全角運動量以外の保存量として**ヘリシティ**がある．

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \tag{0.0.1}$$

として，ヘリシティは,

$$h \coloneqq \frac{\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{p}|} \tag{0.0.2}$$

と定義される．これが保存量であることは,

$$\begin{aligned}
(\boldsymbol{\alpha}\cdot\hat{\boldsymbol{p}})\hat{h} &= \frac{1}{p}\begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}} \\ \boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}} \end{pmatrix} && (0.0.3) \\
&= \frac{1}{p}\begin{pmatrix} 0 & (\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}})(\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}) \\ (\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}})(\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}) & 0 \end{pmatrix} && (0.0.4) \\
&= \frac{1}{p}\begin{pmatrix} 0 & \hat{\boldsymbol{p}}^2 \\ \hat{\boldsymbol{p}}^2 & 0 \end{pmatrix} && (0.0.5) \\
&= \hat{h}(\boldsymbol{\alpha}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}) && (0.0.6)
\end{aligned}$$

であるから,

$$\left[\boldsymbol{\alpha}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}, \hat{h}\right] = 0 \tag{0.0.7}$$

$$\left[\beta, \hat{h}\right] = 0 \tag{0.0.8}$$

となることより,

$$\left[\hat{H}, \hat{h}\right] = 0 \tag{0.0.9}$$

したがって，Dirac 方程式においてヘリシティは保存量である．