



BİÇİMSEL DİLLER VE OTOMATA TEORİSİ

(İçerikten Bağımsız Diller) Context-Free Languages

11. Hafta

DR. ÖĞR. ÜYESİ. HÜSEYİN VURAL



Ders izlencesi

- Context Free Grammers
- Push-down automata



Düzenli Diller

- DFA-NFA, düzenli ifadeler
- Bazı diller, Ör: $\{0^n 1^n\}$ düzenli dil sınıfına girmemektedir
- $\{0^n 1^n\}$ dilini, bir üst sınıf dil olan içerikten bağımsız dil grameri kullanarak tanımlayabiliriz.



İçerikten Bağımsız Diller

- $A \rightarrow 0A1$
- $A \rightarrow B$
- $B \rightarrow \epsilon$



İçerikten Bağımsız Diller

- $A \rightarrow 0A1$
- $A \rightarrow B$
- $B \rightarrow \epsilon$
- **0011** örneği için:
- $A \rightarrow 0A1$
- $0A1 \rightarrow 00A11$
- $00A11 \rightarrow 00B11$
- $00B11 \rightarrow 0011$



İçerikten Bağımsız Diller

- $A \rightarrow 0A1$
- $A \rightarrow B$
- $B \rightarrow \epsilon$
- Sol taraftaki değişkenler **variable** olarak tanımlanmaktadır.
- Sağ taraftaki variable'dan farklı ifadeler **terminal** olarak tanımlanmaktadır. Bu örnekte: 0,1 ve ϵ terminallerdir.
- Sol üstteki variable istisnai durum olmadıkça başlangıç variable'ı olarak tanımlanır.



İçerikten Bağımsız Diller

- İçerikten bağımsız grameri kullanılarak string elde etme işlemine **derivation** denilmektedir.
- Örneğin 000111 string'ini derivation ile önceki gramerden elde edebilir miyiz?



DFA Tanımı

- $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- 1.) Q , sonlu durumlar kümesidir. Otomatın bulunabileceği durumları gösterir.
- 2.) Σ , alfabeyi gösterir.
- 3.) $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$. δ (delta) geçiş fonksiyonudur
- 4.) q_0 başlangıç durumunu gösterir
- 5.) F , kabul durumlarının kümesini gösterir.



NFA Tanımı

- $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- 1.) Q , sonlu durumlar kümesidir. Otomatın bulunabileceği durumları gösterir.
- 2.) Σ , alfabeyi gösterir.
- **3.) $\delta : Q \times \Sigma_{\epsilon} \rightarrow \mathbf{P(Q)}$. δ (delta) **geçiş fonksiyonudur****
- 4.) q_0 başlangıç durumunu gösterir
- 5.) F , kabul durumlarının kümesini gösterir.



İçerikten Bağımsız Gramer Tanımı

- $G = (V, \Sigma, R, S)$
- 1.) S , başlangıç variable'ını göstermektedir.
- 2.) V , **variable'lar** kümesidir.
- 3.) Σ , **terminal'ler** kümesidir.
- 4.) R , **kurallar** kümesidir; bir variable'dan diğer variable veya terminale geçişi tanımlamaktadır.



İçerikten Bağımsız Gramer Tanımı

- $G_1 = (\{S\}, \{a,b, \epsilon\}, R, S)$
- R , **kurallar** kümesidir: $S \rightarrow aSb \mid SS \mid \epsilon$



İçerikten Bağımsız Gramer

- $G_1 = (\{S\}, \{a,b\}, R, S)$
- R , **kurallar** kümesidir: $S \rightarrow aSb \mid SS \mid \epsilon$
- Yukarıdaki gramer **abab**, **aaabbb**, **aababb** stringlerini üretebilir mi?



