CAPÍTULO 1. TEORÍA DE PROCESAMIENTO DE IMÁGENES.

1.1. Conceptos generales.

La formación de una imagen digital es el primer paso para cualquier procesamiento de imágenes digitales, y consiste básicamente en un sistema óptico y el digitalizador, mediante el cual la imagen óptica se transforma en una señal eléctrica que permitirá el procesamiento. Al digitalizar una imagen, es común introducir ruido o degradación de la misma, por ello es importante considerar técnicas para restaurarla antes de procesarla; éstas consisten generalmente en disminuir el nivel de ruido, mejorar el contraste de la imagen, lograr la no-uniformidad de la imagen, su alineación, vecindad, etc.

Una vez digitalizada la imagen, puede considerarse como monocromática, susceptible de ser representada como una función f(x,y), donde *x* e y denotan coordenadas espaciales, y el valor de f (intensidad) en cualquier punto (x,y) es proporcional al nivel de gris (brillo) de la imagen en ese punto. Una imagen digital bidimensional es una imagen f(x, y) que ha sido separada en coordenadas espaciales y brillo (nivel de gris). Así mismo, una imagen digital puede ser convenientemente representada por una matriz *I* de tamaño M x N de la forma:

$$I = \begin{matrix} I(1,1) & I(1,2) & \cdots & I(1,M) \\ I(2,1) & I(2,2) & \cdots & I(2,M) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ I(N,1) & I(N,2) & \cdots & I(N,M) \end{matrix}$$

Los elementos de la matriz (pixeles) en una imagen monocromática típica son del orden de 2^8 ó 256 niveles de gris, por lo tanto, pueden ser representados como caracteres en la mayoría de los lenguajes de programación. Las columnas y los renglones de las matrices de imágenes digitales, por tanto, tienen un rango de:

$$0 \le i \le N-1,\ 0 \le j \le M-1$$

En un arreglo de este tipo, los índices *i*, *j* de un sistema coordenado en una matriz corresponden a los ejes x e y respectivamente.

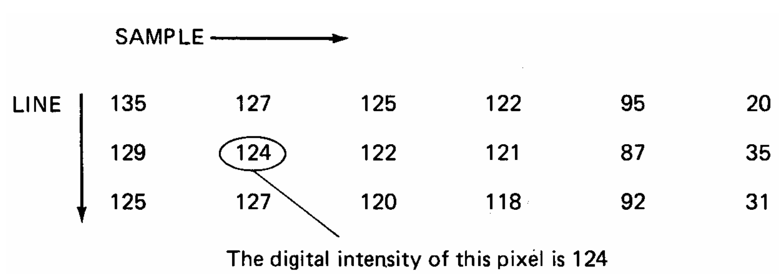


Figura 1.1 Definiciones básicas. [8]

1.1.1. Vecindad entre pixeles.

Un pixel p en las coordenadas (x, y) tiene 4 vecinos horizontales y 4 verticales, cuyas coordenadas están dadas por:

$$(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)$$

Este grupo de pixeles se nota como $N_4(p)$. Así mismo, las vecindades diagonales con el punto (x, y) se notan como $N_D(p)$, y sus coordenadas son:

$$(x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)$$

Para definir de forma adecuada el concepto de vecindad, es necesario revisar el de adyacencia. Dos pixeles son adyacentes si, y solo si, tienen en común una de sus fronteras, o al menos una de sus esquinas. La figura 1.2 muestra pixeles adyacentes.

(a) (b)

Figura 1.2. Pixeles adyacentes. [17]

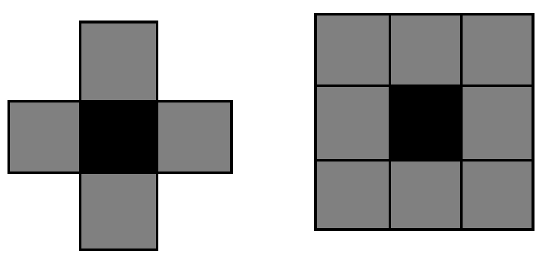
(a) adyacentes por frontera. (b) adyacente por esquina.

