного алгоритма Дамерау — Левенштейна с использованием кэша

2.4 Описание используемых типов данных

При реализации алгоритмов будут использованы следующие типы данных:

- *строка* массив символов типа wchar_t;
- $\partial nuna\ cmpo\kappa u$ значение длины строки типа int;
- *матрица* двумерный массив значений типа int.

Вывод

В данном разделе на основе теоретических данных были перечислены требования к ПО. Также были построены схемы реализуемых алгоритмов на основе данных, полученных на этапе анализа.

3 Технологическая часть

В данном разделе приведены средства реализации программного обеспечения, сведения о модулях программы, листинг кода и функциональные тесты.

3.1 Средства реализации

В качестве языка, используемого при написании данной лабораторной работы, был выбран язык C++ [3]. Этот выбор обусловлен тем, что в данном языке программирования имеется контейнер std::wstring, представляющий собой массив символов типа std::wchar_t. Также в языке C++ имеется библиотека <ctime>, позволяющая выполнять замеры процессорного времени.

В качестве средства написания кода была выбрана кроссплатформенная среда разработки *Visual Studio Code*, т.к. она предоставляет широкий функционал для проектирования, разработки и отладки ПО.

3.2 Сведения о модулях программы

Данная программа разбита на следующие модули:

- main.cpp файл, содержащий точку входа в программу;
- matrix.cpp файл, содержащий функции создания матрицы, ее освобождения и вывода на экран;
- algorithms.cpp файл, содержащий реализации алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау Левенштейна;
- measure.cpp файл, содержащий функции, замеряющие процессорное время выполнения реализуемых алгоритмов.

3.3 Реализация алгоритмов

Листинг $3.1 - \Phi$ ункция мах, используемая в алгоритмах

```
template <typename T>
static T min(T x, T y, T z)
{
    return std::min(x, std::min(y, z));
}
```

Листинг 3.2 – Матричный алгоритм поиска расстояния Левенштейна (часть 1)

```
1 int LevNonRec(const std::wstring &word1, const std::wstring
     &word2, bool verbose)
2 {
3
       int len1 = word1.length();
       int len2 = word2.length();
6
       int **mat = Matrix :: Allocate(len2 + 1, len1 + 1);
7
       if (!mat)
8
           return -1;
9
10
       mat[0][0] = 0;
11
       for (int i = 0; i \le len2; ++i)
12
       {
           for (int j = 0; j \le len 1; ++j)
13
14
           {
                if (i == 0)
15
16
17
                    mat[i][j] = j;
18
19
                else if (j == 0)
20
                {
                    mat[i][j] = i;
21
22
                }
```

Листинг 3.3 – Матричный алгоритм поиска расстояния Левенштейна (часть 2)

```
else
2
               {
3
                    int cost = (word1[j-1] = word2[i-1]) ? 0 :
                       1;
                   mat[i][j] = min(
5
                        mat[i - 1][j] + 1,
6
7
                        mat[i][j-1]+1,
                        mat[i - 1][j - 1] + cost);
8
9
               }
           }
10
      }
11
12
13
       if (verbose)
14
           Matrix::Print(mat, word1, word2);
15
       int res = mat[len2][len1];
16
       Matrix :: Free(mat, len2 + 1);
17
18
19
       return res;
20 }
```

Листинг 3.4 — Матричный алгоритм поиска расстояния Дамерау — Левенштейна (часть 1)

```
1 int DamLevNonRec(const std::wstring &word1, const std::wstring
     &word2, bool verbose)
2 {
3
      int len1 = word1.length();
      int len2 = word2.length();
5
6
      int **mat = Matrix::Allocate(len2 + 1, len1 + 1);
7
      if (!mat)
8
           return -1;
9
      mat[0][0] = 0;
10
      for (int i = 0; i \le len 2; ++i)
11
12
      {
```

