

Sihirli karelerin oluřturulması

Yusuf Seha Uysal

Bölümler

1. Tanım
2. Tek boyutlular için Siyam metodu
3. $4k$ boyutlular için X metodu
4. $4k+2$ boyutlular için Conway'in LUX metodu

Tanım

Bir **sihirli kare** $n \times n$ boyutlarında bir sayı dizisidir. 1'den n^2 ye kadar olan tam sayılardan oluşur. Tüm satır, sütun ve köşegenlerinin toplamı sabit bir sayıya eşittir. Bu sabite **sihirli toplam** denir. Sihirli karenin uzunluğunu belirleyen n sayısına ise sihirli karenin **boyutu** denir.

Tanım

Bir **sihirli kare** $n \times n$ boyutlarında bir sayı dizisidir. 1'den n^2 ye kadar olan tam sayılardan oluşur. Tüm satır, sütun ve köşegenlerinin toplamı sabit bir sayıya eşittir. Bu sabite **sihirli toplam** denir. Sihirli karenin uzunluğunu belirleyen n sayısına ise sihirli karenin **boyutu** denir.

2	7	6	→15	
9	5	1	→15	
4	3	8	→15	
↙15	↓15	↓15	↓15	↘15

Boyut: $n=3$

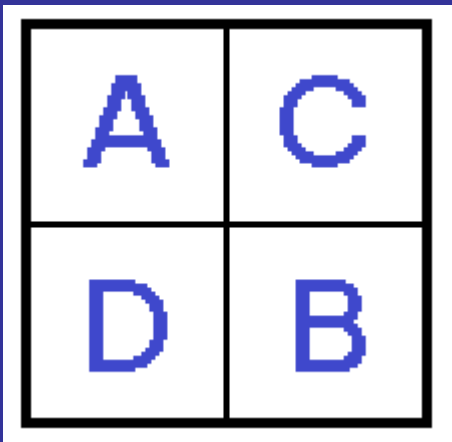
Sihirli toplam: 15

Sihirli Toplam

$$M = \frac{n(n^2 + 1)}{2}$$

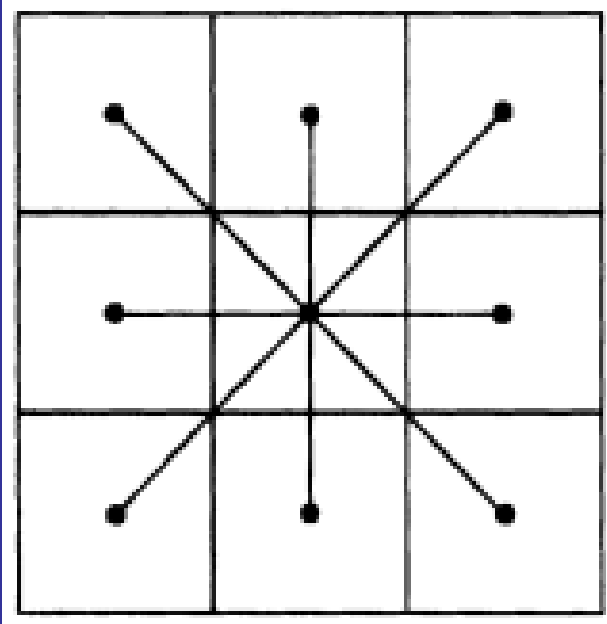
2	7	6	→15	
9	5	1	→15	
4	3	8	→15	
↙15	↓15	↓15	↓15	↘15