Dos pixeles son vecinos si cumplen con la definición de adyacencia. Si los pixeles comparten una de sus fronteras, se dice que los mismo son **vecinos directos**; si sólo se tocan en una de sus esquinas, se llaman **vecinos indirectos**.

Una vecindad de un pixel $p_{0,}$ denotada como V_p , es una submatriz M_{KL} de tamaño KxL, con K y L enteros impares pequeños, contenida en la matriz imagen (i_{MN}), la cual está formada por un número finito de pixeles vecinos o no de p_0.

$$V_p = \{p : p \in M_{KL}\}; M_{KL} \subset i_{MN}; K = L = 3,5,9$$

Para ilustrar las definiciones anteriores, se puede observar, en la figura 1.3, vecindades de 4 y de vecindades de 8, la primera formada, por pixeles que son vecinos directos, mientras que la vecindad de 8 está formada tanto por vecinos directos como por indirectos.



(a) (b)

Figura 1.3. Vecindades, (a) vecindad de 4, (b) vecindad de 8 [17]

En el desarrollo de técnicas de procesamiento de imágenes que involucren el análisis de una determina región de la escena digital, es posible encontrar vecindades de 5x5 y hasta de 9x9; básicamente la definición de las dimensiones de la matriz vecindad depende de la técnica que se esté desarrollando.

1.1.2. Conectividad.

La conectividad entre pixeles es un concepto utilizado para establecer los límites en objetos y regiones de componentes en una imagen. Para establecer la conectividad entre dos pixeles, es necesario determinar si son adyacentes en sentido específico (si tiene 4 vecindades) y si su nivel de gris satisface un criterio especificado de similitud (si son iguales). Por ejemplo, en una imagen binaria con valores 0 y 1, dos pixeles pueden tener vecindad de 4, pero sólo se consideran conectados si tienen el mismo valor.

Considerando *V* como valores de niveles de gris utilizados para definir conectividad; se puede ejemplificar tomando una imagen binaria, $V = \{1\}$, para la conectividad de pixeles con valor 1. En una imagen de niveles de gris, para la conectividad de pixeles con valores en un rango de intensidad de, digamos, 32 a 64, sería $V = \{32,33,34,...,63,64\}$. Existen tres tipos de conectividad:

a) Conectividad 4. Dos pixeles, p y q, con valores de *V*, están conectados si q pertenece a $N_4(p)$.
b) Conectividad 8. Dos pixeles, p y q, con valores de *V*, están conectados si q pertenece a $N_8(p)$.

c) Conectividad mezclada. Dos pixeles, p y q, con valores de *V*, están conectados mezclados si:

- q pertenece a N_4(p), o bien
- q pertenece a N_D(p) y $N_4(p) \cap N_4(q)$ está vacío.

La conectividad mezclada es una modificación de la conectividad 8, y se introduce para eliminar las conexiones multi-trayectoria. [2] Un pixel p es adyacente a q si están conectados. Una trayectoria de pixel p con coordenadas (x, y) a un pixel q con coordenadas (s, t) es una secuencia de distintos pixeles con coordenadas:

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$$

donde $(x_0, y_0) = (x, y)$ y $(x_n, y_n) = (s, t)$

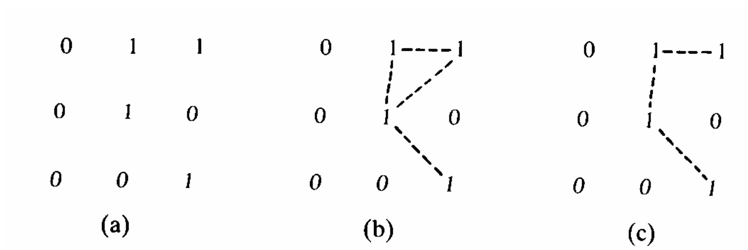


Figura 1.4. (a) Arreglo de pixeles; (b) Pixel central de conectividad 8; (c) conectividad mezclada del mismo pixel. [7]

1.1.3. Etiquetado de componentes conectados.

Suponiendo un barrido en la imagen de derecha a izquierda y de arriba a abajo, y asumiendo una conectividad 4, si p denota el pixel en cualquier paso del proceso de barrido, y r y t son los vecinos arriba y a la izquierda respectivamente, la naturaleza de la secuencia de barrido asegura que, cuando llegamos a p, los puntos r y t ya han sido encontrados (y etiquetados en caso de ser 1).