İçerikten Bağımsız Gramer

- $G_1 = (\{S\}, \{a,b\}, R, S)$
- R , **kurallar** kümesidir: $S \rightarrow aSb \mid SS \mid \epsilon$
- **abab** için:
- $S \rightarrow SS$



İçerikten Bağımsız Gramer

- $G_1 = (\{S\}, \{a,b\}, R, S)$
- R , **kurallar** kümesidir: $S \rightarrow aSb \mid SS \mid \epsilon$
- abab için:
- $S \rightarrow SS$
- $SS \rightarrow aSbaSb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- $G_1 = (\{S\}, \{a,b\}, R, S)$
- R , **kurallar** kümesidir: $S \rightarrow aSb \mid SS \mid \epsilon$
- abab için:
- $S \rightarrow SS$
- $SS \rightarrow aSbaSb$
- $aSbaSb \rightarrow abab$



İçerikten Bağımsız Gramer

- **aaabbb** için:
- $S \rightarrow aSb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- **aaabbb** için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aaSbb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- **aaabbb** için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aaSbb$
- $aaSbb \rightarrow aaaSbbb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- **aaabbb** için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aaSbb$
- $aaSbb \rightarrow aaaSbbb$
- $aaaSbbb \rightarrow aaabbb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- **aababb** için:



İçerikten Bağımsız Gramer

- aababb için:
- $S \rightarrow aSb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- $aababb$ için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aSSb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- aababb için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aSSb$
- $aSSb \rightarrow aSSSb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- aababb için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aSSb$
- $aSSb \rightarrow aSSSb$
- $aSSSb \rightarrow aaSbSSb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- aababb için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aSSb$
- $aSSb \rightarrow aSSSb$
- $aSSSb \rightarrow aaSbSSb$
- $aaSbSSb \rightarrow aabSSb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- aababb için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aSSb$
- $aSSb \rightarrow aSSSb$
- $aSSSb \rightarrow aaSbSSb$
- $aaSbSSb \rightarrow aabSSb$
- $aabSSb \rightarrow aabaSbSb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- aababb için:
- $S \rightarrow aSb$
- $aSb \rightarrow aSSb$
- $aSSb \rightarrow aSSSb$
- $aSSSb \rightarrow aaSbSSb$
- $aaSbSSb \rightarrow aabSSb$
- $aabSSb \rightarrow aabaSbSb$
- $aabaSbSb \rightarrow aababb$



İçerikten Bağımsız Gramer

- $G_1 = (V, \Sigma, R, \langle ifade \rangle)$
- R , **kurallar** kümesidir: $\langle ifade \rangle \rightarrow \langle ifade \rangle + \langle terim \rangle \mid \langle terim \rangle$
- $\langle terim \rangle \rightarrow \langle terim \rangle x \langle faktör \rangle \mid \langle faktör \rangle$
- $\langle faktör \rangle \rightarrow (\langle ifade \rangle) \mid a$
- Yukarıdaki gramer $a+axa$ ve $(a+a)xa$ stringlerini üretebilir mi?

İçerikten Bağımsız Gramer

- R , **kurallar** kümesidir: $\langle \text{ifade} \rangle \rightarrow \langle \text{ifade} \rangle + \langle \text{terim} \rangle \mid \langle \text{terim} \rangle$
- $\langle \text{terim} \rangle \rightarrow \langle \text{terim} \rangle \times \langle \text{faktör} \rangle \mid \langle \text{faktör} \rangle$
- $\langle \text{faktör} \rangle \rightarrow (\langle \text{ifade} \rangle) \mid a$
- **$a+axa$** için:
- $\langle \text{ifade} \rangle \rightarrow \langle \text{ifade} \rangle + \langle \text{terim} \rangle$
- $\langle \text{ifade} \rangle + \langle \text{terim} \rangle \rightarrow \langle \text{terim} \rangle + \langle \text{terim} \rangle \times \langle \text{faktör} \rangle$
- $\langle \text{terim} \rangle + \langle \text{terim} \rangle \times \langle \text{faktör} \rangle \rightarrow \langle \text{faktör} \rangle + \langle \text{faktör} \rangle \times a$
- $\langle \text{faktör} \rangle + \langle \text{faktör} \rangle \times a \rightarrow a+axa$

