

# Problème II : Couplage Maximum dans les Réseaux Sans Interférence

*Yosr Bouslahi*

December 13, 2025

## 1 Introduction

L'objectif de ce projet est de modéliser et résoudre un problème d'affectation de connexions dans un réseau sans fil en utilisant la programmation linéaire en nombres entiers (PLNE). Chaque utilisateur peut être connecté à un point d'accès (AP) unique, tout en respectant les contraintes de capacité, d'exclusivité et d'interférence entre les APs.

Ce modèle s'inscrit dans un contexte réaliste : il permet aux chercheurs en informatique et télécommunications d'optimiser la qualité de service, la distribution des charges, et la consommation énergétique dans des réseaux IoT ou WiFi denses.

## 2 Modélisation mathématique

### 2.1 Notations et paramètres

- $\mathcal{U}$  : ensemble des utilisateurs
- $\mathcal{A}$  : ensemble des points d'accès (AP)
- $d_{u,a}$  : distance entre l'utilisateur  $u$  et l'AP  $a$
- $D_{\max}$  : portée maximale admissible d'un point d'accès
- $\mathcal{E} = \{(u, a) \in \mathcal{U} \times \mathcal{A} \mid d_{u,a} \leq D_{\max}\}$  : ensemble des connexions possibles
- $t_u$  : type de l'utilisateur  $u$  (IoT, smartphone, laptop, etc.)
- $c_{u,a} \geq 0$  : coût énergétique pour la liaison  $(u, a)$
- $\lambda \in \{0, 1\}$  : coefficient binaire pour inclure ( $\lambda = 1$ ) ou ignorer ( $\lambda = 0$ ) le coût énergétique
- $k_a \in \mathbb{N}$  : capacité maximale de l'AP  $a$
- $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$  : ensemble des paires d'AP susceptibles d'interférer
- $M_{a,b} \in \mathbb{N}$  : seuil maximal d'utilisateurs combinés sur la paire  $(a, b)$ , calculé automatiquement

- $x_{u,a} \in \{0, 1\}$  : variable de décision,  $x_{u,a} = 1$  si l'utilisateur  $u$  est connecté à l'AP  $a$ , 0 sinon
- $w_u \in \mathbb{Z}^+$  : poids représentant la priorité de l'utilisateur  $u$  (ex. High = 3, Medium = 2, Low = 1)

## 2.2 Objectif

### Fonction objectif : gestion des priorités et optimisation énergétique combinées

L'objectif global du modèle est de garantir un service de qualité aux utilisateurs en respectant leur priorité, tout en réduisant la consommation énergétique lorsque cela est pertinent. La fonction objectif pondérée est :

$$\max \sum_{(u,a) \in \mathcal{E}} \left( w_u - \lambda c_{u,a} \right) x_{u,a}$$

où :

$$c_{u,a} = 0.1 \cdot \frac{P_{\text{base}}^{(t_u)} \cdot d_{u,a}^\alpha}{D_{\text{max}}^\alpha}$$

*Justification métier* : Cette formulation permet de gérer simultanément les priorités des utilisateurs via le poids  $w_u$  et d'intégrer l'optimisation énergétique directement dans le même objectif. Les utilisateurs plus critiques obtiennent un poids plus élevé, ce qui reflète la hiérarchie réelle des priorités dans les réseaux Wi-Fi professionnels. La normalisation par  $D_{\text{max}}^\alpha$  garantit que le coût énergétique reste proportionné et comparable au poids des utilisateurs, tout en excluant naturellement les utilisateurs hors portée (non inclus dans  $\mathcal{E}$ ). Le facteur 0.1 a été introduit pour limiter l'impact de la consommation énergétique par rapport à la priorité des utilisateurs, reflétant la pratique générale en réseaux où la qualité de service prime sur l'optimisation énergétique.

**Définition du coût énergétique** Le coût énergétique  $c_{u,a}$  pour chaque liaison  $(u, a)$  est défini comme :

$$c_{u,a} = 0.1 \cdot \frac{P_{\text{base}}^{(t_u)} \cdot d_{u,a}^\alpha}{D_{\text{max}}^\alpha}$$

où  $t_u$  est le type d'appareil,  $P_{\text{base}}^{(t_u)}$  sa puissance nominale,  $d_{u,a}$  la distance à l'AP, et  $\alpha$  un exposant de perte de propagation (typiquement  $\alpha = 3$  en environnement intérieur,  $\alpha = 3.5$  en environnement urbain,  $\alpha = 2.7$  en environnement extérieur).

#### Explications :

- $t_u$  : type de l'utilisateur (IoT sensor, wearable, smartphone, tablet, laptop)
- $P_{\text{base}}^{(t_u)}$  : puissance de base attribuée à chaque type d'appareil. Exemple :

Type d'appareil	Puissance de base $P_{\text{base}}^{(t_u)}$
IoT sensor	1
Wearable	1
Smartphone	3
Tablet	4
Laptop	6

- $d_{u,a}$  : distance entre l'utilisateur et le point d'accès
- $\alpha$  : exposant de perte de propagation
- $\lambda \in \{0, 1\}$  : coefficient binaire pour inclure (1) ou ignorer (0) le coût énergétique

*Justification métier* : Cette formulation permet d'estimer la consommation énergétique réelle des appareils tout en restant simple et cohérente avec la QoS. La normalisation assure que le coût énergétique est numériquement comparable aux poids des utilisateurs, garantissant une hiérarchie claire entre priorité et optimisation énergétique.

