

## Momenty Hu - porównanie dla różnych transformacji

Józef Jasek

Porównujemy momenty Hu dla liter P, R i W oraz różnych ich przekształceń. Wyliczamy błąd bezwzględny i względny. Ponieważ momenty mogą być ujemne i równe 0 nie stosujemy zwykłego wzoru na błąd względny  $\Delta x/x$  - zamiast tego użyjemy Relative Percent Difference<sup>1</sup>, który jest miarą zależności między dwiema zmiennymi, odporny na problemy wynikające z  $x=0$  i w zależności od różnicy między dwiema zmiennymi (momentami Hu dla jednego i drugiego obrazka) zwraca liczbę z przedziału  $[-2, 2]$ . dla  $x=y$  zwraca 0, dla  $x = -y$  zwraca 2.

$$d_1(x, y) = \frac{x - y}{(|x| + |y|)/2} = 2 \frac{x - y}{|x| + |y|}$$



Podstawowy obrazek dla litery P, który będziemy przekształcać

---

<sup>1</sup><https://stats.stackexchange.com/questions/86708/how-to-calculate-relative-error-when-the-true-value-is-zero>

Pierwsze przekształcenie, które stosujemy to skalowanie o ok. 53%.



Zwrócony RPD dla wektora momentów to

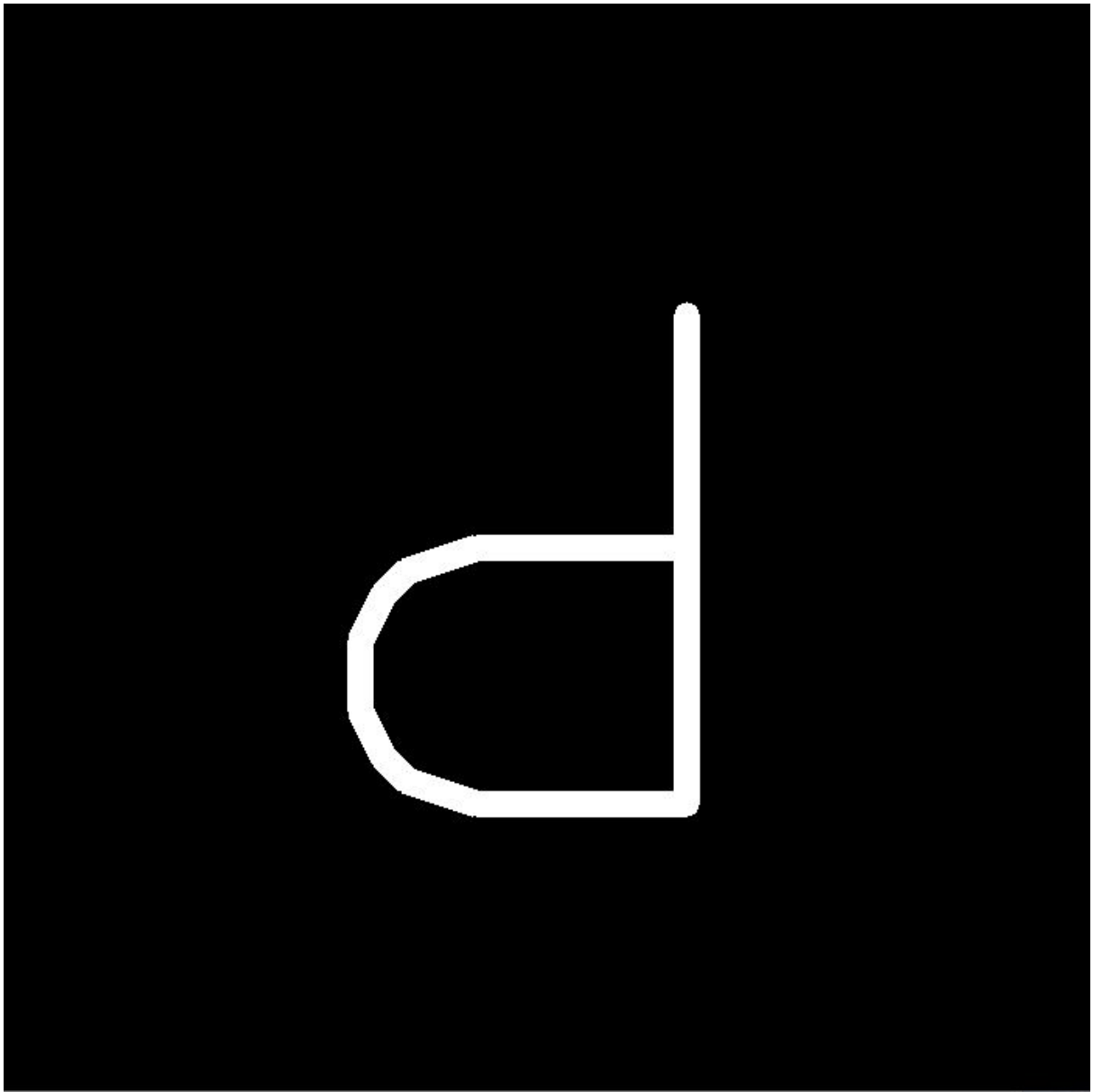
-0.4097873 -0.77089937 -1.09693303 -1.04326771 -1.54411759 -1.17242733 -1.66286876

