変分法の基本原理

任意の状態ベクトル $\left|\psi\right\rangle$ に対して $\left|\psi\right\rangle$ でのエネルギー関数 $E(\psi)$ について，

$$E(\psi) = \frac{\left\langle\psi\middle|\hat{H}\middle|\psi\right\rangle}{\left\langle\psi\middle|\psi\right\rangle} \geq E_0$$

なる不等式が成り立つ．ただし E_0 は $\hat{H}$ の固有エネルギーの中で最低のものである．

1 次摂動によるエネルギー補正

$$E_n^{(1)} = \left\langle n^{(0)}\middle|\hat{V}\middle|n^{(0)}\right\rangle$$

1 次摂動による固有ベクトル補正

$$\left|n^{(1)}\right\rangle = \sum_{m\neq n} \frac{\left\langle m^{(0)}\middle|\hat{V}\middle|n^{(0)}\right\rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \left|m^{(0)}\right\rangle$$

2 次摂動によるエネルギー補正

$$E_n^{(2)} = \sum_{m\neq n} \frac{\left|\left\langle m^{(0)}\middle|\hat{V}\middle|n^{(0)}\right\rangle\right|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$

縮退がある場合の摂動論による 1 次エネルギー補正

$$E_n^{(1)} = \frac{1}{2}\left[(V_{aa} + V_{bb}) \pm \sqrt{(V_{aa} - V_{bb})^2 + 4\left|V_{ab}\right|^2}\right]$$

相互作用表示

$$\left|\psi(t)\right\rangle_{\mathrm{I}} \coloneqq \exp\left(\mathrm{i}\frac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar}t\right)\left|\psi(t)\right\rangle$$

朝永・Schwinger 方程式

$$\begin{cases} \mathrm{i}\hbar\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left|\psi(t)\right\rangle_{\mathrm{I}} = \hat{V}_{\mathrm{I}}(t)\left|\psi(t)\right\rangle_{\mathrm{I}} \\ \hat{V}_{\mathrm{I}}(t) = \exp\left(\mathrm{i}\dfrac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar}t\right)\hat{V}(t)\exp\left(-\mathrm{i}\dfrac{\hat{H}^{(0)}}{\hbar}t\right) \end{cases}$$

非定常摂動量子系の時間発展

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}c_m(t) = \sum_n c_n(t)V_{mn}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_{mn}t}$$

共鳴条件

$$\omega = \omega_{21} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$$

$|\psi(t_0)\rangle_{\mathrm{I}} = |i\rangle$ の時間発展

$$\begin{cases} |\psi(t)\rangle_{\mathrm{I}} & = \left(1 + c_{i,i}^{(1)}(t)\right)|i\rangle + \displaystyle\sum_{n \neq i} c_{n,i}^{(1)}(t)\,|n\rangle \\ c_{n,i}^{(1)}(t) & = -\dfrac{\mathrm{i}}{\hbar}\displaystyle\int_{t_0}^{t} V_{n,i}\mathrm{e}^{i\omega_{ni}t}\,\mathrm{d}t \end{cases}$$

Fermi の黄金律

$$\omega_{i\to f} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\left\langle f\middle|\hat{V}\middle|i\right\rangle\right|^2 \delta(E_f - E_i)$$

電磁場中の電子のハミルトニアン

$$H = \frac{1}{2m}(\boldsymbol{p} + e\boldsymbol{A})^2 - e\phi$$

局所ゲージ変換に対して不変な Schrödinger 方程式

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \left[\frac{1}{2m}\left(\hat{\boldsymbol{p}} + e\hat{\boldsymbol{A}}\right)^2 - e\phi\right]\psi$$

散乱問題の境界条件

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}kz} + f(\theta)\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}}{r}$$

散乱振幅と微分断面積の関係

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2$$

球対称ポテンシャルの散乱振幅

$$f^{(1)}(\theta) = -\frac{2m}{\hbar^2 q}\int_0^\infty rV(r)\sin qr\,\mathrm{d}r$$

部分波展開した散乱の波動関数

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\mathrm{i}^l j_l(kr)P_l(\cos\theta) + \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)a_l P_l(\cos\theta)\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}}{r}$$

光学定理

$$\sigma^{\mathrm{tot}} = \frac{4\pi}{k}\,\mathrm{Im}\,f(0)$$

特殊相対性原理

あらゆる慣性系で同じ物理法則が成り立つ.

光速度不変の原理

あらゆる慣性形で真空中の光の速さは同一である.

Lorentz 変換

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \begin{pmatrix} 1 & -v/c \\ -v/c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

速度の合成

$$V = \frac{v+u'}{1+vu'/c^2}$$

Lorentz 収縮

$$L' = \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}L$$

時間の遅れ

$$\Delta T = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\Delta\tau$$

Lorentz 変換に対して共変な Maxwell 方程式

$$\begin{aligned}
&\partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} + \partial_\lambda F_{\mu\nu} = 0 \\
&\partial^\nu H_{\nu\mu} = j_\mu \\
&\partial_\mu j^\mu = 0
\end{aligned}$$

Klein-Gordon 方程式

$$\left[\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \boldsymbol{\nabla}^2 + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right]\psi = 0$$

Dirac 方程式

$$\left(\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \mathrm{i}\hbar c\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\nabla} - \beta mc^2\right)\psi = 0$$