İçerikten Bağımsız Gramer

- R , **kurallar** kümesidir: $\langle \text{ifade} \rangle \rightarrow \langle \text{ifade} \rangle + \langle \text{terim} \rangle \mid \langle \text{terim} \rangle$
 - $\langle \text{terim} \rangle \rightarrow \langle \text{terim} \rangle \times \langle \text{faktör} \rangle \mid \langle \text{faktör} \rangle$
 - $\langle \text{faktör} \rangle \rightarrow (\langle \text{ifade} \rangle) \mid a$
-
- **$(a+a)xa$** için:
 - $\langle \text{ifade} \rangle \rightarrow \langle \text{terim} \rangle$
 - $\langle \text{terim} \rangle \rightarrow \langle \text{terim} \rangle \times \langle \text{faktör} \rangle$
 - $\langle \text{terim} \rangle \times \langle \text{faktör} \rangle \rightarrow \langle \text{faktör} \rangle \times a$
 - $\langle \text{faktör} \rangle \times a \rightarrow (\langle \text{ifade} \rangle) \times a$

İçerikten Bağımsız Gramer

- R , **kurallar** kümesidir: $\langle \text{ifade} \rangle \rightarrow \langle \text{ifade} \rangle + \langle \text{terim} \rangle \mid \langle \text{terim} \rangle$
- $\langle \text{terim} \rangle \rightarrow \langle \text{terim} \rangle \times \langle \text{faktör} \rangle \mid \langle \text{faktör} \rangle$
- $\langle \text{faktör} \rangle \rightarrow (\langle \text{ifade} \rangle) \mid a$
- **$(a+a)xa$** için:
- $(\langle \text{ifade} \rangle) \times a \rightarrow (\langle \text{ifade} \rangle + \langle \text{terim} \rangle) \times a$
- $(\langle \text{ifade} \rangle + \langle \text{terim} \rangle) \times a \rightarrow (\langle \text{terim} \rangle + \langle \text{faktör} \rangle) \times a$
- $(\langle \text{terim} \rangle + \langle \text{faktör} \rangle) \times a \rightarrow (\langle \text{faktör} \rangle + a) \times a$
- $(\langle \text{faktör} \rangle + a) \times a \rightarrow (a+a) \times a$



İçerikten Bağımsız Gramer

- Aşağıdaki dilleri oluşturan içerikten bağımsız gramer'i oluşturunuz.
- $G = (V, \Sigma, R, S)$
- $\Sigma: \{0, 1\}$
- A) En az üç tane 1 içeren stringler



İçerikten Bağımsız Gramer

- Aşağıdaki dilleri oluşturan içerikten bağımsız gramer'i oluşturunuz.
- $G = (V, \Sigma, R, S)$
- $\Sigma: \{0, 1\}$
- A) En az üç tane 1 içeren stringler
- $S \rightarrow T1T1T1$
- $T \rightarrow 0T \mid 1T \mid \epsilon$



İçerikten Bağımsız Gramer

- Aşağıdaki dilleri oluşturan içerikten bağımsız gramer'i oluşturunuz.
- $G = (V, \Sigma, R, S)$
- $\Sigma: \{0, 1\}$
- A) Uzunluğu tek sayı ve ortasında 0 içeren stringler



İçerikten Bağımsız Gramer

- Aşağıdaki dilleri oluşturan içerikten bağımsız gramer'i oluşturunuz.
- $G = (V, \Sigma, R, S)$
- $\Sigma: \{0, 1\}$
- A) Uzunluğu tek sayı ve ortasında 0 içeren stringler
- $S \rightarrow 0 \mid 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1$