Błąd bezwzględny:

2.03872464e-03 2.18487998e-06 4.73798888e-08 2.23694303e-09 1.13409562e-17  
1.42046793e-12 4.21343312e-17

Jest to wynik niespodziewany i trudny do wyjaśnienia. Momenty  $H_u$  powinny być odporne na skalowanie, jednak w tym wypadku otrzymujemy wartości mocno różne po przeskalowaniu. Co ciekawe problem ten w zasadzie powtarza się dla pozostałych liter, ale nie występuje w żadnym innym przekształceniu.

Kolejna transformacja to rotacja o 180 stopni.



Zwrócony RPD:

1.97341067e-15 -1.70208406e-14 -1.06880137e-14 2.50807860e-13  
-3.66977157e-13 -2.26187455e-13 4.84461594e-13

Błąd bezwzględny:

7.80625564e-18 2.96461532e-20 2.08449514e-22 2.57253171e-22  
6.14371652e-31 1.13394022e-25 2.06921913e-30

Zgodnie z oczekiwaniami otrzymujemy różnicę na poziomie błędu reprezentacji.

Stosujemy rotację o 30 stopni z translacją o wektor  $[-50, 50]$  (obrazek ma rozmiar 500x500)



Zwrócony RPD:

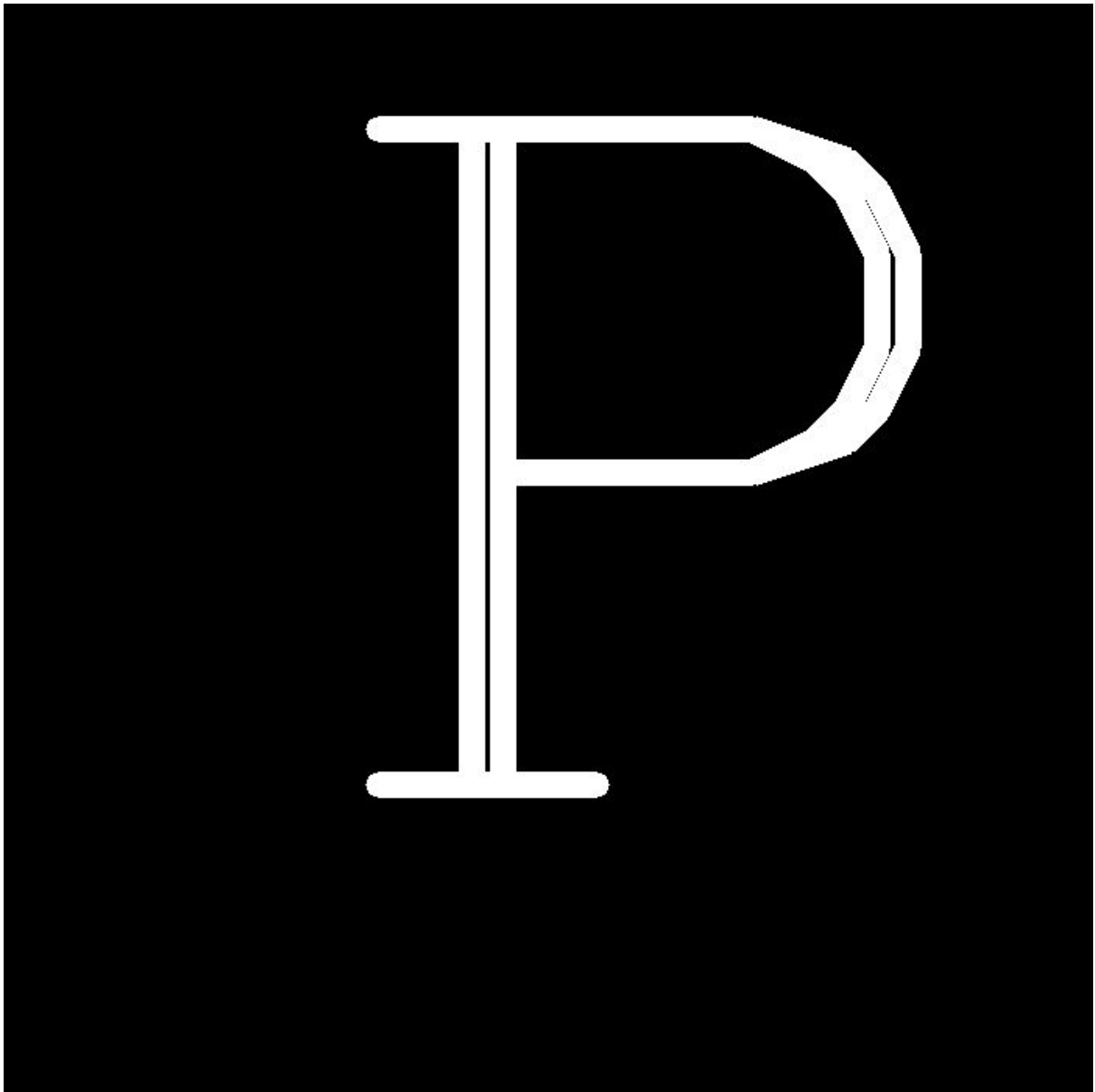
3.75482476e-05 7.86623666e-04 1.84594406e-04 7.34273845e-04  
8.73514743e-04 8.37944599e-04 1.24291891e-03