Una vez establecidos los conceptos anteriores, se puede considerar el siguiente procedimiento: si el valor de p es 0, simplemente se mueve a la siguiente posición del barrido; si el valor de p es 1, se deben examinar r y t; en caso de que ambos valgan 0, se asigna una etiqueta a p, mientras que si solo uno de los dos vale 1, se asigna otra etiqueta a p. En caso de que ambos valgan 1 y tengan la misma etiqueta, se asigna esa etiqueta a p y se hace una nota que especifique que ambas etiquetas son equivalentes. Al finalizar el barrido, todos los puntos con valor de 1 han sido marcados, pero solo algunos de éstos son equivalentes. Todo lo que se necesita hacer es asignar todos los pares equivalentes de etiquetas en pares equivalentes de clase; dar a cada clase una etiqueta diferente, y realizar el barrido una segunda vez, reemplazando cada etiqueta por la asignada a su clase de equivalencia.

Para conectividad 8, el procedimiento es similar, pero las dos vecindades diagonales superiores de p se denotan como q y s, y también deben ser examinadas. La naturaleza del barrido asegura que estas vecindades han sido procesadas al llegar a p. Si p es 0, es necesario moverse a la siguiente posición; si p es 1 y las cuatro vecindades son 0, se asigna una nueva etiqueta a p; si sólo una de las vecindades es 1, se asigna su etiqueta a p; si dos o más vecindades son 1, se asigna una de las etiquetas a p y se anotan las equivalencias apropiadas. Después de completar el barrido de la imagen, se efectúa el procedimiento para conectividad 4.

1.1.4. Relaciones y equivalencias.

Debemos tomar en cuenta algunos conceptos importantes que forman la base de las relaciones y equivalencias:

- Una *relación binaria* R en A es un grupo de pares de elementos de A. Si el par (a, b) pertenece a R, la notación utilizada generalmente es aRb, la cual se puede interpretar como “a está relacionada con b”. Una relación binaria R colocada en A se dice que es:

a) Reflexiva, si para cada punto a en A, aRa;

b) Simétrica, si para cada a y b en A, aRb implica bRa; y

c) Transitiva, si para a, b y c en A, aRb y bRc implican aRc.

Una relación satisfactoria de estas tres propiedades se denomina **relación de equivalencia**. Si R es una relación equivalente en A, entonces A se puede dividir k veces; a esto se denomina **clases de equivalencia**. Para algunos k entre uno e infinito (255), incluso, algunos como aRb si y solo si a y b pertenecen a la misma clase de equivalencia. [5]

1.2. Detección de contornos.

La detección de contornos es un carácter básico en procesamiento de imágenes, pues contiene información útil acerca de los límites del objeto que pueden ser utilizados para el análisis, detección del objeto y para aplicaciones de filtrado. De igual forma se emplea para simplificar el análisis de imágenes, realizando una reducción drástica de la cantidad de datos a ser procesados, mientras que al mismo tiempo preservan la información estructural alrededor de los límites del objeto.

Los contornos en una imagen se definen como variaciones locales en la intensidad de la imagen, por tanto, un detector de contornos se puede formar a través de técnicas de diferenciación de imagen. De otra manera, un contorno en una imagen representa un cambio de la intensidad de los niveles de gris presentes en ella. El paso de nivel oscuro a uno brillante, o vicebersa, determinan un contorno. Determinar un buen contorno en una imagen depende de la fuente de radiación, la iluminación y la distancia a que se encuentra el objeto de la fuente de radiación. En este sentido, es necesario aplicar a la imagen operaciones de filtrado que realcen los cambios en los valores de gris y atenúen las áreas de la imagen donde existan valores de gris constantes, para posteriormente introducir el resultado de esta operación a un detector de borde por umbral.