1x1 ve 2x2 sihirli kareler



3x3 ün tekliği

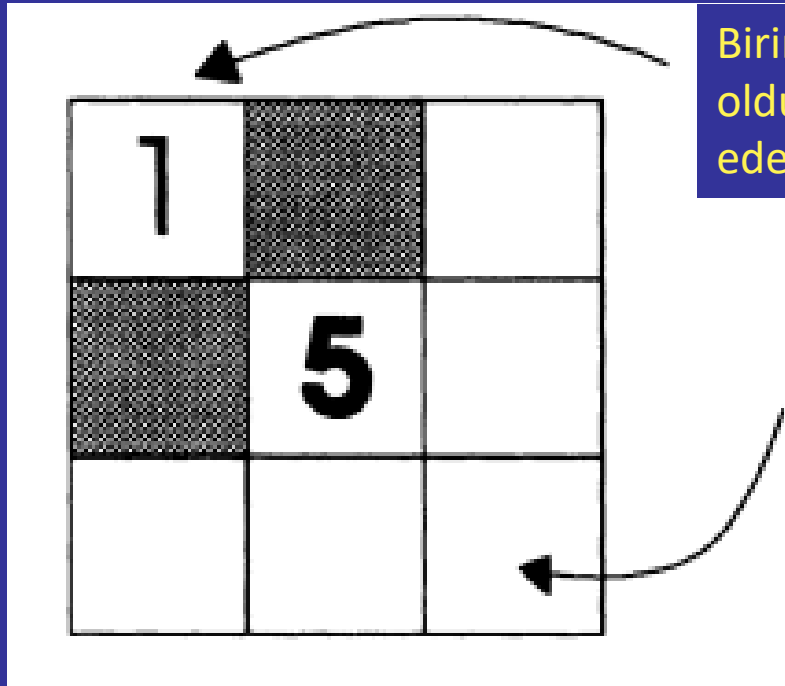
3x3 ün tekliği



$$M = \frac{n(n^2 + 1)}{2}$$

Ortadaki sayı 5
olmalı

3x3 ün tekliği



Birin köşede
olduđunu farz
edelim

Köşeye 9 gelmesi
gerekir

9'un olduđu hiçbir satır sütun
ya da köşegene 5'ten büyük
bir sayı gelemeyeceđinden 6,
7, ve 8'in tümü taralı siyah
alanda bulunmalıdır. **Çelişki**
Öyleyse 1 köşede deđil.

3x3 ün tekliği

	1	
	5	
.	9	.

4 ve 2, 9 ile aynı
satırda olmalı

Sihirli karelerin sınıflandırılması

Sihirli karelerin sınıflandırılması

Tek boyutlu sihirli kareler ($2k+1$)

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Sihirli karelerin sınıflandırılması

Tek boyutlu sihirli kareler ($2k+1$)

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

4k boyutlu sihirli kareler

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

4k+2 boyutlu sihirli kareler

35	1	6	26	19	24
3	32	7	21	23	25
31	9	2	22	27	20
8	28	33	17	10	15
30	5	34	12	14	16
4	36	29	13	18	11

Sihirli karelerin sınıflandırılması

Tek boyutlu sihirli kareler $(2k+1)$

$4k$ boyutlu sihirli kareler

$4k+2$ boyutlu sihirli kareler

Sihirli karelerin sınıflandırılması

Tek boyutlu sihirli kareler ($2k+1$)

Siyam metodu

4k boyutlu sihirli kareler

X metodu

4k+2 boyutlu sihirli kareler

LUX metodu

Siyam metodu ($2k+1$ için)

Siyam metodu ($2k+1$ için)

Algoritma:

1. Karenin ilk satırının ortasına 1 yazılarak başlanır

Siyam metodu ($2k+1$ için)

Algoritma:

1. Karenin ilk satırının ortasına 1 yazılarak başlanır

	①	

Siyam metodu ($2k+1$ için)

Algoritma:

1. Karenin ilk satırının ortasına 1 yazılarak başlanır
2. Her sayıdan sonra bir sonraki sayı öncekinin sağ üst çaprazına yazılır (↗)

	①	

Siyam metodu ($2k+1$ için)

Algoritma:

1. Karenin ilk satırının ortasına 1 yazılarak başlanır
2. Her sayıdan sonra bir sonraki sayı öncekinin sağ üst çaprazına yazılır (↗)

	①	
		2

Siyam metodu ($2k+1$ için)

Algoritma:

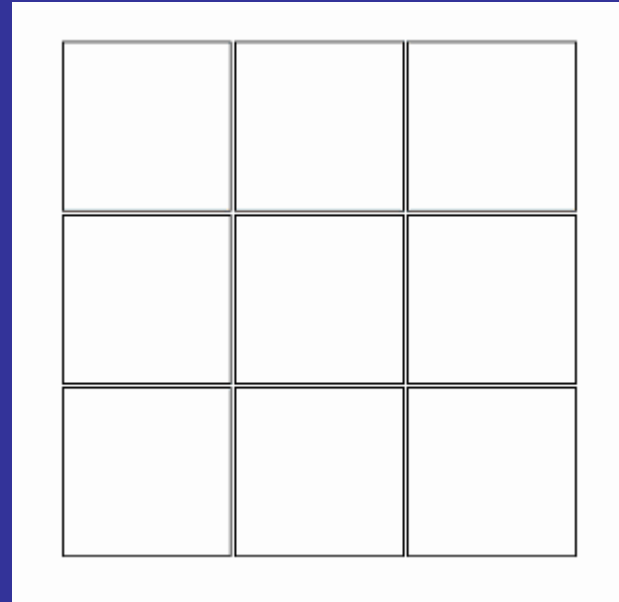
1. Karenin ilk satırının ortasına 1 yazılarak başlanır
2. Her sayıdan sonra bir sonraki sayı öncekinin sağ üst çaprazına yazılır (\nearrow)
3. Eğer sıradaki blok dolu ise sayı bir aşağıdaki bloğa yazılır (\downarrow)