Błąd bezwzględny:

1.48527481e-07 1.36956791e-09 3.59983288e-12 7.52866956e-13  
1.46174877e-21 4.19908854e-16 5.30542419e-21

Wynik choć nie idealny jak w przypadku rotacji o 180 stopni jest wciąż zadowalający, widzimy więc, że momenty pozostają względnie stałe również dla przesunięć i rotacji innych niż półobrót.

Skalowanie o 33% + zmieniona czcionka na hershey complex.



Zwrócony RPD:

0.1055138 -0.11758298 -0.04355521 0.27876427 0.87129569 0.33403661 0.34748307

Błąd bezwzględny:

3.96466464e-04 2.17593513e-07 8.68373118e-10 2.50950056e-10 1.01603760e-18  
1.43495422e-13 1.26446936e-18

Jest to pierwsza sytuacja, w której momenty rzeczywiście mogą być różne ze względu na zmianę czcionki, która dodaje mocne szeryfy i dziury w literach. Błąd na poziomie 0.1 można uznać za satysfakcjonujący, zastanawia jednak dlaczego w takim razie samo zeskalowanie w punkcie pierwszym dało tak mizerne rezultaty.

Przesunięcie o wektor [100, 100] i delikatny blur.



Zwrócony RPD:

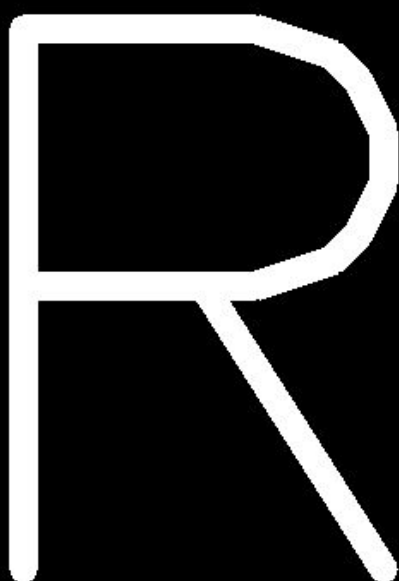
-1.39937459e-03 -1.13959285e-05 9.78494624e-07 -3.68290105e-05  
-2.63423102e-04 -1.72417243e-04 -2.26877245e-05

Błąd bezwzględny:

5.53940680e-06 1.98490412e-11 1.90836796e-14 3.77761455e-14 4.41065616e-22  
8.64449811e-17 9.69042887e-23

Jak widać blur również nie stanowił problemu.

