

数値解析法 第2回課題

九州工業大学 機械知能工学科 機械知能コース 3年 坂本 悠作
学籍番号 13104069 提出日 2015 年 4 月 21 日

0.1 問題

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 & 0 \\ 7 & 1 & 4 & 9 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

上の行列式において、 $x_i (i: 1, 2, 3, 4)$ の値を計算せよ

0.2 直接解法

逆行列を計算する。

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 2 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 4 & 9 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

逆行列は以下のように算出できた

$$\frac{1}{66} \begin{bmatrix} 46 & 2 & -26 & 6 \\ 33 & 0 & -33 & 0 \\ -73 & 4 & 47 & 12 \\ -7 & 4 & 3 & -10 \end{bmatrix}$$

これを左から $(5, 8, 9, 9)$ と内積計算すると、解 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, -2, 3, -1)$ が得られる。

0.3 反復解法

反復解法で解を求めるにあたり、対角優位になるように作り変える。

次の行列の 1 行目は、問題の行列の 1 行目と 4 行目を足したもので、他の行は順番を入れ替えて作ったものである。

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 & -3 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & -3 \\ 7 & 1 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 8 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

行列の形から 方程式の形に置き換えると、以下ようになる。

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 14 \quad (1)$$

$$2x_1 - 5x_2 - x_3 = 9 \quad (2)$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 9 \quad (3)$$

$$7x_1 + x_2 + 4x_3 + 9x_4 = 8 \quad (4)$$

x_1, x_2, x_3, x_4 を求めるために、それぞれ上の式から変形させる

$$x_1 = (14 + 2x_2 - x_3 + 3x_4) / 4 \quad (5)$$

$$x_2 = (9 - 2x_1 + x_3) / -5 \quad (6)$$

$$x_3 = (9 - 2x_1 - x_2 + 3x_4) / 2 \quad (7)$$

$$x_4 = (8 + 7x_1 - x_2 + 4x_3) / 9 \quad (8)$$

今回は gauss seidel 法を用いて計算する。

初期値は 0,1,3,0 とし、計算には表計算ソフトを利用した。

この計算により、解は $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, -2, 3, -1)$