Листинг 3.5 – Матричный алгоритм поиска расстояния

Дамерау – Левенштейна (часть 2)

```
for (int j = 0; j \le len1; ++j)
2
           {
               if (i == 0)
3
               {
 4
5
                    mat[i][j] = j;
6
7
               else if (j == 0)
8
               {
9
                    mat[i][j] = i;
10
               }
               else
11
12
               {
                    int cost = (word1[j-1] = word2[i-1]) ? 0 :
13
                       1;
14
15
                    mat[i][j] = min(
                        mat[i - 1][j] + 1,
16
                        mat[i][j-1]+1,
17
                        mat[i - 1][j - 1] + cost);
18
19
                    if (word1[j-2] = word2[i-1] \&\& word1[j-
20
                       1] = word2[i - 2])
                    {
21
                        mat[i][j] = std::min(
22
23
                            mat[i][j],
                            mat[i - 2][j - 2] + 1);
24
25
                    }
               }
26
           }
27
      }
28
29
30
       if (verbose)
           Matrix::Print(mat, word1, word2);
31
32
       int res = mat[len2][len1];
33
       Matrix::Free(mat, len2 + 1);
34
35
36
       return res;
37 }
```

Листинг 3.6 – Рекурсивный алгоритм поиска расстояния Дамерау – Левенштейна

```
1 int DamLevRec(const std::wstring &word1, const std::wstring
     &word2, int ind1, int ind2)
  {
2
3
      if (ind1 == 0)
           return ind2;
       if (ind2 == 0)
6
           return ind1;
8
      int cost = (word1[ind1 - 1] = word2[ind2 - 1]) ? 0 : 1;
9
      int res = min(
10
11
           DamLevRec(word1, word2, ind1, ind2 -1) + 1,
12
           DamLevRec(word1, word2, ind1 - 1, ind2) + 1,
           DamLevRec(word1, word2, ind1 -1, ind2 -1) + cost);
13
14
       if (ind1 > 1 \&\& ind2 > 1 \&\& word1[ind1 - 1] == word2[ind2 -
15
         2] \&\& word1[ind1 - 2] = word2[ind2 - 1])
           res = std :: min(res, DamLevRec(word1, word2, ind1 - 2,
16
              ind2 - 2) + 1);
17
18
       return res;
19 }
```

Листинг 3.7 – Рекурсивный алгоритм поиска расстояния

Дамерау – Левенштейна с кэшированием (реализация) (часть 1)

```
1 static int DamLevRecCacheImpl(const std::wstring &word1, const
     std::wstring &word2, int ind1, int ind2, int **memo)
2
  {
3
      if (ind1 == 0)
           return ind2;
4
5
6
      if (ind2 == 0)
7
           return ind1;
8
9
      if (memo[ind2][ind1] != -1)
           return memo[ind2][ind1];
10
11
12
      int cost = (word1[ind1 - 1] = word2[ind2 - 1]) ? 0 : 1;
```

Листинг 3.8 – Рекурсивный алгоритм поиска расстояния

Дамерау – Левенштейна с кэшированием (реализация) (часть 2)

```
int res = min(
2
           DamLevRecCacheImpl(word1, word2, ind1, ind2 - 1, memo)
             + 1,
           DamLevRecCacheImpl(word1, word2, ind1 - 1, ind2, memo)
3
           DamLevRecCacheImpl(word1, word2, ind1 - 1, ind2 - 1,
4
             memo) + cost
5
      );
      if (ind1 > 1 \&\& ind2 > 1 \&\& word1[ind1 - 1] == word2[ind2 -
7
         2] && word1[ind1 - 2] = word2[ind2 - 1])
8
           res = std::min(res, DamLevRecCacheImpl(word1, word2,
             ind1 - 2, ind2 - 2, memo) + 1;
9
10
      memo[ind2][ind1] = res;
11
      return res:
12|}
```