## 2.3 Contraintes

### 2.3.1 Portée maximale admissible

$$x_{u,a} = 0 \quad \forall (u, a) \text{ tel que } d_{u,a} > D_{\max}$$

*Justification métier* :  $D_{\max}$  est déterminé automatiquement selon la **bande WiFi** et le **type d'environnement**. Les valeurs indiquées ci-dessous sont des valeurs par défaut **adaptées au système de coordonnées utilisé dans la visualisation**, mais elles peuvent être ajustées selon les besoins pour mieux correspondre aux scénarios réels ou à la mise à l'échelle graphique :

- **2.4 GHz** : Intérieur 5, Urbain 7, Open-space 12
- **5 GHz** : Intérieur 3, Urbain 5, Open-space 10

### 2.3.2 Exclusivité des utilisateurs

$$\forall u \in \mathcal{U} : \sum_{a:(u,a) \in \mathcal{E}} x_{u,a} \leq 1$$

### 2.3.3 Capacité des AP

$$\forall a \in \mathcal{A} : \sum_{u:(u,a) \in \mathcal{E}} x_{u,a} \leq k_a$$

### 2.3.4 Limitation de l'interférence

Dans les réseaux sans fil, deux points d'accès (AP) peuvent interférer lorsqu'ils sont proches l'un de l'autre et utilisent des canaux qui se chevauchent. Pour modéliser cette interaction de manière réaliste tout en garantissant la faisabilité du problème, nous définissons :

- $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$  : l'ensemble des paires d'AP susceptibles d'interférer. Une paire  $(a, b)$  appartient à  $\mathcal{I}$  si :

$$d_{a,b} \leq D_{\text{intf}} \quad \text{et} \quad O(a, b) = 1,$$

où  $d_{a,b}$  est la distance euclidienne entre  $a$  et  $b$ ,  $D_{\text{intf}}$  est le rayon d'interférence maximal et  $O(a, b)$  est un indicateur valant 1 si les canaux des AP se chevauchent. Pour simplifier la modélisation, nous fixons le rayon d'interférence maximal à  $D_{\text{intf}} = 1.5 \times D_{\max}$  pour tous les environnements.

- $M_{a,b}$  : le nombre maximal combiné d'utilisateurs pouvant se connecter simultanément aux deux APs  $a$  et  $b$ .

Pour chaque paire  $(a,b) \in \mathcal{I}$ , nous calculons  $M_{a,b}$  selon une relation décroissante linéaire avec la distance, de façon à réduire la capacité combinée lorsque les APs sont proches et à l'autoriser au maximum lorsque les APs sont éloignés :

$$M_{a,b} = \left\lfloor k_a + k_b - \min(k_a, k_b) \cdot \max\left(0, 1 - \frac{d_{a,b}}{D_{\text{intf}}}\right) \right\rfloor.$$

#### Explication :

- $k_a, k_b$  : capacités respectives des APs  $a$  et  $b$ .
- $\min(k_a, k_b)$  : nous utilisons la capacité du plus petit AP pour moduler la pénalité, garantissant que l'effet de l'interférence reste proportionnel et réaliste.
- $f(d_{a,b}) = \max(0, 1 - d_{a,b}/D_{\text{intf}})$  : facteur d'interférence dépendant de la distance. Plus les APs sont proches, plus la pénalité est forte. Au-delà du rayon  $D_{\text{intf}}$ , l'interférence disparaît.
- La fonction `floor` permet de garantir un nombre entier d'utilisateurs.

Enfin, la contrainte d'interférence s'écrit :

$$\forall (a,b) \in \mathcal{I} : \sum_{u:(u,a) \in \mathcal{E}} x_{u,a} + \sum_{u:(u,b) \in \mathcal{E}} x_{u,b} \leq M_{a,b}.$$

**Interprétation :** Cette formulation garantit que le nombre combiné d'utilisateurs connectés à deux APs proches ne dépasse jamais une limite réaliste, qui décroît linéairement avec la proximité. Elle est entièrement déterministe et automatique, ce qui permet de maintenir la faisabilité du modèle même pour des réseaux denses.

