

課題 04

1218103 望月 雄友

C 課題

$U(10, 10)$, $U(50, 10)$, $U(50, 50)$, $U(80, 80)$ をガウス・ザイデル法で収束するまでプロットした。

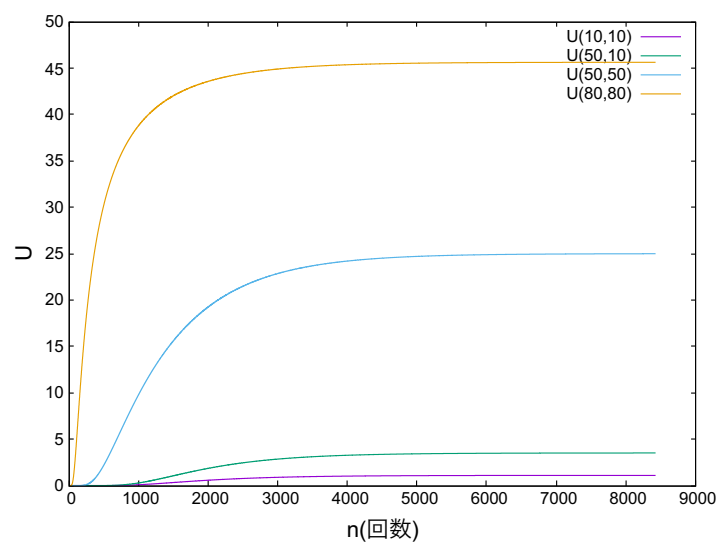


図 1 $U(10, 10)$, $U(50, 10)$, $U(50, 50)$, $U(80, 80)$

B 課題

収束するまでの $U(i,j)$ を三次元プロットした。

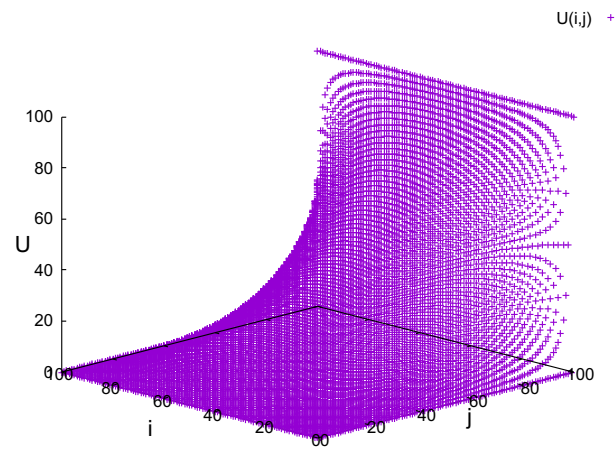


図2 $U(i,j)$

A 課題

SOR 法を用いて、 ω の値を変化させ、グラフをプロットした。

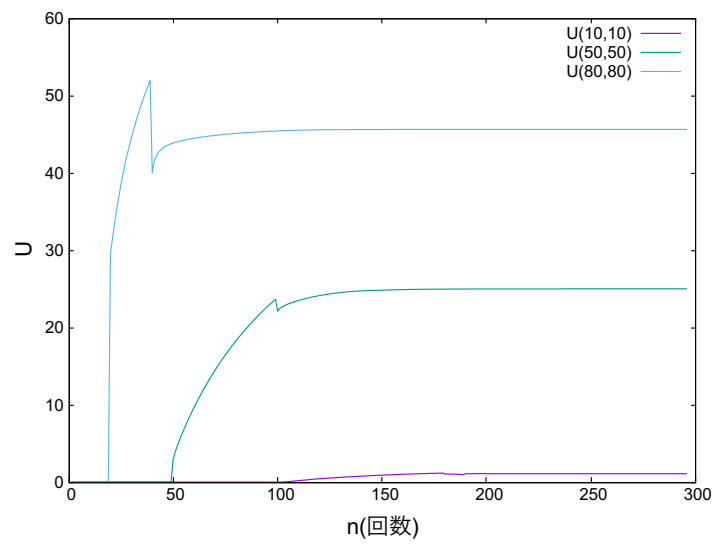


図3 $\omega = \omega_{opt}$

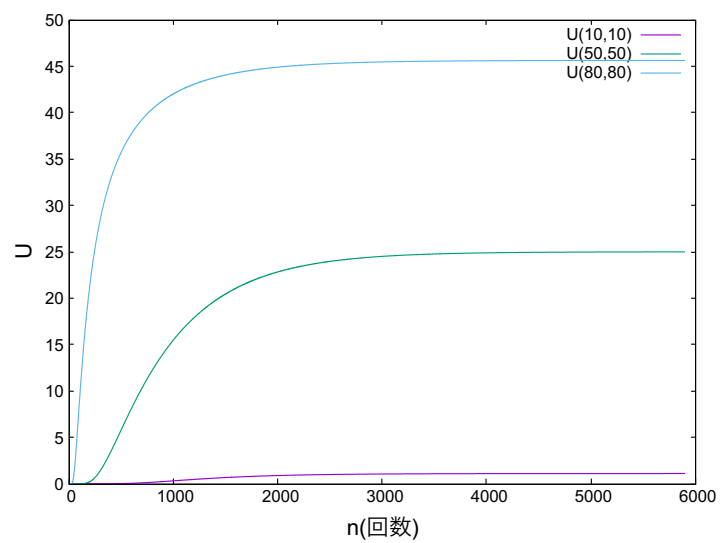