Un problema de importancia fundamental en el análisis de una imagen es la detección de bordes. Los contornos caracterizan las fronteras de los objetos y por tanto son de gran utilidad de cara a la segmentación e identificación de objetos en escenas.

Los puntos de contorno son como zonas de pixeles en las que existe un cambio brusco de nivel de gris. Si pensamos en una imagen como una función continua f(x,y), vemos que su derivada tiene un máximo local en la dirección del contorno. Por ello las técnicas más usadas en la detección de contornos se basan en la medida del gradiente de f a lo largo de r en una dirección θ.

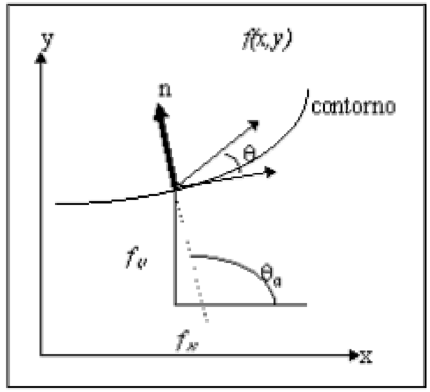


Figura 1.5. Gradiente de f(x,y)

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = f_x \cos\theta + f_y \sin\theta$$

El máximo valor de $\frac{\partial f}{\partial r}$ se obtiene cuando $\frac{\delta}{\delta\theta}\frac{\delta f}{\delta r} = 0$.

$$-f_x sin\theta_g + f_y \cos\theta_g = 0 \Rightarrow \theta_g = tan^{-1}(\frac{f_y}{f_x})$$
$$(\frac{\delta f}{\delta r})_{max} = \sqrt{f_x^2 + f_{xy}^2}$$

donde θg es la dirección del contorno. [18]

En el tratamiento de imágenes, se trabaja con pixeles y en un ambiente discreto. Poco a poco se han ideado operadores detectores de contornos basados en máscaras, que representan aproximaciones en diferencias finitas de los gradientes ortogonales f_x, f_y .

Si llamamos H a una máscara de tamaño p x p, se define el producto interno con una imagen U, en una posición (m,n) como:

$$\langle U,H\rangle_{m,n} = \sum_{i} \sum_{j} h(i,j)u(i+m,j+m) = u(m,n) \otimes h(-m,-n)$$

Existen varias técnicas de detección de contornos de igual intensidad en una imagen digital.

1.2.1. Filtrado convolucional.

Un filtro convolucional, aplicado a una imagen, se suele representar por un grupo de arreglos de filtros con una matriz de dimensión H renglones por W columnas. El filtro se ajusta para representar una frecuencia de filtrado específica cuando se aplica a la imagen. El filtrado se aplica centrando la matriz H x W sobre cada pixel dentro de la imagen y realizando la convolución de los datos de la imagen con los del filtro:

$$(b_{out})_{ls} = \sum_{j=1}^{H} \sum_{k=1}^{W} f_{jk} (b_{in})_{l-H/2+j-1,s-W/2+k-1}$$

Cuanto mayores sean los valores de H y W, el filtro convolucional tenderá con mayor precisión a la respuesta en la frecuencia deseada. H y W deben ser enteros impares para que el filtro pueda centrarse en un pixel. Los valores de H/2 y W/2 se redondean hacia abajo al computarse la operación.

Un filtro pasa-altas ejemplificado en una matriz de 3x3 es:

$$\begin{matrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix}$$

Un filtro pasa-bajas ejemplificado en una matriz de 3x3 es:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

La forma habitual de establecer el gradiente de una imagen u(m,n) en un punto dado es mediante el producto de la imagen por dos máscaras, H1 y H2, que representan la magnitud del gradiente en dos direcciones perpendiculares:

$$g_1(m,n) = \langle U, H_1 \rangle_{m,n} \quad \text{g(m,n)=} \sqrt{g_1^2(m,n) + g_2^2(m,n)}$$
$$g_2(m,n) = \langle U, H_2 \rangle_{m,n} \quad \theta_g(m,n) = tan^{-1} \frac{g_2(m,n)}{g_1(m,n)}$$