Листинг 3.9 – Рекурсивный алгоритм поиска расстояния

Дамерау – Левенштейна с кэшированием (оберточная функция)

```
1 int DamLevRecCache(const std::wstring &word1, const
     std::wstring &word2)
  {
2
       int len1 = word1.length();
3
       int len2 = word2.length();
 4
6
       int **memo = Matrix:: Allocate(len2 + 1, len1 + 1, -1);
7
       if (!memo)
8
           return -1;
9
10
       int res = DamLevRecCacheImpl(word1, word2, len1, len2,
         memo);
11
12
       Matrix :: Free (memo, len2 + 1);
13
       return res;
14|}
```

3.4 Функциональные тесты

Таблица 3.1 – Функциональные тесты

Входные данные		Расстояние и алгоритм				
		Левенштейна	Дамерау – Левенштейна			
Строка 1	Строка 2	Итеративный	Итеративный	Рекурсивный		
				Без кэша	С кэшем	
a	б	1	1	1	1	
a	b	1	1	1	1	
r	r	0	0	0	0	
сердце	солнце	3	3	3	3	
стол	стул	1	1	1	1	
КОТ	ток	2	2	2	2	
KTO	КОТ	2	1	1	1	
Вениамин	Венгрия	4	4	4	4	
стол	столы	1	1	1	1	

Вывод

Были реализованы алгоритмы Левенштейна (итеративно) и Дамерау – Левенштейна (итеративно, рекурсивно, рекурсивно с кэшированием). Проведено тестирование реализованных алгортимов.

4 Исследовательская часть

4.1 Технические характеристики

Технические характеристики устройства, на котором выполнялись замеры по времени:

- Процессор: Intel i5-1035G1 (8) @ 3.600GHz.
- Оперативная память: 16 ГБайт.
- Операционная система: Manjaro Linux x86_64 (версия ядра Linux 5.15.131-1-MANJARO).

Во время проведения измерений времени ноутбук был подключен к сети электропитания и был нагружен только системными приложениями.

4.2 Демонстрация работы программы

На рисунке 4.1 показан пример работы разработанной программы для случая, когда пользователь выбирает действие «Запуск алгоритмов поиска расстояния Левенштейна» и вводит строки «кот» и «кошка».

```
Меню
1. Запуск алгоритмов поиска расстояния Левенштейна:
  1) Нерекурсивный Левенштейна.
  2) Нерекурсивный Дамерау-Левенштейна.
   3) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна без кэша.
  4) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна с кэшем.
2. Замерить время для реализованных алгоритмов.
0. Выход
Выберите опцию (0-2): 1
Введите 1-е слово: кошка
Введите 2-е слово: броненосец
Выводить матрицы для итеративных реализаций? [y/N]:
Минимальное кол-во операций:
   1) Нерекурсивный Левенштейна:
  2) Нерекурсивный Дамерау-Левенштейна:
  3) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна без кэша:
   4) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна с кэшем:
                Меню
1. Запуск алгоритмов поиска расстояния Левенштейна:
  1) Нерекурсивный Левенштейна.
  2) Нерекурсивный Дамерау-Левенштейна.
  3) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна без кэша.
  4) Рекурсивный Дамерау-Левенштейна с кэшем.
2. Замерить время для реализованных алгоритмов.
0. Выход
Выберите опцию (0-2):
```

Рисунок 4.1 – Демонстрация работы программы

4.3 Временные характеристики

Исследование временных характеристик алгоритмов производилось на случайно сгенерированных строках длинами от 1 до 10, длины изменяются с шагом 1. Для нерекурсивных алгоритмов отдельно производилось сравнение на строках длинами от 20 до 100 с шагом изменения длины 10. Во избежание погрешности измерения для каждой строки производились 50 раз, затем вычислялось среднее арифметическое всех полученных значений времени.

