この章ではプラズマがどのような運動をするかを学ぶ.

0.1 はじめに

プラズマ輸送の解析には**流体モデル** (Fluid Model) と**運動論的モデル** (Kinetic Model) を用いる. 前者はプラズマを連続体として扱い, 巨視的なプラズマの振る舞いを記述する. 後者は粒子個々の運動を解き, 微視的なプラズマの振る舞いを記述する.

0.2 一様磁場中での粒子の運動

0.2.1 磁場に垂直方向の運動

一様磁場中では電荷はサイクロトロン運動をする. 美束密度 $\boldsymbol{B}$ 中を電荷 q を持つ粒子が速度 $\boldsymbol{v}$ で運動しているとする. この粒子が受ける力は

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \tag{0.2.1}$$

である. ここで,

$$\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{0.2.2}$$

なので Lorentz 力は仕事をしないことがわかる.

この粒子の運動方程式は以下のようになる.

$$m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \tag{0.2.3}$$

ここで, $\boldsymbol{B} = (0, 0, B)$, $\boldsymbol{v} = (v_x, v_y, v_z)$ とする. 運動方程式の各成分は

$$m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = qv_yB \tag{0.2.4}$$

$$m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -qv_xB \tag{0.2.5}$$

$$m\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{0.2.6}$$

となる. これらを整理すると,

$$\ddot{v_x} = \frac{qB}{m}v_x \to \ddot{v_x} = -\omega_\mathrm{c}^2 v_x \tag{0.2.7}$$

$$\ddot{v_y} = -\frac{qB}{m}v_y \to \ddot{v_y} = \omega_\mathrm{c}^2 v_y \tag{0.2.8}$$

となる. よって, 荷電粒子は xy 平面上を**サイクロトロン周波数** (cyclotron frequency)$\omega_\mathrm{c} = qB/m$ で円運動することがわかる[1]. また, 初期条件

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ v_x = v_\perp \\ v_y = 0 \end{cases} \text{at } t = 0 \tag{0.2.9}$$

の下で, この粒子の軌道は

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{v_\perp}{\omega_\mathrm{c}}\sin(\omega_\mathrm{c}t) \\ y(t) = \dfrac{v_\perp}{\omega_\mathrm{c}}(\cos(\omega_\mathrm{c}t) - 1) \end{cases} \tag{0.2.10}$$

[1] 通常, サイクロトロン周波数という場合には, 電荷 q の絶対値をとって, $\omega_\mathrm{c} = |q|B/m$ とすることが多い.

となる．したがって，

$$x^2 + \left(y + \frac{v_\perp}{\omega_\mathrm{c}}\right)^2 = \left(\frac{v_\perp}{\omega_\mathrm{c}}\right)^2 \tag{0.2.11}$$

が成り立つので，この粒子の円運動の**旋回中心**は

$$(x_g, y_g) = (0, -\frac{v_\perp}{\omega_\mathrm{c}}) \tag{0.2.12}$$

で**旋回半径**は

$$r_\mathrm{L} = \frac{v_\perp}{|\omega_\mathrm{c}|} \tag{0.2.13}$$

である．

　まとめると，電荷数 Z の粒子のサイクロトロン周波数は

$$\omega_{\mathrm{c}j} = \frac{ZeB}{m_j} \tag{0.2.14}$$

である[2]．サイクロトロン半径は

$$r_{\mathrm{L}j} = \frac{m_j v_\perp}{ZeB} \tag{0.2.15}$$

である．また，熱速度 $v_{\mathrm{th}j}$ を用いて

$$r_{\mathrm{L}j} = \frac{m_j v_{\mathrm{th}j}}{ZeB} \tag{0.2.16}$$

と表すことが多い．

　z 軸方向には力は働かないので

$$v_\parallel = \dot{v_z} = \mathrm{const.} \tag{0.2.17}$$

$$z = z_0 + v_\parallel t \tag{0.2.18}$$

である．つまり，全体としてはらせん運動をしている．

[2] j はイオンか電子かを示す．

Index

旋回半径, 2