	①	
3		
		2

Siyam metodu ($2k+1$ için)

Algoritma:

1. Karenin ilk satırının ortasına 1 yazılarak başlanır
2. Her sayıdan sonra bir sonraki sayı öncekinin sağ üst çaprazına yazılır (\nearrow)
3. Eğer sıradaki blok dolu ise sayı bir aşağıdaki bloğa yazılır (\downarrow)



Siyam metodu ($2k+1$ için)

Algoritma:

1. Karenin ilk satırının ortasına 1 yazılarak başlanır
2. Her sayıdan sonra bir sonraki sayı öncekinin sağ üst çaprazına yazılır (\nearrow)
3. Eğer sıradaki blok dolu ise sayı bir aşağıdaki bloğa yazılır (\downarrow)

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Siyam metodu ($2k+1$ için)

[illegible]

Siyam metodu ($2k+1$ için)

X metodu (4k için)

X metodu (4k için)

Algoritma:

1. 1 den n^2 ye kadar olan sayılar sırayla kare içine doldurulur

X metodu (4k için)

Algoritma:

1. 1 den n^2 ye kadar olan sayılar sırayla kare içine doldurulur

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

X metodu (4k için)

Algoritma:

1. 1 den n^2 ye kadar olan sayılar sırayla kare içine doldurulur

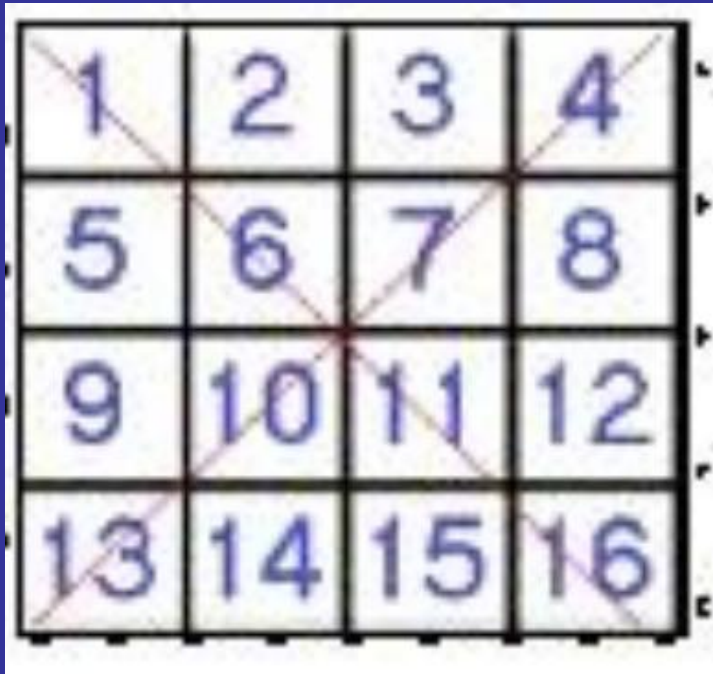
1	63	62	4	5	59	58	8
56	10	11	53	52	14	15	49
48	18	19	45	44	22	23	41
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
24	42	43	21	20	46	47	17
16	50	51	13	12	54	55	9
57	7	6	60	61	3	2	64

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

2. 4x4 lük alt karelerin her birine bir X çizilir
3. Bu X'ler ile kesişmeyen girdilerin sırası tersine çevrilir.