Następną analizowaną literą jest R

A large, white, stylized outline of the uppercase letter 'R' is centered on a black background. The letter is composed of a vertical stem, a horizontal crossbar, and a curved upper arm that ends in a small hook. The outline is thick and uniform, giving it a bold, graphic appearance.

Skalowanie o 53%.



Zwrócony RPD:

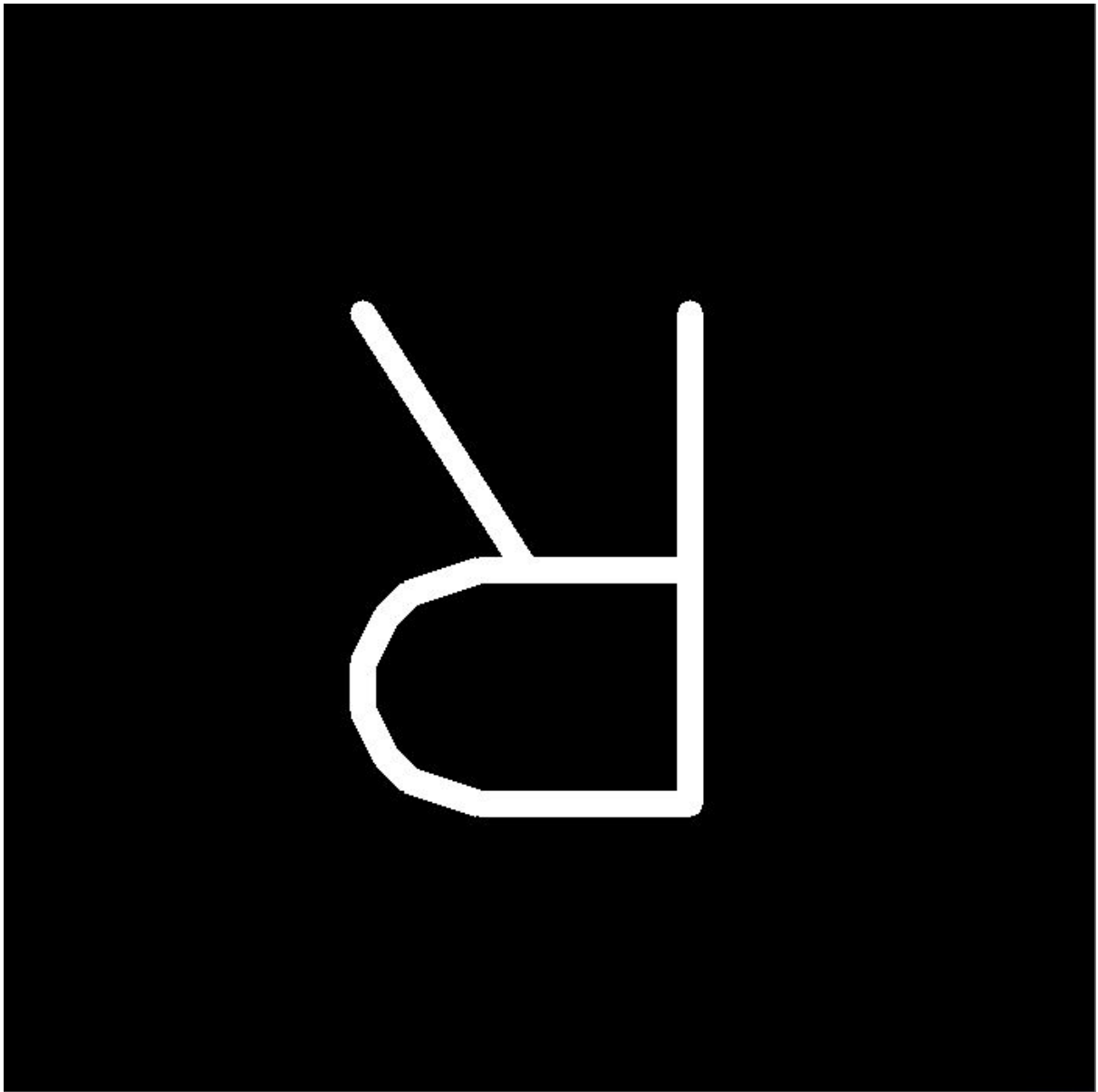
-0.40430125 -0.73196107 -1.04009919 -1.05400748 1.59485252 -1.2812161 1.65366162

Błąd bezwzględny:

1.82008139e-03 5.27555967e-07 2.10522356e-10 1.32316732e-09 4.27764049e-19  
1.14969176e-12 1.25913752e-18



Rotacja o 180 stopni.