İçerikten Bağımsız Gramer

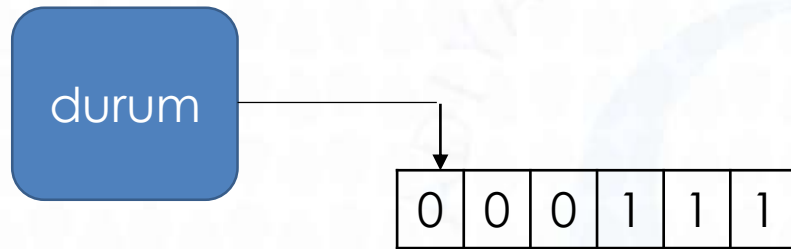
- Aşağıdaki dilleri oluşturan içerikten bağımsız gramer'i oluşturunuz.
- $G = (V, \Sigma, R, S)$
- $\Sigma: \{a, b\}$
- A) a'nın b'den daha fazla sayıda olduğu stringler



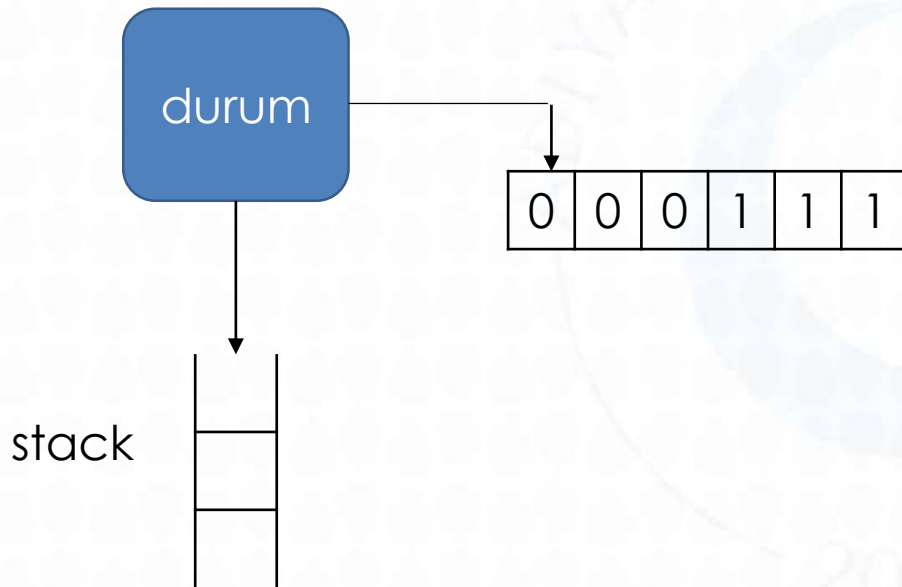
İçerikten Bağımsız Gramer

- Aşağıdaki dilleri oluşturan içerikten bağımsız gramer'i oluşturunuz.
- $G = (V, \Sigma, R, S)$
- $\Sigma: \{a, b\}$
- A) a'nın b'den daha fazla sayıda olduğu stringler
- $S \rightarrow TaT$
- $T \rightarrow TT \mid aTb \mid bTa \mid a \mid \epsilon$