X metodu (4k için)

4x4 bir kare için inceleyelim



A 4x4 grid containing numbers 1 through 16, arranged in sequential order from top-left to bottom-right. Two red diagonal lines are drawn across the grid, forming an 'X' shape. The lines intersect at the center, passing through the cells containing the numbers 6, 7, 10, and 11. The grid is bordered by a thick black line, and the numbers are in a blue font.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

X metodu (4k için)

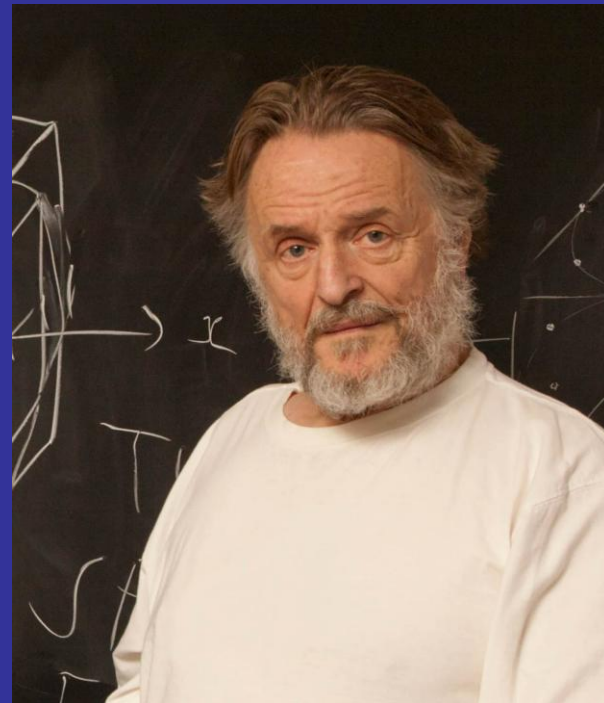
4x4 bir kare için inceleyelim

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

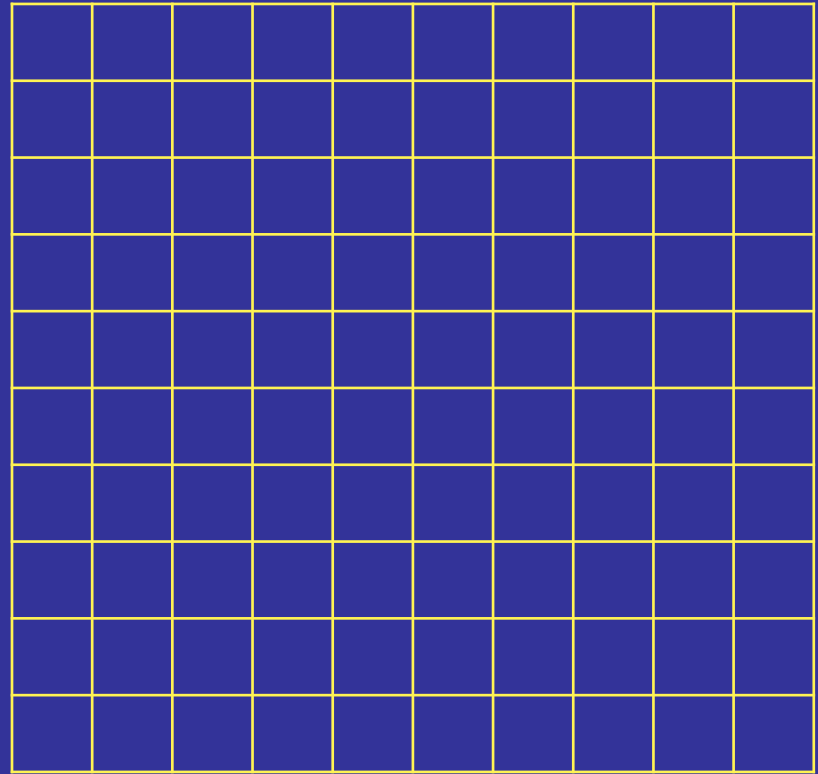
Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)



John Horton Conway (1937–2020)