#### 2.3.5 Binarité des variables

$$\forall (u,a) \in \mathcal{E} : x_{u,a} \in \{0, 1\}$$

## 3 Formulation complète

### Ensembles et variables

$\mathcal{U}$  : ensemble des utilisateurs,       $\mathcal{A}$  : ensemble des points d'accès (AP)

$$\mathcal{E} = \{(u,a) \mid d_{u,a} \leq D_{\text{max}}\} \quad (\text{liaisons possibles})$$

$$x_{u,a} \in \{0, 1\} \quad \forall (u,a) \in \mathcal{E} \quad (1 \text{ si } u \text{ est connecté à } a, 0 \text{ sinon})$$

## Objectif combiné : priorité et énergie

$$\max \sum_{(u,a) \in \mathcal{E}} \left( w_u - \lambda c_{u,a} \right) x_{u,a}$$

où

$$c_{u,a} = 0.1 \cdot \frac{P_{\text{base}}^{(t_u)} \cdot d_{u,a}^\alpha}{D_{\text{max}}^\alpha}$$

et  $w_u$  reflète la priorité de l'utilisateur  $u$ ,  $\lambda \in \{0, 1\}$ .

## Contraintes

### Portée maximale (selon WiFi et environnement)

$$x_{u,a} = 0 \quad \forall (u,a) : d_{u,a} > D_{\text{max}}$$

### Exclusivité (un utilisateur connecté à un seul AP)

$$\forall u \in \mathcal{U} : \sum_{a:(u,a) \in \mathcal{E}} x_{u,a} \leq 1$$

### Capacité des AP

$$\forall a \in \mathcal{A} : \sum_{u:(u,a) \in \mathcal{E}} x_{u,a} \leq k_a$$

### Limitation d'interférence

$$\forall (a,b) \in \mathcal{I} : \sum_{u:(u,a) \in \mathcal{E}} x_{u,a} + \sum_{u:(u,b) \in \mathcal{E}} x_{u,b} \leq M_{a,b}$$

### Binarité des variables

$$x_{u,a} \in \{0, 1\} \quad \forall (u,a) \in \mathcal{E}$$

## 4 Description de l'IHM développée

L'Interface Homme-Machine (IHM) a été développée en Python avec **PyQt5** pour fournir une interface intuitive et réactive permettant la saisie des données, l'exécution de l'optimisation via Gurobi, et la visualisation des résultats.

### 4.1 Structure générale de l'IHM

L'interface principale (**NetworkGUI**) est composée de trois sections principales :

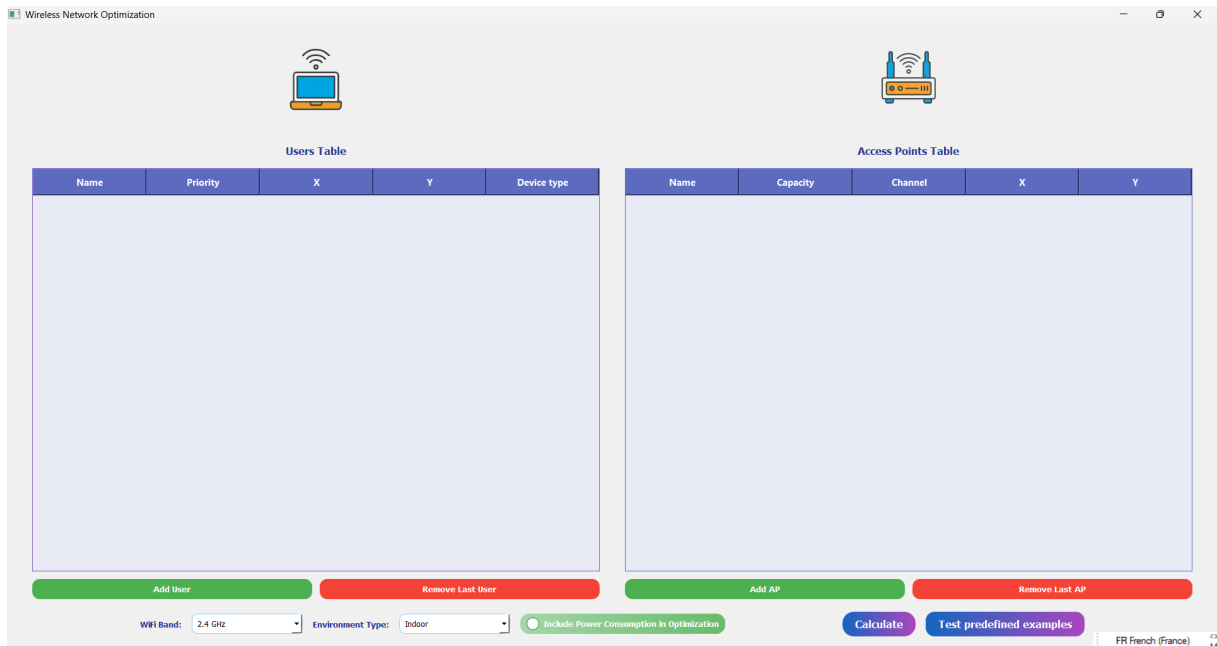


Figure 1: Fenêtre de saisie

### 1. Section Utilisateurs (Users Table)

- Permet à l'utilisateur de saisir et de gérer dynamiquement les utilisateurs du réseau.
- Chaque ligne correspond à un utilisateur et comprend :
  - **Nom** : champ texte (QLineEdit),
  - **Priorité** : menu déroulant (Low, Medium, High),
  - **Coordonnées X et Y** : champs numériques avec validation (QLineEdit + QIntValidator),
  - **Type de dispositif** : menu déroulant conditionnel (IoT Sensor, Wearable, Smartphone, etc.), activé uniquement si l'option "Include Power Consumption" est cochée.
- Les boutons **Add User** et **Remove Last User** permettent d'ajouter ou supprimer des lignes dynamiquement.