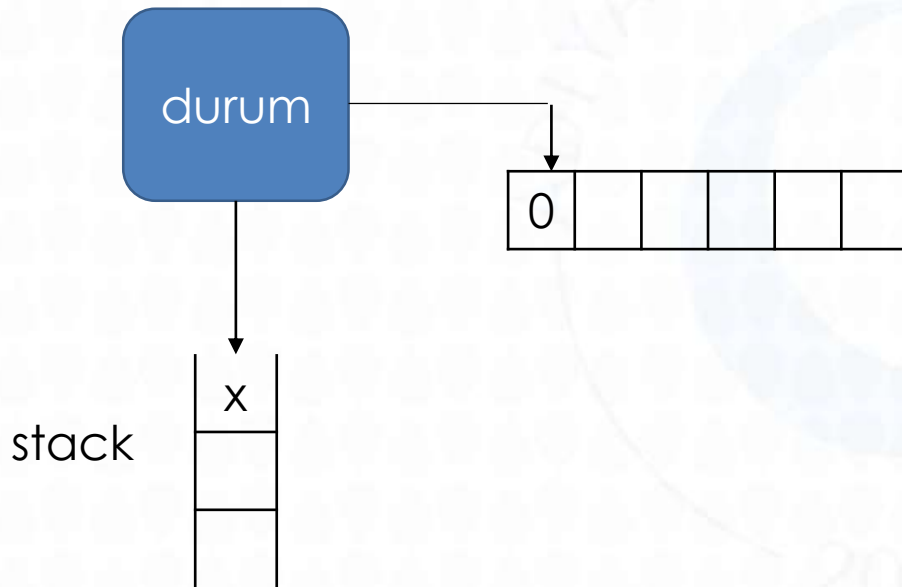
Pushdown Automata



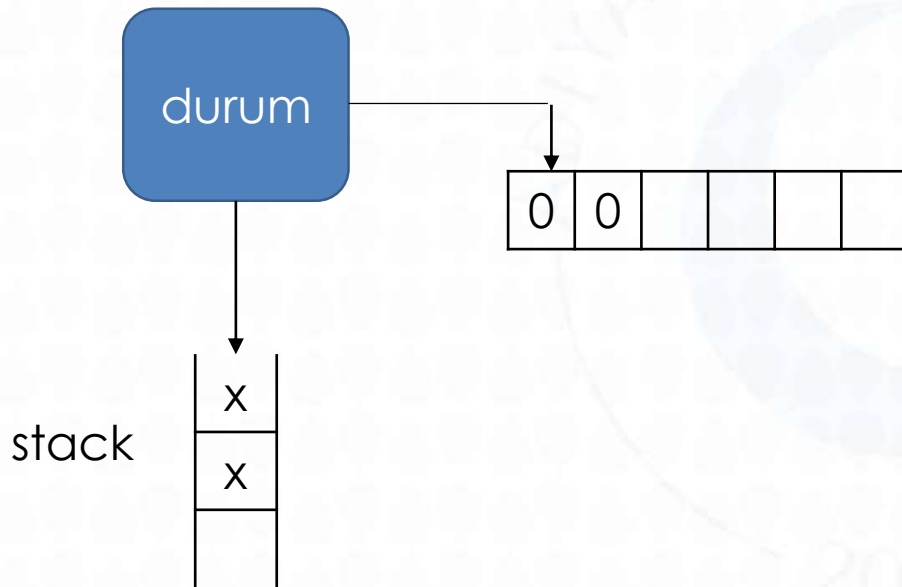
Pushdown Automata



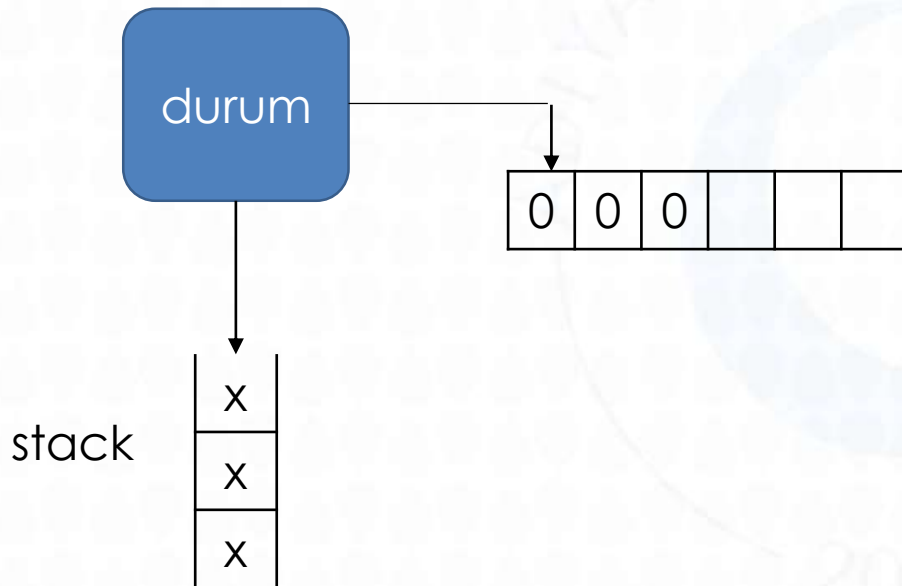
Pushdown Automata