Zwrócony RPD:

7.24460789e-16 -2.89625755e-15 -2.22585305e-13 1.04654052e-13 -8.46285628e-14  
1.00035441e-13 -3.90721335e-14

Błąd bezwzględny:

2.60208521e-18 1.32348898e-21 2.16230182e-23 6.21419435e-23 4.59815774e-33  
3.22612556e-26 5.15186260e-33

Rotacja o 30 stopni z przesunięciem o wektor [-50, 50]



Zwrócony RPD:

-1.01205094e-05 2.57429230e-04 -4.35677774e-05 5.10709800e-04 -1.88768830e-03  
7.48383317e-04 -5.50388740e-04

Błąd bezwzględny:

3.63505679e-08 1.17621066e-10 4.23247783e-15 3.03174095e-13 1.02467814e-22  
2.41262039e-16 7.25516323e-23

Skalowanie o 33% i zmiana czcionki



Zwrócony RPD:

0.15457335 -0.18554586 -0.62332365 1.71323452 -1.8181917 1.82424593 -1.90117348

Błąd bezwzględny:

5.15359118e-04 9.34584139e-08 8.79693888e-11 5.47927649e-10 5.17462446e-20  
3.07676938e-13 1.28514942e-19

Przesunięcie o wektor  $[100, 100]$  i lekki blur



Zwrócony RPD:

-1.27825849e-03 -5.62870426e-06 -1.79581535e-05 1.23600800e-05 5.65107989e-05  
-2.19550094e-05 -2.07809563e-05

Błąd bezwzględny:

4.59412676e-06 2.57212934e-12 1.74455797e-15 7.33917732e-15  
3.07051073e-24 7.08053004e-18 2.74004795e-24

Rezultaty dla R w zasadzie identyczne do tych dla litery P z dokładnością do czcionki.  
Widzimy zatem, że te same przekształcenia dają te same różnice w momentach pomimo  
tego, że wykorzystany obraz jest inny.

Następną analizowaną literą jest W



Skalowanie + ucięcie fragmentu obrazka



Zwrócony RPD:

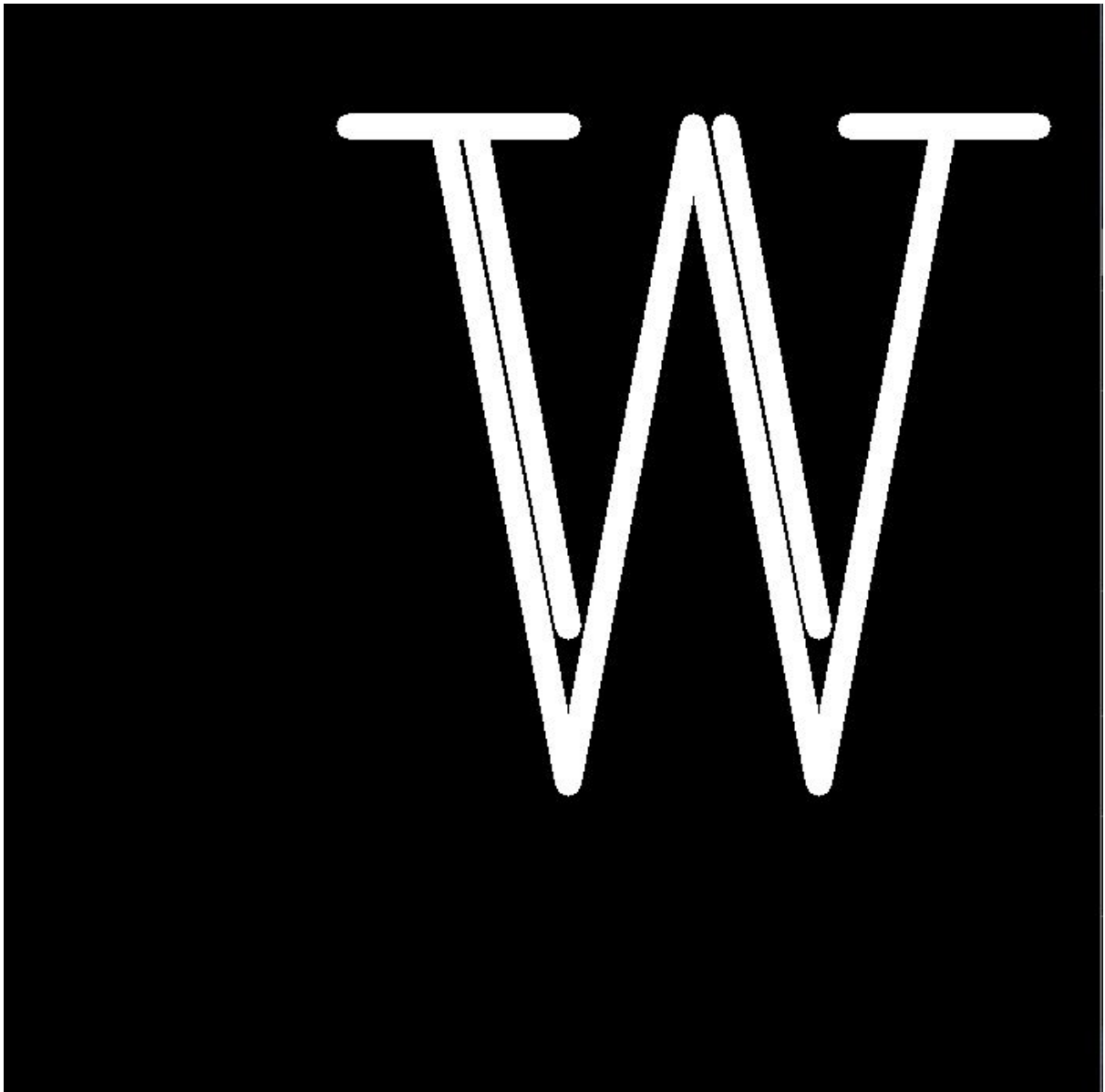
-0.39379895 -1.79865093 -0.69201578 -0.83886464 0.87995281 -1.6151893 2.