Por razones computacionales, casi siempre, la magnitud del gradiente se calcula como:

$$g(m,n) = |g_1(m,n)| + |g_2(m,n)|$$

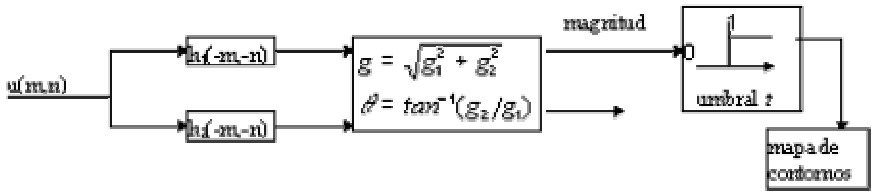


Figura 1.6. Detección de bordes vía operadores gradiente. [17]

Un pixel se declara como perteneciente a un borde cuando g(m,n) excede un determinado valor umbral T. En función de este valor T, se tendrá mayor o menor número de puntos de gradiente. Habitualmente se suele escoger este valor en función del histograma acumulado de g(m,n), de forma que sólo del 5 al 10% de los puntos de máximo gradiente sea declarado como borde.

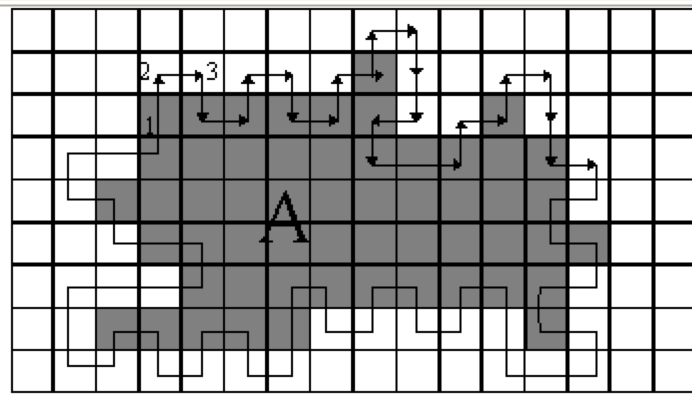
La tabla 1.1. muestra los operadores más comunes o máscaras que presentan la ventajas computacionales

Tabla 1.1 Operadores gradiente más comunes

	Dirección horizontal	**Dirección vertical**
a) Roberts	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
b) Smoothed (o Prewitt)	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
c) Sobel	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

d) Isotrópico	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$

[17]



Cuadro de descripción del algoritmo.

1.Punto de comienzo dentro de A.

2.Torcemos hacia la izquierda y saltamos al siguiente pixel si estamos dentro de A (p.ej. de 1 a 2) y a la derecha si estamos fuera (p.ej 2 a 3).

3. Continuar hasta llegar al pixel de comienzo.

Fig. 1.7. Ejemplo de algoritmo de seguimiento de contorno [13]

Se puede apreciar que los contornos extraídos con este método son dobles, y que siempre serán cerrados, aunque la región no lo sea.

1.3. Segmentación.

La forma de un objeto puede ser descrita en términos de sus bordes o de la región que ocupa. La representación de objetos basada en los bordes requiere detectar contornos; para la representación basada en regiones, se realiza la segmentación de varias regiones homogéneas después de haber realizado la detección de contornos. La segmentación subdivide una imagen en partes u objetos; el nivel de subdivisión depende de la aplicación. La segmentación de imágenes vincula la división o separación de la imagen en regiones de atributos similares, considerando el atributo más básico de segmentación la amplitud, aunque los contornos y la textura de la imagen también han de ser considerados.

Los algoritmos de segmentación en imágenes monocromáticas suelen basarse en una o dos propiedades básicas de valores de nivel de gris: discontinuidad y similaridad.

