変分法の基本原理

任意の状態ベクトル $|\psi\rangle$ に対して $|\psi\rangle$ でのエネルギー関数 $E(\psi)$ について，

$$E(\psi) = \frac{\langle\psi|\hat{H}|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle} \geq E_0 \tag{0.0.1}$$

なる不等式が成り立つ．ただし E_0 は $\hat{H}$ の固有エネルギーの中で最低のものである．

1 次摂動によるエネルギー補正

$$E_n^{(1)} = \left\langle n^{(0)} \middle| \hat{V} \middle| n^{(0)} \right\rangle \tag{0.0.2}$$

1 次摂動による固有ベクトル補正

$$\left|n^{(1)}\right\rangle = \sum_{m\neq n} \frac{\left\langle m^{(0)} \middle| \hat{V} \middle| n^{(0)} \right\rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \left|m^{(0)}\right\rangle \tag{0.0.3}$$

2 次摂動によるエネルギー補正

$$E_n^{(2)} = \sum_{m\neq n} \frac{\left|\left\langle m^{(0)} \middle| \hat{V} \middle| n^{(0)} \right\rangle\right|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \tag{0.0.4}$$

縮退がある場合の摂動論による 1 次エネルギー補正

$$E_n^{(1)} = \frac{1}{2}\left[(V_{aa} + V_{bb} \pm \sqrt{(V_{aa} - V_{bb})^2 + 4|V_{ab}|^2})\right] \tag{0.0.5}$$

相互作用表示

$$|\psi(t)\rangle_{\mathrm{I}} := \exp\left(\mathrm{i}\frac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar}t\right)|\psi(t)\rangle \tag{0.0.6}$$

朝永・Schwinger 方程式

$$\begin{cases} \mathrm{i}\hbar\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\psi(t)\rangle_{\mathrm{I}} = \hat{V}_{\mathrm{I}}(t)|\psi(t)\rangle_{\mathrm{I}} \\ \hat{V}_{\mathrm{I}}(t) = \exp\left(\mathrm{i}\dfrac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar}t\right)\hat{V}(t)\exp\left(-\mathrm{i}\dfrac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar}t\right) \end{cases} \tag{0.0.7}$$

非定常摂動量子系の時間発展

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}c_m(t) = \sum_n c_n(t)V_{mn}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_{mn}t} \tag{0.0.8}$$

共鳴条件

$$\omega = \omega_{21} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} \tag{0.0.9}$$

$\left|\psi(t_0)\right\rangle_{\mathrm{I}} = \left|i\right\rangle$ の時間発展

$$\begin{cases} \left|\psi(t)\right\rangle_{\mathrm{I}} & = \left(1 + c_{i,i}^{(1)}(t)\right)\left|i\right\rangle + \displaystyle\sum_{n\neq i} c_{n,i}^{(1)}(t)\left|n\right\rangle \\ c_{n,i}^{(1)}(t) & = -\dfrac{\mathrm{i}}{\hbar}\displaystyle\int_{t_0}^{t} V_{n,i}\mathrm{e}^{i\omega_{ni}t}\,\mathrm{d}t \end{cases} \tag{0.0.10}$$

Fermi の黄金律

$$\omega_{i\to f} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\left\langle f\middle|\hat{V}\middle|i\right\rangle\right|^2 \delta(E_f - E_i) \tag{0.0.11}$$

電磁場中の電子のハミルトニアン

$$H = \frac{1}{2m}(\boldsymbol{p} + e\boldsymbol{A})^2 - e\phi \tag{0.0.12}$$

局所ゲージ変換に対して不変な Schrödinger 方程式

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \left[\frac{1}{2m}\left(\hat{\boldsymbol{p}} + e\hat{\boldsymbol{A}}\right)^2 - e\phi\right]\psi \tag{0.0.13}$$

散乱問題の境界条件

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}kz} + f(\theta)\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}}{r} \tag{0.0.14}$$

散乱振幅と微分断面積の関係

$$\sigma(\theta) = \left|f(\theta)\right|^2 \tag{0.0.15}$$

球対称ポテンシャルの散乱振幅

$$f^{(1)}(\theta) = -\frac{2m}{\hbar^2 q}\int_0^\infty rV(r)\sin qr\,\mathrm{d}r \tag{0.0.16}$$

部分波展開した散乱の波動関数

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\mathrm{i}^l j_l(kr)P_l(\cos\theta) + \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)a_l P_l(\cos\theta)\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}}{r} \tag{0.0.17}$$

光学定理

$$\sigma^{\mathrm{tot}} = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f(0) \tag{0.0.18}$$

特殊相対性原理

あらゆる慣性系で同じ物理法則が成り立つ.

光速度不変の原理

あらゆる慣性形で真空中の光の速さは同一である.

Lorentz 変換

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \begin{pmatrix} 1 & -v/c \\ -v/c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} \tag{0.0.19}$$

速度の合成

$$V = \frac{v+u'}{1+\frac{vu'}{c^2}} \tag{0.0.20}$$

Lorentz 収縮

$$L' = \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} L \tag{0.0.21}$$

時間の遅れ

$$\Delta T = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \Delta\tau \tag{0.0.22}$$

Lorentz 変換に対して共変な Maxwell 方程式

$$\partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} + \partial_\lambda F_{\mu\nu} = 0 \tag{0.0.23}$$

$$\partial^\nu H_{\nu\mu} = j_\mu \tag{0.0.24}$$

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \tag{0.0.25}$$

Klein-Gordon 方程式

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right) \psi = 0 \tag{0.0.26}$$

Dirac 方程式

$$\left(\mathrm{i}\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \mathrm{i}\hbar c \boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla - \beta mc^2 \right) \psi = 0 \tag{0.0.27}$$