

変分法の基本原理

任意の状態ベクトル $|\psi\rangle$ に対して $|\psi\rangle$ でのエネルギー関数 $E(\psi)$ について,

$$E(\psi) = \frac{\langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} \geq E_0$$

なる不等式が成り立つ. ただし E_0 は \hat{H} の固有エネルギーの中で最低のものである.

1 次摂動によるエネルギー補正

$$E_n^{(1)} = \langle n^{(0)} | \hat{V} | n^{(0)} \rangle$$

1 次摂動による固有ベクトル補正

$$|n^{(1)}\rangle = \sum_{m \neq n} \frac{\langle m^{(0)} | \hat{V} | n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |m^{(0)}\rangle$$

2 次摂動によるエネルギー補正

$$E_n^{(2)} = \sum_{m \neq n} \frac{|\langle m^{(0)} | \hat{V} | n^{(0)} \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$

縮退がある場合の摂動論による 1 次エネルギー補正

$$E_n^{(1)} = \frac{1}{2} \left[(V_{aa} + V_{bb}) \pm \sqrt{(V_{aa} - V_{bb})^2 + 4|V_{ab}|^2} \right]$$

相互作用表示

$$|\psi(t)\rangle_I := \exp\left(i \frac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar} t\right) |\psi(t)\rangle$$

朝永・Schwinger 方程式

$$\begin{cases} i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle_I = \hat{V}_I(t) |\psi(t)\rangle_I \\ \hat{V}_I(t) = \exp\left(i \frac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar} t\right) \hat{V}(t) \exp\left(-i \frac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar} t\right) \end{cases}$$

非定常摂動量子系の時間発展

$$i\hbar \frac{d}{dt} c_m(t) = \sum_n c_n(t) V_{mn}(t) e^{i\omega_{mn}t}$$

共鳴条件

$$\omega = \omega_{21} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$$

$|\psi(t_0)\rangle_I = |i\rangle$ の時間発展

$$\begin{cases} |\psi(t)\rangle_I &= \left(1 + c_{i,i}^{(1)}(t)\right) |i\rangle + \sum_{n \neq i} c_{n,i}^{(1)}(t) |n\rangle \\ c_{n,i}^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t V_{n,i} e^{i\omega_{ni}t} dt \end{cases}$$

Fermi の黄金律

$$\omega_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f | \hat{V} | i \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i)$$

電磁場中の電子のハミルトニアン

$$H = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 - e\phi$$

局所ゲージ変換に対して不変な Schrödinger 方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \left[\frac{1}{2m} (\hat{\mathbf{p}} + e\hat{\mathbf{A}})^2 - e\phi \right] \psi$$

散乱問題の境界条件

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

散乱振幅と微分断面積の関係

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2$$

球対称ポテンシャルの散乱振幅

$$f^{(1)}(\theta) = -\frac{2m}{\hbar^2 q} \int_0^\infty r V(r) \sin qr \, dr$$

部分波展開した散乱の波動関数

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l j_l(kr) P_l(\cos \theta) + \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l P_l(\cos \theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

光学定理

$$\sigma^{\text{tot}} = \frac{4\pi}{k} \text{Im } f(0)$$

特殊相対性原理

あらゆる慣性系で同じ物理法則が成り立つ.

光速不変の原理

あらゆる慣性系で真空中の光の速さは同一である.

Lorentz 変換

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \begin{pmatrix} 1 & -v/c \\ -v/c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

速度の合成

$$V = \frac{v + u'}{1 + vu'/c^2}$$

Lorentz 収縮

$$L' = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} L$$

時間の遅れ

$$\Delta T = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \Delta \tau$$

Lorentz 変換に対して共変な Maxwell 方程式

$$\begin{aligned} \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} + \partial_\lambda F_{\mu\nu} &= 0 \\ \partial^\nu H_{\nu\mu} &= j_\mu \\ \partial_\mu j^\mu &= 0 \end{aligned}$$

Klein-Gordon 方程式

$$\left[\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \psi = 0$$

Dirac 方程式

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + i\hbar c \boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla - \beta mc^2 \right) \psi = 0$$