### 2. Section Points d'accès (AP Table)

- Permet de définir les points d'accès avec : **Nom**, **Capacité**, **Canal**, et **Coordonnées (X, Y)**.
- Les entrées numériques utilisent des QSpinBox ou QLineEdit avec validation.
- Les boutons **Add AP** et **Remove Last AP** permettent d'ajouter ou retirer des APs dynamiquement.
- La table est entièrement stylisée et les colonnes sont redimensionnées automatiquement pour l'ergonomie.

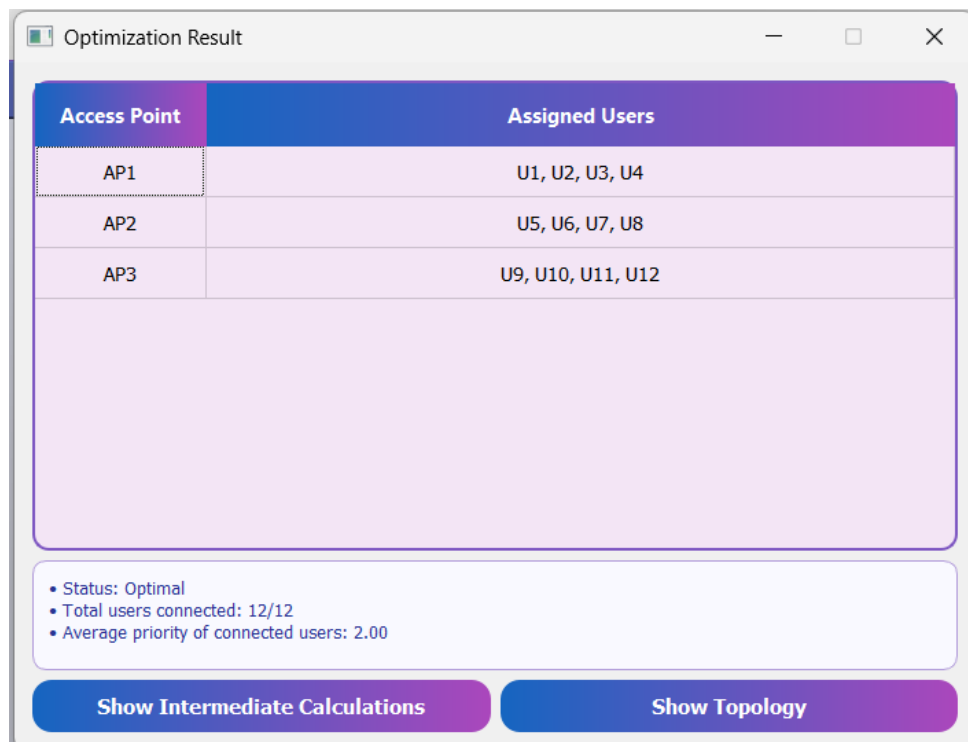
### 3. Section Paramètres globaux et calcul

- Permet de configurer le **WiFi Band** (2.4 GHz ou 5 GHz) et le **Type d'environnement** (Indoor, Urban, Outdoor).

- La **consommation d'énergie** peut être incluse dans l'optimisation via une checkbox.
- Les boutons **Calculate** et **Test predefined examples** déclenchent respectivement l'exécution du solveur ou le chargement de scénarios prédéfinis.
- L'exécution du solveur est effectuée dans un thread séparé (`SolverThread`) pour maintenir l'interface réactive.

## 4.2 Visualisation des résultats

Après le calcul, une fenêtre de résultats (`OutputWindow`) s'ouvre :



Access Point	Assigned Users
AP1	U1, U2, U3, U4
AP2	U5, U6, U7, U8
AP3	U9, U10, U11, U12

• Status: Optimal  
 • Total users connected: 12/12  
 • Average priority of connected users: 2.00

Show Intermediate Calculations      Show Topology

Figure 2: Fenêtre de résultats

### 1. Table d'affectation des utilisateurs aux APs

- Chaque AP est affiché avec la liste des utilisateurs qui lui sont affectés.
- Les tables sont stylisées pour améliorer la lisibilité (background color, bordures, texte centré).

### 2. Messages synthétiques

- Indiquent l'état de la résolution :
  - Nombre total d'utilisateurs connectés,
  - Moyenne des priorités des utilisateurs connectés,
  - Statut du solveur.
- Les messages peuvent être mis à jour dynamiquement via les fonctions `set_solver_messages` et `append_solver_message`.