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

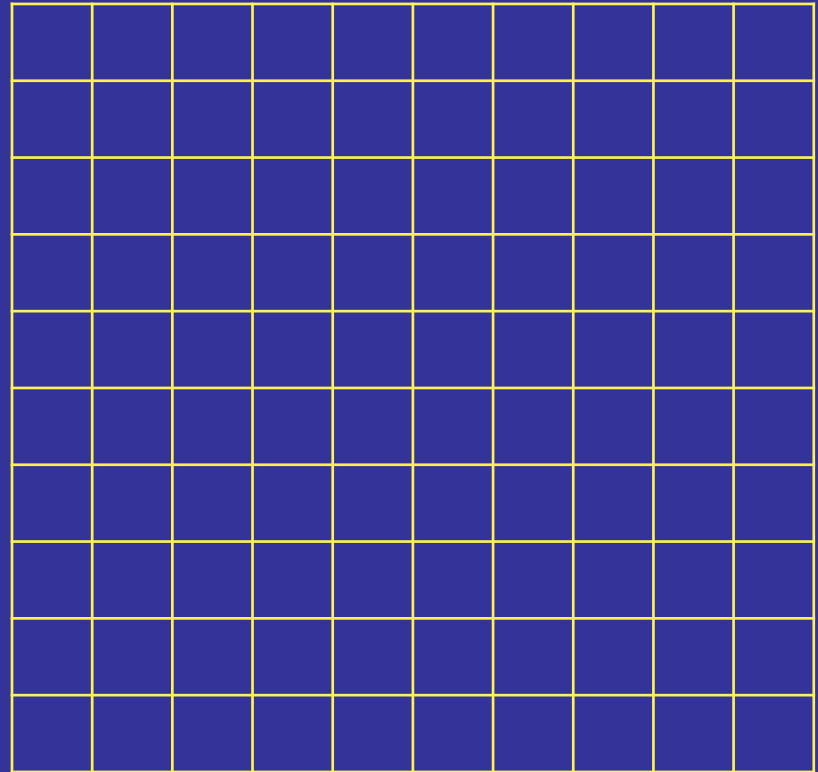


10x10

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

Algoritma:

1. Verilen kareyi 2×2 lik bloklardan oluşacak şekilde $(2k+1) \times (2k+1)$ lik bir kareye dönüştür

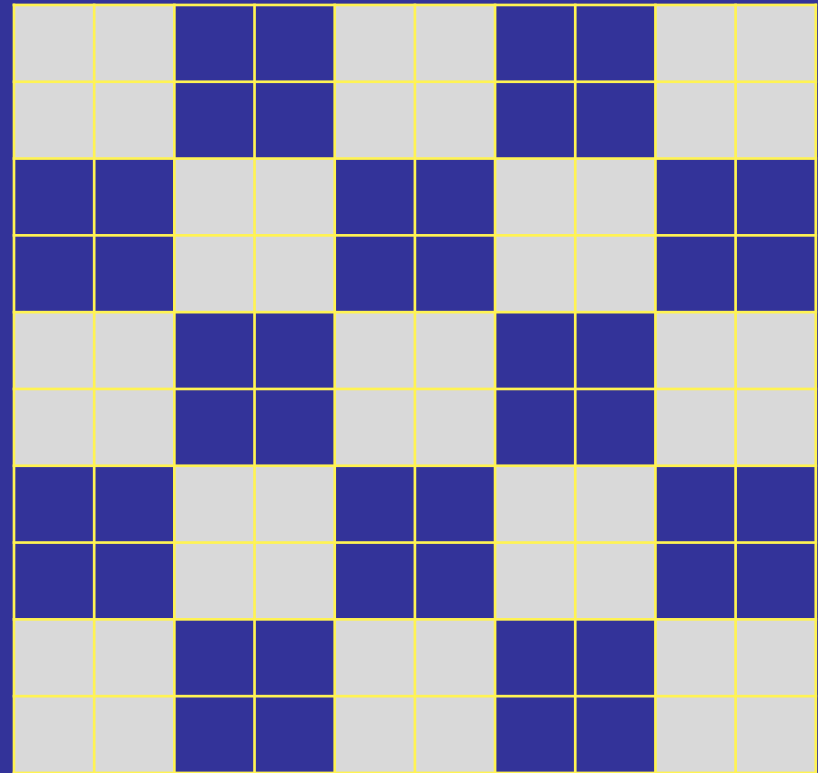


10x10

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

Algoritma:

1. Verilen kareyi 2×2 lik bloklardan oluşacak şekilde $(2k+1) \times (2k+1)$ lik bir kareye dönüştür

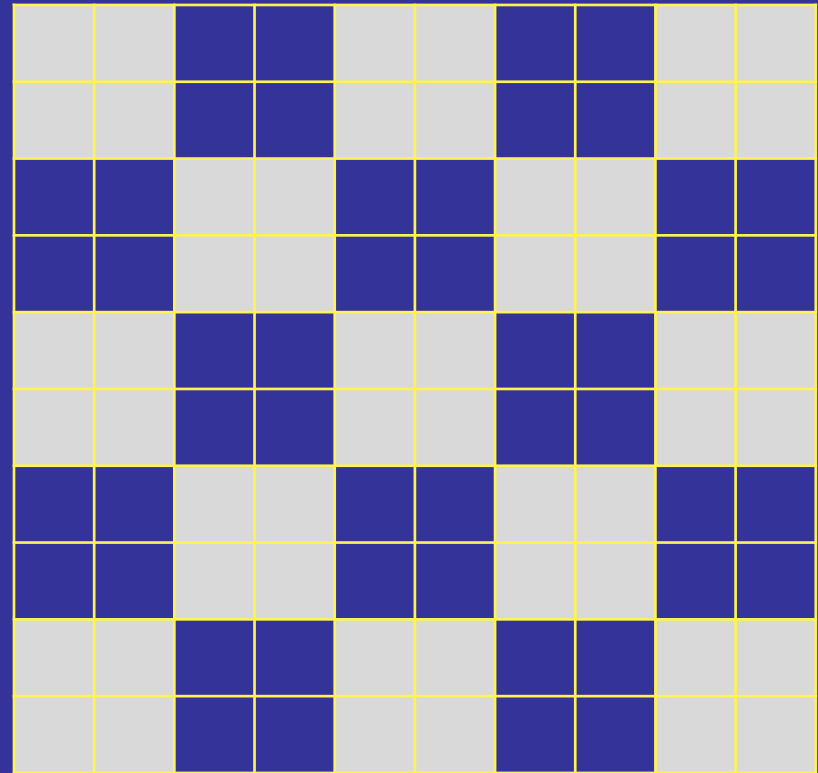


$10 \times 10 \rightarrow 5 \times 5$

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

Algoritma:

1. Verilen kareyi 2×2 lik bloklardan oluşacak şekilde $(2k+1) \times (2k+1)$ lik bir kareye dönüştür
2. Oluşturulan karenin
 - İlk $k+1$ satırını **L** ile,
 - 1 satırını **U** ile, ve
 - Kalan $k-1$ satırını **X** ile doldur

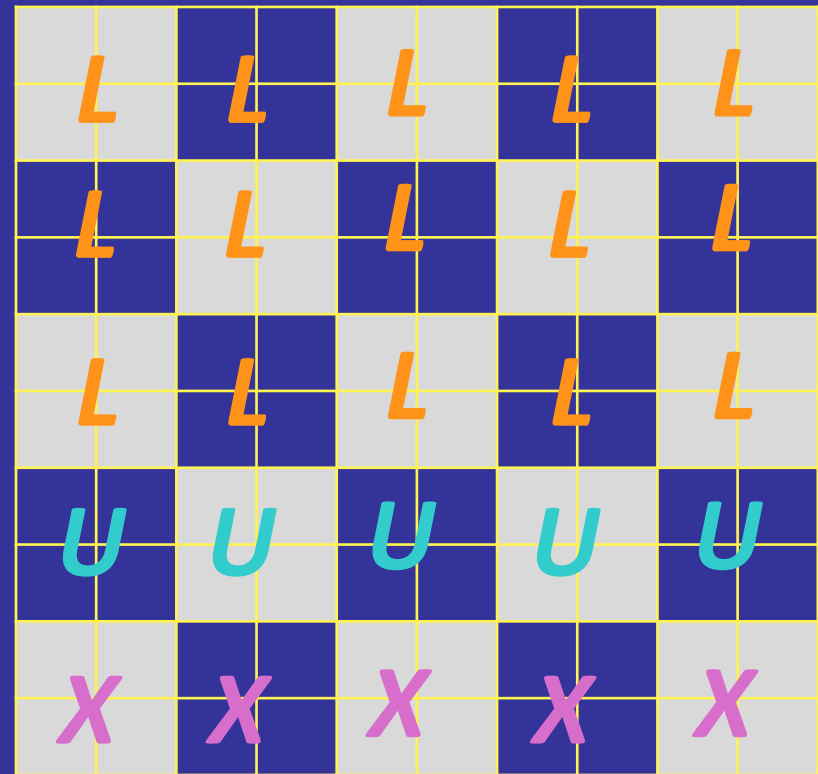


$10 \times 10 \rightarrow 5 \times 5$

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

Algoritma:

1. Verilen kareyi 2×2 lik bloklardan oluşacak şekilde $(2k+1) \times (2k+1)$ lik bir kareye dönüştür
2. Oluşturulan karenin
 - İlk $k+1$ satırını **L** ile,
 - 1 satırını **U** ile, ve
 - Kalan $k-1$ satırını **X** ile doldur