図 4 $\omega = 1.2$

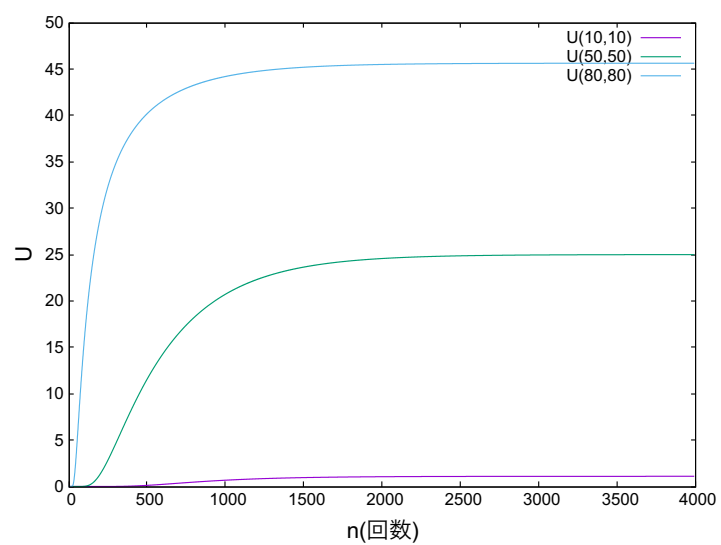


図 5 $\omega = 1.4$

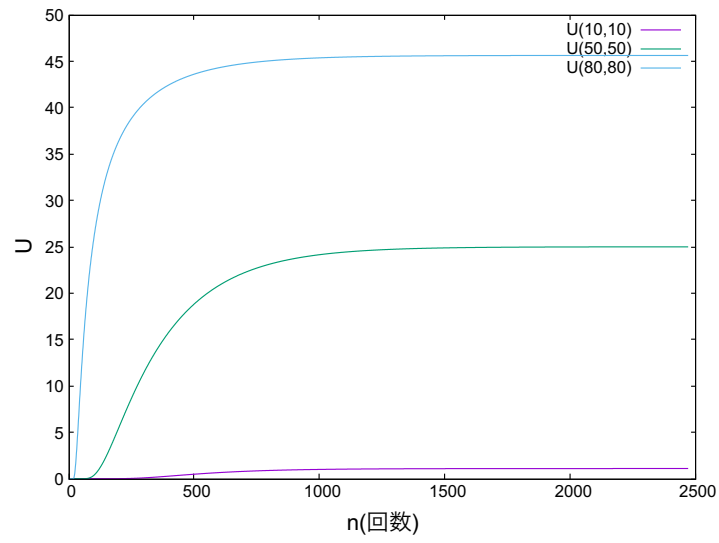


図 6 $\omega = 1.6$

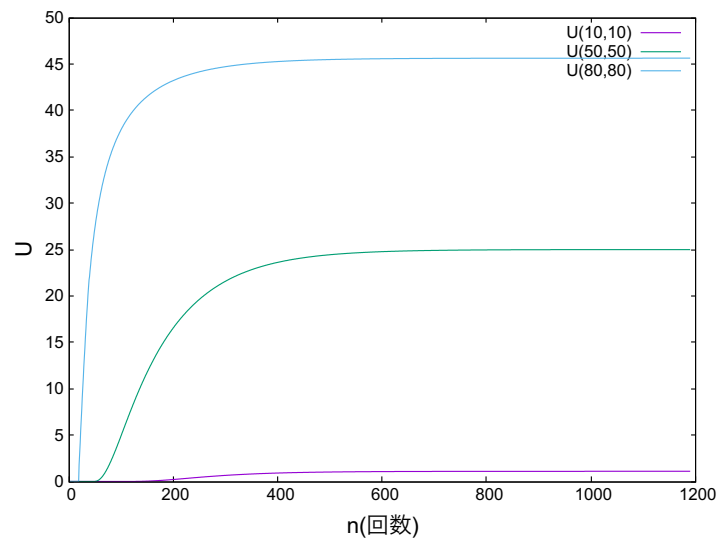


図 7 $\omega = 1.8$

これらから、 ω の値が大きくなればなるほど収束するスピードが早くなることがわかった。また、 $\omega = \omega_{opt}$ の時は、途中で、 U のジャンプが確認される特徴があることがわかった。

S 課題

・ $U(10,10), U(50,50), U(90,90)$ の3つの値の解析解 $U_{kai}(i,j)$ と数値解との差は $n=47$ 以降は、以下の表になった.