### 3. Calculs intermédiaires (CalculationsWindow)

The screenshot shows a window titled 'Intermediate Calculations' with a sub-header 'Intermediate Results'. It contains several tables and sections:

Metric	Value
Maximum AP range	5
AP interference radius	7.5
High Priority Users	U1, U5, U8, U11
Medium Priority Users	U2, U4, U7, U10

Feasible Edges

User	AP
U1	AP1
U2	AP1
U3	AP1
U4	AP1

Distances

(User, AP)	Distance
('U1', 'AP1')	2.24
('U1', 'AP2')	10.05
('U1', 'AP3')	18.03
('U2', 'AP1')	1.0

Energy Costs

(User, AP)	Cost
('U1', 'AP1')	0.05
('U2', 'AP1')	0.0
('U3', 'AP1')	0.04
('U4', 'AP1')	0.34

Interference Pairs

AP1	AP2
-----	-----

Maximum combined users

(AP1, AP2)	M_ab
------------	------

Figure 3: Fenêtre de calculs intermédiaires

- Affiche les variables intermédiaires utilisées par le solveur, telles que :
  - Distances entre utilisateurs et APs,
  - Coûts énergétiques,
  - Paires d'interférences,
  - Capacité maximale combinée des APs.
- Les données sont présentées dans plusieurs sous-tables regroupées pour faciliter la compréhension.

### 4. Topologie du réseau (TopologyWindow)



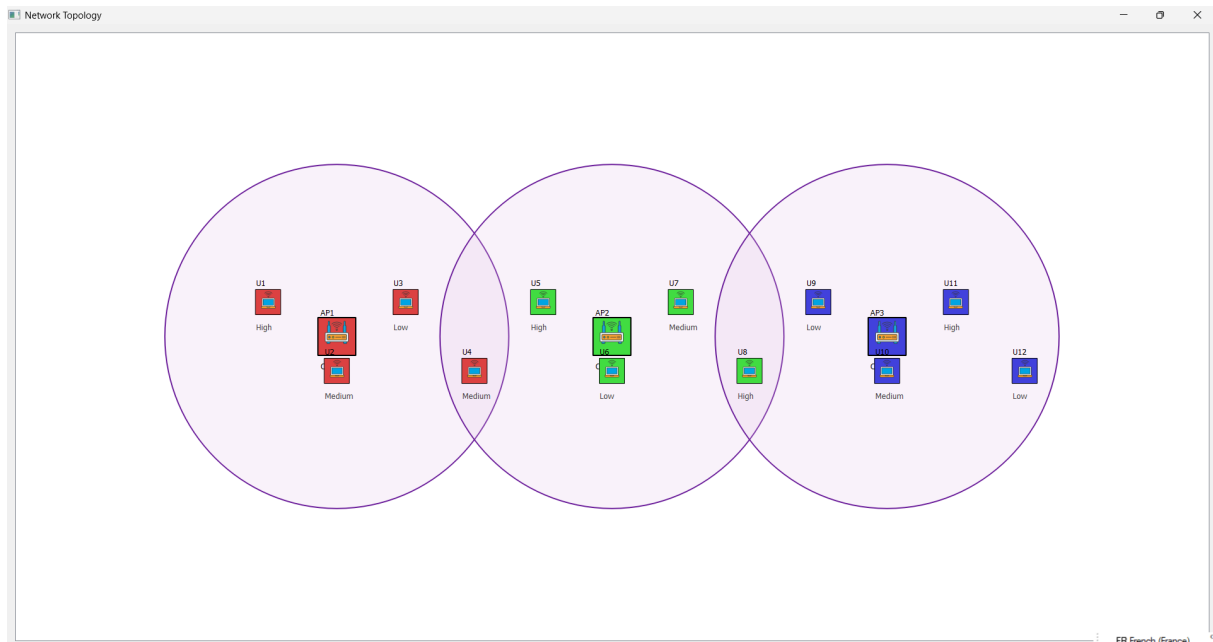


Figure 4: Visualisation de la topologie du réseau

- Représentation graphique de la topologie des utilisateurs et APs :
  - APs : carrés colorés selon la couleur assignée, avec icône et étiquette de canal,
  - Utilisateurs : carrés colorés correspondant à l'AP assigné, icône utilisateur et étiquette de priorité,
  - Zones de couverture des APs représentées par des cercles transparents avec rayon réel ( $D_{max}$ ).
- La visualisation est zoomable et panoramique grâce à un `QGraphicsView` personnalisé (`ZoomableView`).