Błąd bezwzględny:

1.41549291e-03 6.18189237e-08 1.83817476e-09 2.58701162e-10 1.56896674e-19  
8.84123084e-14 4.83718352e-19

Sytuacja podobna do poprzednich - tutaj dodatkowo fragment uciętego obrazka jeszcze bardziej pogarsza uzyskany wynik.

Skalowanie o 33% + zmieniona czcionka



Zwrócony RPD:

0.23545127 -1.93908305 -0.18019681 1.36716788 -2. 0.85873541 -2.

Błąd bezwzględny:

6.08091420e-04 2.20283746e-07 3.44029736e-10 1.45393978e-10  
1.00607663e-19 6.32734992e-15 8.87291555e-21]

Różnica dla podstawowych wersji liter P i R:

RPD:

0.09644643 1.16867096 1.98017478 0.53339727 2. 0.43414361 2.

Bezwzględny błąd:

3.63963383e-04 1.28479089e-06 1.94059658e-08 4.31913802e-10 1.72847481e-18  
1.78829375e-13 4.40302786e-18

hu1:

3.95571777e-03 1.74175611e-06 1.95031107e-08 1.02569820e-09 1.67414140e-18  
5.01327635e-13 4.27117270e-18

hu2:

3.59175438e-03 4.56965223e-07 9.71448598e-11 5.93784399e-10  
-5.43334022e-20 3.22498260e-13 -1.31855165e-19

Można domyślać się pewnego podobieństwa między obrazami na podstawie niskich błędów np. pierwszego lub szóstego momentu Hu. Pozostałe różnią się rzędami wielkości, więc ciężko z nich wyciągnąć jakieś informacje.

Różnica dla podstawowych wersji liter P i W:

RPD:

0.3124647 1.99206942 1.67285298 1.40553638 2. 1.917697 2.

Bezwzględny błąd:

1.06900846e-03 1.73829597e-06 1.77659367e-08 8.46654375e-10 1.77399430e-18  
4.90795742e-13 4.27117270e-18

hu1:

3.95571777e-03 1.74175611e-06 1.95031107e-08 1.02569820e-09 1.67414140e-18  
5.01327635e-13 4.27117270e-18

hu2:

2.88670931e-03 3.46014419e-09 1.73717396e-09 1.79043825e-10  
-9.98528987e-20 1.05318932e-14 7.65741732e-34

Widzimy znacznie większe różnice niż w poprzednim przypadku. Widać, że podobieństwo między P i W jest znacznie mniejsze niż między P i R.