$10 \times 10 \rightarrow 5 \times 5$

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

Algoritma:

1. Verilen kareyi 2×2 lik bloklardan oluşacak şekilde $(2k+1) \times (2k+1)$ lik bir kareye dönüştür
2. Oluşturulan karenin
 - İlk $k+1$ satırını **L** ile,
 - 1 satırını **U** ile, ve
 - Kalan $k-1$ satırını **X** ile doldur
3. Ortadaki **U** ile üstündeki **L**'nin yerini değiştir

L	L	L	L	L	L	L	L	L	L
L	L	L	L	L	L	L	L	L	L
L	L	L	L	L	L	L	L	L	L
U	U	U	U	U	U	U	U	U	U
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

$10 \times 10 \rightarrow 5 \times 5$

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

Algoritma:

1. Verilen kareyi 2×2 lik bloklardan oluşacak şekilde $(2k+1) \times (2k+1)$ lik bir kareye dönüştür
2. Oluşturulan karenin
 - İlk $k+1$ satırını **L** ile,
 - 1 satırını **U** ile, ve
 - Kalan $k-1$ satırını **X** ile doldur
3. Ortadaki **U** ile üstündeki **L**'nin yerini değiştir

L	L	L	L	L
L	L	L	L	L
L	L	U	L	L
U	U	L	U	U
X	X	X	X	X

$10 \times 10 \rightarrow 5 \times 5$

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

Algoritma:

1. Verilen kareyi 2×2 lik bloklardan oluşacak şekilde $(2k+1) \times (2k+1)$ lik bir kareye dönüştür
2. Oluşturulan karenin
 - İlk $k+1$ satırını **L** ile,
 - 1 satırını **U** ile, ve
 - Kalan $k-1$ satırını **X** ile doldur
3. Ortadaki **U** ile üstündeki **L**'nin yerini değiştir
4. Elde edilen $2k+1$ boyutunda kare daha önce gördüğümüz Siyam yöntemi ile numaralandırılır
5. Ve bu kareden yararlanılarak 2×2 lik kareler sırayla şu şekilde doldurulur

L		L		L
L		L		L
L		U		L
U	U		U	U
X	X		X	X

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

L :

$$\begin{array}{ccc} 4 & & 1 \\ & \swarrow & \\ 2 & \rightarrow & 3 \end{array}$$

U :

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 4 \\ \downarrow & & \uparrow \\ 2 & \rightarrow & 3 \end{array}$$

X :

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 4 \\ & \searrow & \\ 3 & & 2 \end{array}$$

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

L	L	L	L	L
L	L	L	L	L
L	L	U	L	L
U	U	L	U	U
X	X	X	X	X

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

L : $\begin{array}{cc} 4 & 1 \\ & \swarrow \\ 2 & \rightarrow 3 \end{array}$

U : $\begin{array}{cc} 1 & 4 \\ \downarrow & \uparrow \\ 2 & \rightarrow 3 \end{array}$

X : $\begin{array}{cc} 1 & 4 \\ & \searrow \\ 3 & 2 \end{array}$

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

L	L	L	L	L
L	L	L	L	L
L	L	U	L	L
U	U	L	U	U
X	X	X	X	X

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

L :

$$\begin{array}{ccc} 4 & & 1 \\ & \swarrow & \\ 2 & \rightarrow & 3 \end{array}$$

U :

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 4 \\ \downarrow & & \uparrow \\ 2 & \rightarrow & 3 \end{array}$$

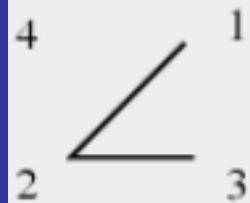
X :

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 4 \\ & \searrow & \\ 3 & & 2 \end{array}$$

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

L	L	L	L	L
L	L	L	L	L
L	L	U	L	L
U	U	L	U	U
X	X	X	X	X

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)



68	65	96	93	4	1	32	29	60	57
L		L		L		L		L	
66	67	94	95	2	3	30	31	58	59
92	89	20	17	28	25	56	53	64	61
L		L		L		L		L	
90	91	18	19	26	27	54	55	62	63
16	13	24	21	49	52	80	77	88	85
L		L		U		L		L	
14	15	22	23	50	51	78	79	86	87
37	40	45	48	76	73	81	84	9	12
U		U		L		U		U	
38	39	46	47	74	75	82	83	10	11
41	44	69	72	97	100	5	8	33	36
X		X		X		X		X	
43	42	71	70	99	98	7	6	35	34