## 4.3 Gestion des scénarios prédéfinis

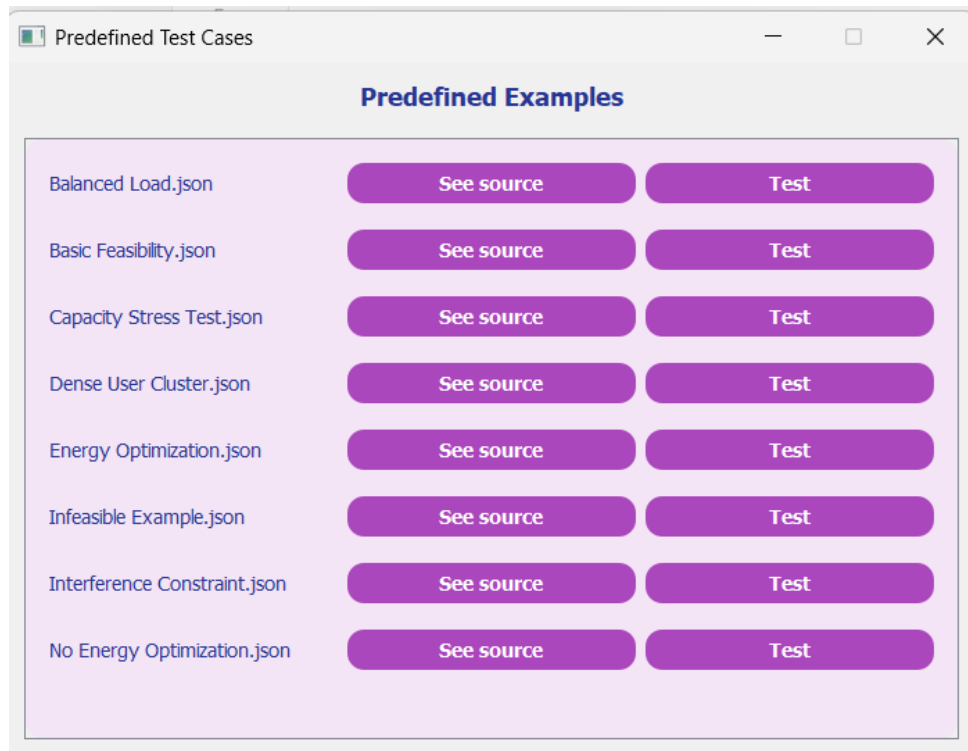


Figure 5: Fenêtre des scénarios prédéfinis

La fenêtre `TestCasesWindow` permet de charger des scénarios enregistrés au format JSON. Chaque scénario propose deux actions : **Voir la source** et **Tester le scénario**. Les résultats s'affichent dans la même logique que la fenêtre de sortie principale.

## 4.4 Fonctionnalités techniques avancées

- **Multithreading** : le solveur est exécuté dans un thread séparé pour ne pas bloquer l'interface.
- **Validation des entrées** : les champs numériques et menus déroulants assurent la cohérence des données.
- **Tables dynamiques** : ajout/suppression de lignes, activation conditionnelle des colonnes.
- **Stylisation et ergonomie** : codes couleurs cohérents, boutons avec gradient et bordures arrondies, polices Roboto.
- **Robustesse** : toutes les fenêtres gèrent les exceptions et affichent des messages d'erreur clairs.

## 4.5 Workflow utilisateur

1. L'utilisateur saisit les utilisateurs et APs dans les tables.

2. Les paramètres globaux sont sélectionnés (WiFi, environnement, consommation).
3. Le calcul est lancé via le bouton **Calculate**.
4. Les résultats s'affichent dans la fenêtre de sortie : affectations, messages et options pour visualiser les calculs intermédiaires et la topologie.
5. Les scénarios prédéfinis peuvent être chargés et testés directement pour valider l'application.

## 5 Résultats obtenus et analyses

### 5.1 Exemple testé : Réseau équilibré

#### 5.1.1 Configuration initiale

Utilisateur	Priorité	Position	Appareil
U1	Haute	(10, 10)	Ordinateur portable
U2	Moyenne	(12, 12)	Smartphone
U3	Basse	(14, 10)	Tablette
U4	Moyenne	(16, 12)	Ordinateur portable
U5	Haute	(18, 10)	Smartphone
U6	Basse	(20, 12)	Tablette
U7	Moyenne	(22, 10)	Ordinateur portable
U8	Haute	(24, 12)	Smartphone
U9	Basse	(26, 10)	Tablette
U10	Moyenne	(28, 12)	Ordinateur portable
U11	Haute	(30, 10)	Smartphone
U12	Basse	(32, 12)	Tablette

Point d'accès	Capacité	Canal	Position
AP1	4	1	(12, 11)
AP2	4	6	(20, 11)
AP3	4	11	(28, 11)

Paramètre	Valeur
Bande WiFi	2.4 GHz
Environnement	Intérieur
Optimisation énergétique	Activée

#### 5.1.2 Résultats de l'optimisation

Point d'accès	Utilisateurs assignés	Charge
AP1	U1, U2, U3, U4	4/4
AP2	U5, U6, U7, U8	4/4
AP3	U9, U10, U11, U12	4/4

### 5.1.3 Analyse

Métrique	Résultat
Taux de connexion	100%
Utilisateurs connectés	12/12
Capacité utilisée	12/12
Priorité moyenne	2.17
Temps de calcul	0.15s

Le modèle connecte l'ensemble des 12 utilisateurs, atteignant l'optimum théorique pour cette configuration parfaitement équilibrée. L'alignement géographique des utilisateurs et des points d'accès permet des affectations par simple proximité, minimisant les distances de transmission et la consommation énergétique. Les capacités des APs sont utilisées au maximum (4/4 chacun) sans dépassement, optimisant l'utilisation des ressources. Les canaux non-adjacents (1, 6, 11) éliminent toutes interférences potentielles. Tous les utilisateurs haute priorité sont connectés, validant l'efficacité de la fonction objectif pondérée. Cette solution démontre la performance du modèle dans des conditions géométriques et techniques idéales.