1.3.1. *Thresholding.*

Uno de los acercamientos a segmentación de imágenes más importantes es *thresholding*. Tradicionalmente, se ha efectuado una forma simple de definir el rango de valores de nivel de gris en la imagen original que consiste en elegir los pixeles en este rango según pertenezcan o no al fondo: se toman los que sí pertenecen y se rechazan todos los demás. Una imagen de este tipo se muestra como una imagen binaria (de dos niveles) utilizando blanco y negro u otros colores para distinguir las regiones (no hay una convención estándar sobre cuáles son los rasgos de interés, si los blancos o los negros, así que la elección varía en cada caso). [11] Este tipo de operación se denomina *thresholding*.

Suponiendo que el histograma de nivel de gris de la figura 1.8.(a) corresponde a una imagen f(x,y), compuesta por objetos brillantes sobre un fondo oscuro de tal forma que los pixeles de objetos y fondo son modos de selección, una forma obvia de extraer los objetos del fondo es seleccionar un umbral T que separe estos modos; después, cualquier punto (x,y) para el que f(x,y) > T se denomina un punto del objeto; cualquier otro punto, se denomina punto del fondo. La figura 1.8.(b) muestra un caso ligeramente más general, en el cual hay tres modos dominantes de caracterizar el histograma de la imagen (por ejemplo, dos tipos de objetos brillantes en un fondo oscuro). La misma aproximación clasifica un punto (x,y) perteneciente a una clase de objeto si $T_1 \triangleleft f(x,y) \leq T_2$, y la otra clase si $f(x,y) \triangleright T_2$, y al fondo, en caso de que $f(x,y) \leq T_1$. Este tipo de *thresholding* multi-nivel suele ser menos fiable que el simple, puesto que es difícil establecer varios umbrales que aíslen las regiones de interés, especialmente cuando el número de modos correspondientes en el histograma es grande. Típicamente, es más efectivo utilizar *thresholding* simple variando el nivel de umbral.

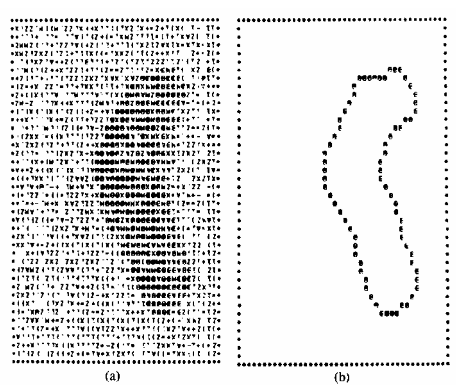


Figura 1.8. (a) Imagen ruidosa; (b) resultado de la detección de contornos. [7]

Con base a lo anterior, *thresholding* puede considerarse como una operación que implica pruebas en una función T de la forma:

$$T = T\left[x, y, p(x, y), f(x, y)\right]$$

donde f(x,y) es el nivel de gris en el punto (x,y) y p(x,y) denota alguna propiedad local en ese punto. Una imagen g(x,y) a la cual se ha aplicado detección de umbral se define como:

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 \rightarrow si f(x, y) > T \\ 0 \rightarrow si f(x, y) \leq T \end{cases}$$

Aquellos pixeles marcados con 1 (u otro nivel de intensidad convenido) corresponden a objetos, mientras que aquellos marcados con 0 corresponden al fondo.

Cuando T depende únicamente de f(x,y), el umbral se denomina **global**, pero si depende de f(x,y) y de p(x,y), se llama **local**. Si, además, T depende de las coordenadas espaciales x e y, el umbral se denomina **dinámico**.

Al emplear el método más simple, *thresholding* global, la segmentación se realiza mediante un barrido de la imagen pixel por pixel, y el etiquetado de cada pixel como objeto o como fondo, dependiendo de la intensidad en el nivel de gris y de si éste es mayor o menor al nivel de umbral T. Como se ha indicado anteriormente, el éxito de este método depende por completo de la partición del histograma.

Los umbrales se obtienen, como hemos mencionado, del histograma de la imagen, es decir, se puede determinar encontrando el mínimo N-1 entre los N picos consecutivos del histograma. En muchos casos, los lóbulos del histograma no se pueden determinar claramente debido a los pixeles situados en el área de transición entre dos regiones. El método más simple para la modificación del histograma es realizar una detección de contornos y excluir todos los pixeles que pertenezcan a los bordes al calcular el histograma.