表 1 $U(10,10), U(50,50), U(90,90)$ の解析解との差

i	j	$U_{kai}(i,j) - U(i,j)$
10	10	0.000014
50	50	10.001070
90	90	0.000204

よってこの三点においては、 $n=47$ まで、解析解の和を取れば良いことがわかった.

・ 次に、 $n=47$ までの解析解と、解析解と数値解との差をプロットした.

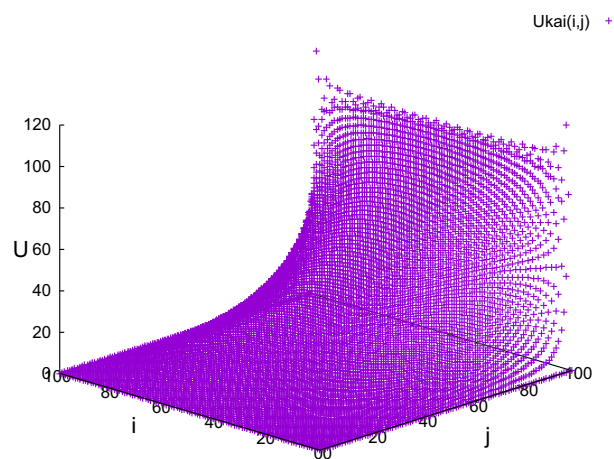


図 8 $n=47$ の時の解析解 $U_{kai}(i,j)$

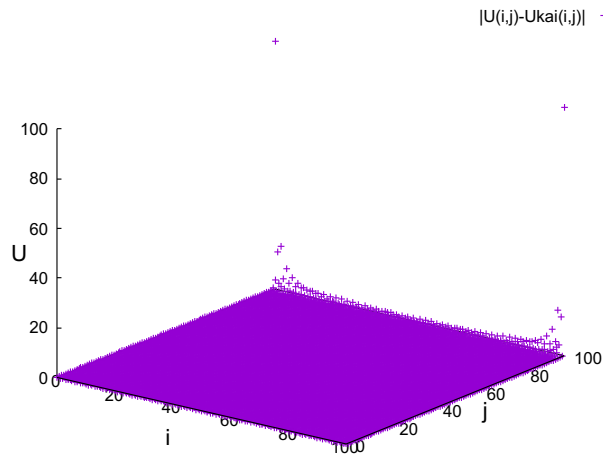


図 9 $n=47$ の時の $U_{kai}(i,j)-U(i,j)$

これららの図から，解析解と数値解を概ね一致していると言える．しかし， $(i,j) = (0,100), (100,100)$ 付近では大きな誤差が生じている．これを是正するため，数値解の初期条件に $U[0][N]=0.0$ と $U[N][N]=0.0;$ を新たに加えると，以下のグラフとなった．

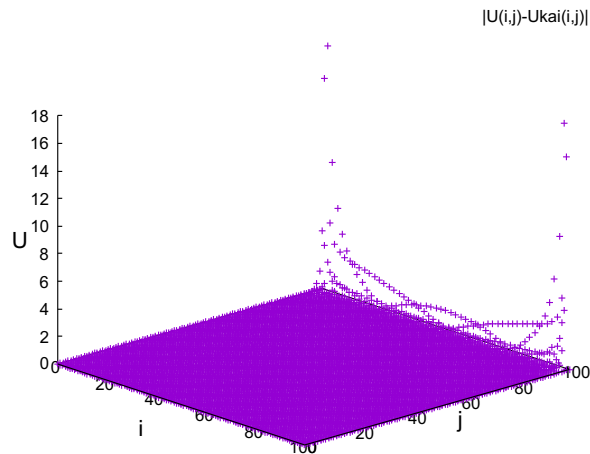


図 10 初期条件を変えた， $n=47$ の時の $U_{kai}(i,j)-U(i,j)$

これにより，大きな誤差はなくなった．さらに誤差を小さくするため， $n=10000$ までの和をとった解析解と数値解との差のグラフは以下となった．

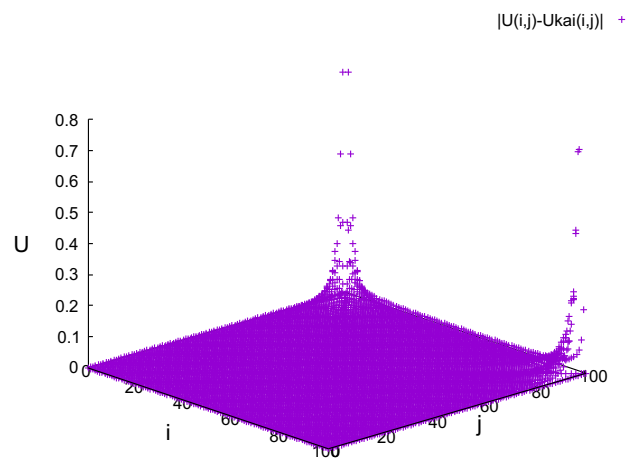


図 11 $n=10000$ の時の $U_{kai}(i,j)-U(i,j)$

これにより，誤差の最大値を 1 以下となり，さらに良い精度となることが確認できた．