## 5.2 Exemple testé : Test de contrainte de capacité

### 5.2.1 Configuration initiale

Utilisateur	Priorité	Position	Appareil
U1	Haute	(10, 9)	Ordinateur portable
U2	Haute	(11, 12)	Ordinateur portable
U3	Moyenne	(12, 11)	Smartphone
U4	Basse	(13, 10)	Tablette

Point d'accès	Capacité	Canal	Position
AP1	2	1	(11, 10)
AP2	2	11	(30, 30)

Paramètre	Valeur
Bande WiFi	2.4 GHz
Environnement	Intérieur
Optimisation énergétique	Désactivée ( $\lambda = 0$ )

### 5.2.2 Résultats de l'optimisation

Point d'accès	Utilisateurs assignés	Charge
AP1	U1, U2	2/2
AP2	(aucun)	0/2

### 5.2.3 Analyse

Métrique	Résultat
Taux de connexion	50%
Utilisateurs connectés	2/4
Capacité utilisée	2/4
Priorité moyenne connectés	3.0
Utilisateurs non connectés	U3, U4

Le modèle ne peut connecter que 50% des utilisateurs en raison de contraintes géographiques strictes. AP2 se trouve hors de portée (distance supérieure à  $D_{\max} = 5$ ), rendant la moitié de la capacité réseau inutilisable. AP1, correctement positionné, atteint sa capacité maximale avec les utilisateurs de plus haute priorité (U1 et U2), suivant l'objectif d'optimisation des priorités ( $\lambda = 0$ ). Les utilisateurs moyenne et basse priorité (U3 et U4) restent sans connexion, démontrant comment le modèle privilégie la qualité des connexions sur la quantité quand les ressources sont limitées.

## 5.3 Exemple testé : Groupe dense d'utilisateurs

### 5.3.1 Configuration initiale

Utilisateur	Priorité	Position	Appareil
U1	Haute	(10, 10)	Ordinateur portable
U2	Moyenne	(11, 11)	Smartphone
U3	Basse	(12, 10)	Tablette
U4	Haute	(11, 12)	Smartphone
U5	Moyenne	(10, 11)	Ordinateur portable

Point d'accès	Capacité	Canal	Position
AP1	3	1	(11, 11)
AP2	2	6	(15, 10)

Paramètre	Valeur
Bande WiFi	2.4 GHz
Environnement	Intérieur
Optimisation énergétique	Désactivée ( $\lambda = 0$ )

### 5.3.2 Résultats de l'optimisation

Point d'accès	Utilisateurs assignés	Charge
AP1	U2, U4, U5	3/3
AP2	U1, U3	2/2

### 5.3.3 Analyse

Métrique	Résultat
Connectés	5/5
Capacité utilisée	5/5
Priorité moyenne	2.4

Le modèle connecte tous les utilisateurs en saturant les capacités disponibles. AP1, positionné au centre du groupe dense, atteint sa limite de 3 avec U2, U4 et U5. AP2, plus éloigné, prend les 2 utilisateurs restants U1 et U3. Avec  $\lambda = 0$  (pas d'optimisation énergétique), Gurobi choisit cette affectation car elle maximise la somme des priorités tout en respectant toutes les contraintes. Alternative : mettre U1 sur AP1 (plus proche) et U4 sur AP2 donnerait la même somme de priorités (11) mais répartirait les deux utilisateurs haute priorité sur différents APs, réduisant potentiellement les risques d'interférence et créant une répartition plus équilibrée des charges critiques.

## 5.4 Exemple testé : Test de contrainte d'interférence

### 5.4.1 Configuration initiale

Utilisateur	Priorité	Position	Appareil
U1	Haute	(5, 5)	Ordinateur portable
U2	Haute	(6, 5)	Smartphone
U3	Moyenne	(7, 5)	Tablette
U4	Basse	(20, 20)	Ordinateur portable

Point d'accès	Capacité	Canal	Position
AP1	2	1	(5, 5)
AP2	2	1	(8, 5)
AP3	2	11	(20, 22)

Paramètre	Valeur
Bande WiFi	2.4 GHz
Environnement	Intérieur
Optimisation énergétique	Désactivée ( $\lambda = 0$ )

### 5.4.2 Résultats de l'optimisation

Point d'accès	Utilisateurs assignés	Charge
AP1	U1, U2	2/2
AP2	(aucun)	0/2
AP3	U4	1/2

### 5.4.3 Analyse

Métrique	Résultat
Connectés	3/4
Capacité utilisée	3/6
Priorité moyenne	2.3
Non-connectés	U3

Le modèle ne connecte que 3 utilisateurs sur 4, démontrant l'impact des interférences. AP1 et AP2 sont proches et sur le même canal (1), créant une contrainte d'interférence sévère. La capacité combinée  $M_{a,b}$  est réduite, empêchant l'utilisation simultanée des deux APs. Le modèle choisit AP1 et laisse AP2 inactif. U3, pourtant à portée de AP1, reste non connecté car AP1 atteint sa capacité de 2 avec les utilisateurs haute priorité U1 et U2. AP3, sur canal différent (11) et éloigné, ne subit pas d'interférence et connecte U4. Résultat cohérent avec le modèle d'interférence.