1.3.2. Crecimiento de regiones.

El crecimiento de regiones es uno de los métodos conceptualmente más simples para la segmentación; los pixeles adyacentes de amplitud similar se agrupan juntos para formar una región segmentada. Sin embargo, en la práctica, hay limitantes, algunas de las cuales son razonablemente simples y deben ser tomadas en cuenta para obtener un patrón de crecimiento que permita obtener resultados aceptables.

Brice y Fenema [3] desarrollaron un método de crecimiento de regiones basado en un juego de reglas de crecimiento simples. En la primera parte del proceso, se combinan juntos pares de pixeles cuantizados en grupos denominados regiones atómicas si son de la misma amplitud, y regiones de conectividad 4. A continuación se aplican dos reglas heurísticas para disolver las vecindades débiles entre vecindades atómicas. Haciendo referencia a la figura 1.9., podemos observar dos regiones, R_1 y R_2, adyacentes con perímetros P_1 y P_2 respectivamente, perímetros que han sido previamente unidos. Después de realizar las etapas iniciales del crecimiento de región, una región debe contener previamente sub-regiones unidas por diferentes valores de amplitud.

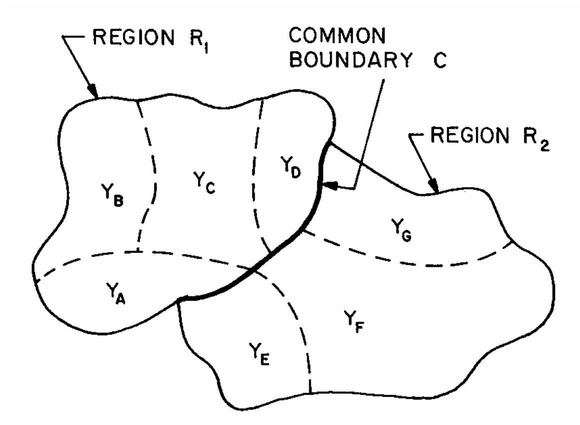


Figura 1.9. Geometría de crecimiento de regiones. [13]

Considerando C como el tamaño de la vecindad común y D el tamaño de la porción de C en que la diferencia de amplitud Y a través de la región es menor al factor de significancia ε, las regiones R_1 y R_2 están unidas si:

$$\frac{D}{_{MIN}\{P_1, P_2\}} \triangleright \varepsilon$$

El método de crecimiento de Brice y Fenema ofrece buen rendimiento para segmentación de imágenes simples y de poca textura.

1.4. Procesamiento morfológico.

La palabra morfología generalmente implica un grupo biológico que data de la estructura y forma de animales y plantas. Se utiliza la misma palabra en este contexto, como morfología matemática, para designar una herramienta para extraer los componentes de una imagen empleados en la representación y descripción de la forma de una región, tales como: límites, esqueletos, etc. El procesamiento morfológico matemático es una poderosa herramienta para análisis de formas geométricas y descripción de imágenes.

Las operaciones morfológicas pueden extenderse a funciones y, por tanto, a imágenes en tonos de gris. Las herramientas de dichas operaciones son simples funciones g(x) con dominio en G y se denominan **funciones estructurales**.

Dado que el lenguaje que emplea es conocido, la morfología ofrece un acercamiento a numerosos problemas de procesamiento; así, se emplea tanto en pre-procesamiento como en post-procesamiento.

1.4.1. Dilatar.

La operación de dilatar una imagen se puede describir como un crecimiento de pixeles, en otras palabras, se marca con 1 parte del fondo de la imagen que toque un pixel que forma parte de la region. Esto permite aumentar un nivel de pixeles alrededor de la periferia de cada región y así incrementarlo en dimensión y rellenar hoyos dentro de la región.