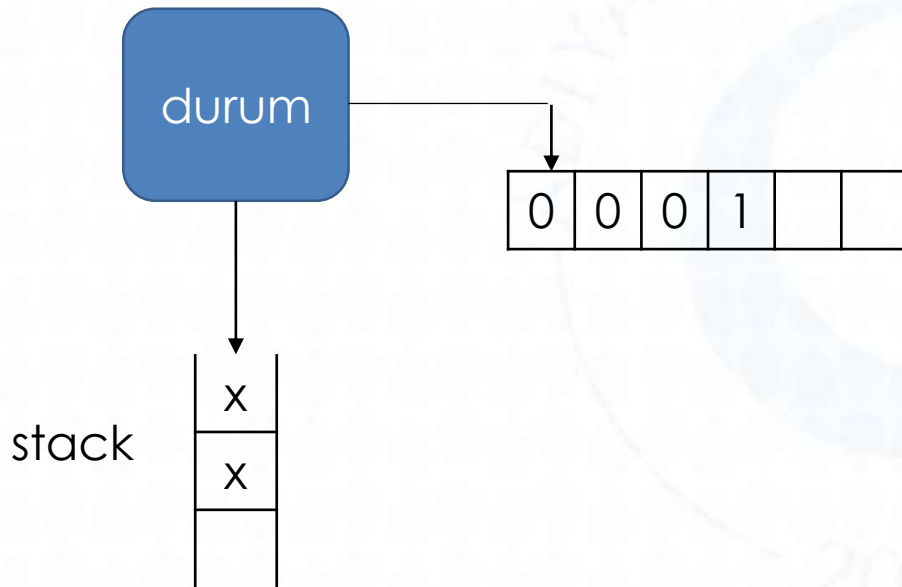
Pushdown Automata



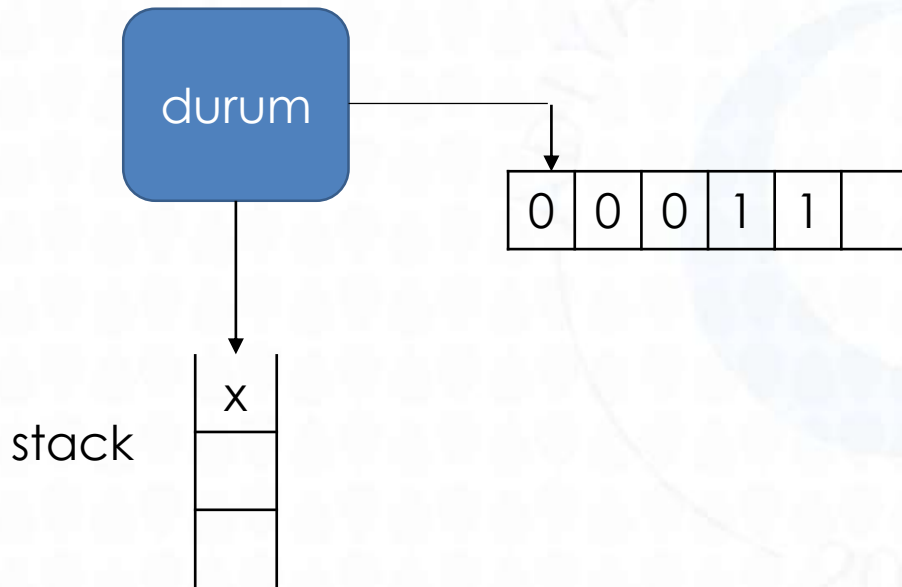
Pushdown Automata



Pushdown Automata



Pushdown Automata



Pushdown Automata