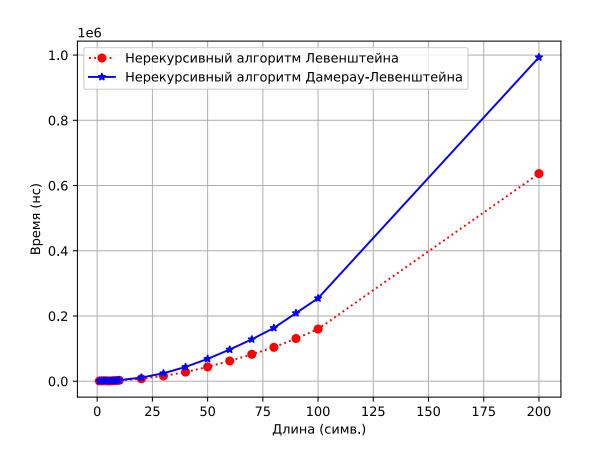


Рисунок 4.2 — Результат измерений времени работы нерекурсивных реализаций алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна

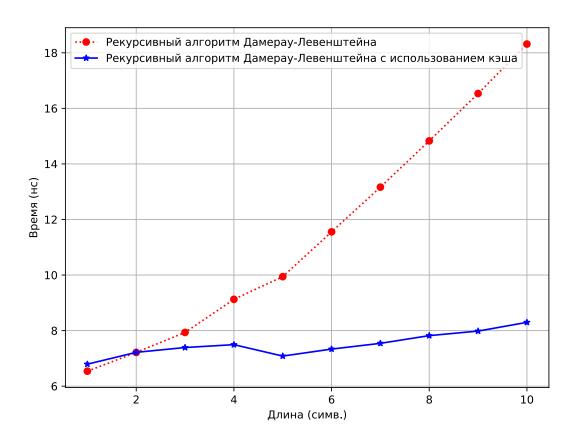


Рисунок 4.3 – Результат измерений времени работы рекурсивный реализаций алгоритма поиска расстояния Дамерау – Левенштейна

4.4 Характеристики по памяти

Введем следующие обозначения:

- m длина строки S_1 ;
- n длина строки S_2 ;
- size(v) функция, вычисляющая размер входного параметра v в байтах;
- $-\ char$ тип данных, используемый для хранения символа строки;
- *int* целочисленный тип данных.

Теоретически оценим объем используемой памяти итеративной реализацией алгоритма поиска расстояния Левенштейна:

$$M_{LevIter} = (m+1) \cdot (n+1) \cdot size(int) + (m+n) \cdot size(char) +$$

$$+ size(int **) + (m+1) \cdot size(int *) +$$

$$+ 3 \cdot size(int) + 2 \cdot size(int), \quad (4.1)$$

где:

- $-(m+1)\cdot(n+1)\cdot size(int)$ размер матрицы;
- size(int**) размер указателя на матрицу;
- $-(m+1) \cdot size(int*)$ размер указателей на строки матрицы;
- $-(m+n) \cdot size(char)$ размер двух входных строк;
- $-2 \cdot size(int)$ размер переменных, хранящих длину строк;
- $3 \cdot size(int)$ размер переменных цикла $i,\ j$ и промежуточной переменной cost.

Для алгоритма поиска расстояния Дамерау—Левенштейна теоретическая оценка объема используемой памяти идентична.

Произведем оценку затрат по памяти для рекурсивных реализаций алгоритма нахождения расстояния Дамерау—Левенштейна.

Для

4.5 Вывод

Список использованных источников

- 1 А. Погорелов Д., М. Таразанов А., Л. Волкова Л. Сравнительный анализ алгоритмов редакционного расстояния Левенштейна и Дамерау-Левенштейна // Синергия Наук. 2019. URL: Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=36907767 (дата обращения 10.10.2023).
- 2 В. Траулько М. Программная реализация нечеткого поиска текстовой информации в словаер с помощью расстояния Левенштейна // Форум молодых ученых. 2017. URL: Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/programmnaya-realizatsiya-nechetkogo-poiska-tekstovoy-informatsii-v (дата обращения 14.10.2023).
- 3 Документация по Microsoft C++ [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://learn.microsoft.com/ru-ru/cpp/?view=msvc-170& viewFallbackFrom=vs-2017 (дата обращения: 25.09.2022).