問題 4. $(1)(a_1,a_2,a_3)$ の組み合わせとして起こりうるものとそれらが持つサイクルは、

$$(1,2,3)$$
 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_3=3$

$$(1,3,2)$$
 $a_1=1$, $a_2=3 \rightarrow a_3=2$

$$(2,1,3)$$
 $a_1=2 \rightarrow a_2=1$, $a_3=3$

$$(2,3,1)$$
 $a_1=2 \rightarrow a_2=3 \rightarrow a_3=1$

$$(3,1,2)$$
 $a_1 = 3 \rightarrow a_3 = 2 \rightarrow a_2 = 1$

$$(3,2,1)$$
 $a_1=3 \rightarrow a_3=1$, $a_2=2$

である. このうち, (1,2,3), (1,3,2), (2,1,3), (3,2,1) が長さ1 のサイクルを持つ. 従って求める確率は,

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$