- Conceptos básicos [12]: supongamos A y B pertenecientes a Z^2, que tienen como componentes $a = (a_1, a_2)$ y $b = (b_1, b_2)$, respectivamente. La transición de A por $x = (x_1, x_2)$, llamado $(A)_x$, se define como:

$$(A)_x = \{cIc = a + x, para : a \in A\}$$

La reflexión de B se define como:

$$\hat{B} = \{xIx = -b, para : b \in B\}$$

El complemento de A es:

$$A^c = \{xIx \notin A\}$$

Finalmente, la diferencia entre A y B, denotada como A – B, se define como:

$$A - B = \{xIx \in A, x \notin B\} = A \cap B^c$$

La dilatación de A por B, denotada como $A \oplus B$, se define como:

$$A \oplus B = \{xI(\hat{B})_x \cap A \neq \theta\}$$

Por tanto, el proceso de dilatación consiste en obtener la reflexión de B sobre su original y luego trasladar esta reflexión por x. La dilatación de A y B entonces es el grupo de todas las x desplazadas cuando x y A se traslapan por al menos un elemento diferente de cero.

Dado que la dilatación aumenta el tamaño de una región, algunas veces se conoce como crecimiento.

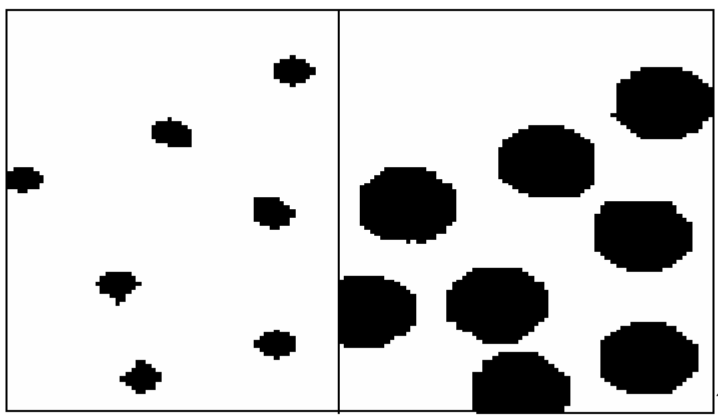


Figura 1.10. Ejemplo de imagen dilatada. [15]

1.4.2. Cerrar.

El proceso de dilatar y a continuación erosionar (proceso inverso), se conoce como de cerrado, en otras palabras, el proceso de cerrar morfológicamente una imagen consiste en marcar con un 1 los pixeles aislados que se encuentran entre ceros. Es decir, suaviza secciones del contorno, pero generalmente une separaciones estrechas y golfos delgados; elimina pequeños hoyos y rellena aberturas.

Cerrar un grupo A estructurando el elemento B se define como:

$$A \bullet B = (A \oplus B) \Theta B$$

Es decir, para cerrar A por medio de B, se dilata A y se erosiona el resultado de B.

La operación de cerrar satisface las siguientes propiedades:

- A es un subgrupo de $A \bullet B$
- Si C es un subgrupo de D, entonces $C \bullet B$ es un subgrupo de $D \bullet B$.
- $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$

Estas propiedades, aunadas a los resultados de las operaciones de cerrado, se utilizan para construir filtros morfológicos. [16]

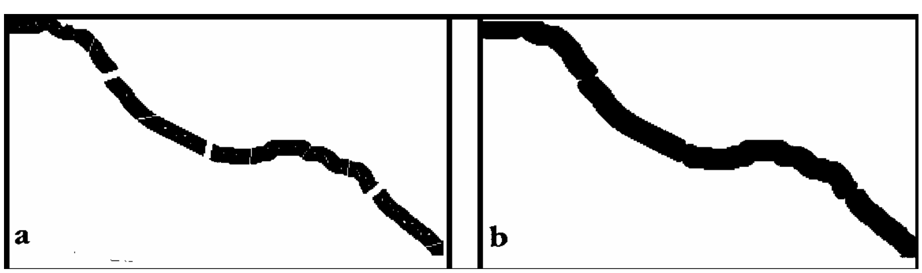


Figura 1.11. Ejemplo de cerrar una imagen. [15]