Conway'in LUX metodu ($4k+2$ için)

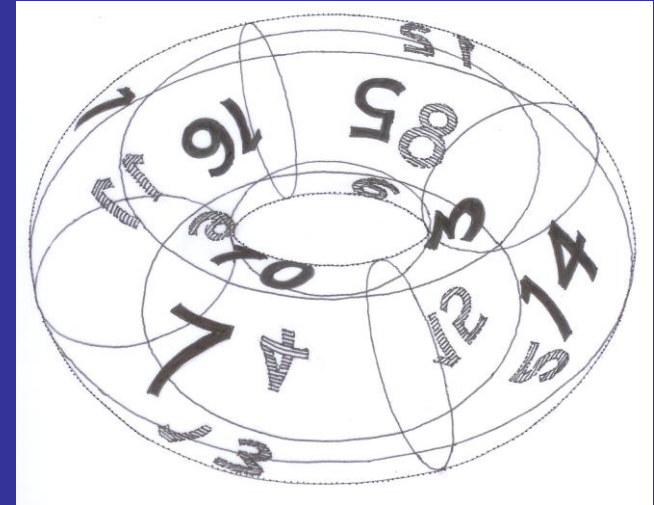
68	65	96	93	4	1	32	29	60	57
66	67	94	95	2	3	30	31	58	59
92	89	20	17	28	25	56	53	64	61
90	91	18	19	26	27	54	55	62	63
16	13	24	21	49	52	80	77	88	85
14	15	22	23	50	51	78	79	86	87
37	40	45	48	76	73	81	84	9	12
38	39	46	47	74	75	82	83	10	11
41	44	69	72	97	100	5	8	33	36
43	42	71	70	99	98	7	6	35	34

Kaynakça

- [1] Wikipedia contributors. "Magic square." *Wikipedia, The Free Encyclopedia*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Magic_square
- [2] Mathematics in School, Vol. 24, No. 3 (May, 1995), p. 27
- [3] **Jacob, G., & Murugan, A.** *On the Construction of Doubly Even Order Magic Squares*. Research and Development Centre, Bharathiar University, Coimbatore.
- [4] Photo by Denise Applewhite, Princeton University Office of Communications.
- [5] Delucchi, Emanuele. *Construction of Magic Squares Notes*.
- [6] Wikipedia contributors. "Conway's LUX method for magic squares." *Wikipedia, The Free Encyclopedia*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Conway%27s_LUX_method_for_magic_squares
- [7] Block and Tavares, *Before Sudoku: The World of Magic Squares*, OUP, 2009
- [8] **Limpananont, S.** (2024). *Magic Squares: The Siamese Method*
<https://www.saranontlimpananont.com/magic-square-siamese-method/>
- [9] **Walkington, W.** (2012, March 9). *From the Magic Square to the Magic Torus. Magic Squares, Spheres and Tori*. Retrieved from
<https://carresmagiques.blogspot.com/2020/04/from-magic-square-to-magic-torus.html>

Dinlediğiniz için teşekkürler

16	255	2	241	14	253	4	243	12	251	6	245	10	249	8	247
1	242	15	256	3	244	13	254	5	246	11	252	7	248	9	250
240	31	226	17	238	29	228	19	236	27	230	21	234	25	232	23
225	18	239	32	227	20	237	30	229	22	235	28	231	24	233	26
223	48	209	34	221	46	211	36	219	44	213	38	217	42	215	40
210	33	224	47	212	35	222	45	214	37	220	43	216	39	218	41
63	208	49	194	61	206	51	196	59	204	53	198	57	202	55	200
50	193	64	207	52	195	62	205	54	197	60	203	56	199	58	201
80	191	66	177	78	189	68	179	76	187	70	181	74	185	72	183
65	178	79	192	67	180	77	190	69	182	75	188	71	184	73	186
176	95	162	81	174	93	164	83	172	91	166	85	170	89	168	87
161	82	175	96	163	84	173	94	165	86	171	92	167	88	169	90
159	112	145	98	157	110	147	100	155	108	149	102	153	106	151	104
146	97	160	111	148	99	158	109	150	101	156	107	152	103	154	105
127	144	113	130	125	142	115	132	123	140	117	134	121	138	119	136
114	129	128	143	116	131	126	141	118	133	124	139	120	135	122	137



Sunumumuzun son bölümüyle devam ediyoruz