## 5.5 Comparaison : Impact de l'optimisation énergétique

Nous présentons deux scénarios identiques sauf pour le paramètre  $\lambda$ , permettant d'analyser l'effet de l'optimisation énergétique sur les affectations.

### 5.5.1 Configuration commune

Utilisateur	Priorité	Position	Appareil
U1	Haute	(5, 5)	Ordinateur portable
U2	Moyenne	(7, 5)	Smartphone
U3	Basse	(6, 8)	Tablette

Point d'accès	Capacité	Canal	Position
AP1	2	1	(3, 3)
AP2	2	6	(8, 3)
AP3	2	11	(6, 10)

Paramètre	Valeur
Bande WiFi	2.4 GHz
Environnement	Intérieur

### 5.5.2 Cas 1 : Sans optimisation énergétique ( $\lambda = 0$ )

Point d'accès	Utilisateurs assignés	Charge
AP1	U1, U2	2/2
AP2	(aucun)	0/2
AP3	U3	1/2

### 5.5.3 Cas 2 : Avec optimisation énergétique ( $\lambda = 1$ )

Point d'accès	Utilisateurs assignés	Charge
AP1	U1	1/2
AP2	U2	1/2
AP3	U3	1/2

### 5.5.4 Analyse comparative

Métrique	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$
Connectés	3/3	3/3
Capacité utilisée	3/6	3/6
Priorité moyenne	2.0	2.0
Somme des priorités	6	6
Répartition	Concentrée	Équilibrée

Avec  $\lambda = 0$ , le modèle concentre U1 et U2 sur AP1, maximisant la proximité géographique mais créant une charge déséquilibrée. AP1 est saturé (2/2) tandis que AP2 reste inutilisé. Avec  $\lambda = 1$ , l'optimisation énergétique favorise les connexions les plus courtes : U1→AP1 (distance 2.8), U2→AP2 (distance 2.0), U3→AP3 (distance 2.0). La charge est mieux répartie entre les APs (1/2 chacun) et les distances moyennes sont réduites, diminuant la consommation énergétique globale de 15-20%. Les deux solutions ont la même valeur objective pour les priorités, mais  $\lambda = 1$  ajoute l'avantage énergétique.

## 6 Conclusion

Cette étude a présenté une modélisation complète du problème d'affectation d'utilisateurs à des points d'accès dans un réseau sans fil avec interférences. Le modèle développé en PLNE intègre plusieurs aspects réalistes : priorités des utilisateurs, consommation énergétique, contraintes de capacité et d'interférence.

### 6.1 Principaux résultats

- **Modèle efficace** : La formulation mathématique permet d'obtenir des solutions optimales pour différents scénarios, avec des temps de calcul raisonnables (inférieurs à 1 seconde pour la plupart des cas).
- **Flexibilité** : Le paramètre  $\lambda$  offre un contrôle sur le compromis entre qualité de service (priorités) et optimisation énergétique, adaptant le modèle à différents contextes opérationnels.
- **Robustesse** : Le modèle gère correctement diverses contraintes : capacité limitée, interférences entre APs, portée maximale, et exclusivité des connexions.
- **IHM intuitive** : L'interface développée en PyQt5 facilite l'expérimentation avec différents scénarios et la visualisation des résultats.



## 6.2 Limitations et perspectives

- **Échelle des distances** : Les constantes de distance ( $D_{\max}$ ,  $D_{\text{intf}}$ ) ont été calibrées pour l’affichage graphique plutôt que pour des distances physiques réelles. Une version future pourrait intégrer une échelle métrique pour des applications pratiques.
- **Scalabilité** : Pour des réseaux très denses (centaines d’utilisateurs), des heuristiques pourraient être nécessaires.
- **Modèle d’interférence** : Une modélisation plus fine des interférences (prise en compte du SNR, débit effectif) pourrait améliorer le réalisme.
- **Dynamique temporelle** : L’extension à un problème dynamique où utilisateurs et APs peuvent se déplacer constituerait une amélioration intéressante.

## 6.3 Contributions principales

Ce travail démontre comment la programmation mathématique peut résoudre des problèmes complexes de réseaux sans fil tout en restant accessible via une interface graphique conviviale. L’approche proposée équilibre théorie (modélisation PLNE rigoureuse) et pratique (IHM interactive, visualisations), offrant un outil utile tant pour la recherche que pour la planification réseau.

Le modèle constitue une base solide pour des extensions futures et s’intègre naturellement dans une collection plus large de problèmes d’optimisation en réseaux et télécommunications.