課題 01

1218103 望月 雄友

C 課題

X線と物質の相互作用は,以下の式となる.

$$\frac{dy}{dx} = -\mu y \tag{1}$$

ただし、光子数を初期の光子数で割ったものを強度 y , 物質の深さを x , 質量密度係数と密度の積を μ とした.

この方程式をルンゲクッタ法を用いて、波長 0.1 [nm],0.03 [nm] の X 線が Al, Pb に入射した時の深さ x と強度 y を以下のグラフに表した.この時、波長が 0.1 [nm] の時の Al,Pb を Al(0.1),Pb(0.1) と表し、波長が 0.03 [nm] の時の Al,Pb を Al(0.03),Pb(0.03) と表した.

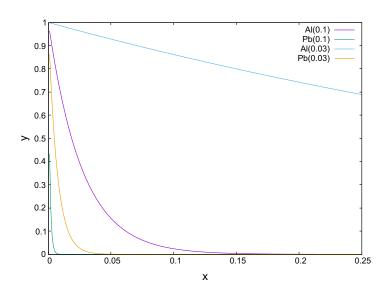


図1 Al,Pb の強度減少

図1より、波長や物質に依らず、X線の強度は減少していることが分かる。また、波長が短い、つまり X線のエネルギーが大きい方が小さい時と比べ、ゆっくり減少していることが分かる。そして Al と Pb を比べると、Al の方がゆっくり減少していることがわかった。よって、原子量が大きい方が X 線の吸収率が高いことが分かった。

B課題

C 課題で計算したプログラムの結果の強度 y が 1/100 にするための深さ x を計算した. 有効数字 3 桁で表すと、Al(0.1) は、0.124 [cm],Pb(0.1) は、0.00550 [cm] ,Al(0.03) は、3.09 [cm],Pb(0.03) は、0.0317 [cm] となった.

A 課題

真空のエネルギーを考慮しない場合、宇宙の膨張は以下の式となる.

$$\frac{da}{dt} = \pm H_0 \sqrt{\frac{\Omega_0}{a} - (\Omega_0 - 1)} \tag{2}$$

現在の時間を t=0 として,それより過去の時間を負の時間で表す. $\Omega_0=0.5,1,2$ の時の宇宙の始まりから現在までの膨張のグラフは以下となった.

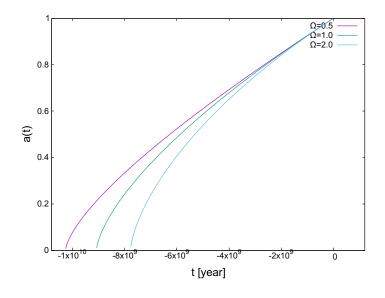


図 2 宇宙始まりから現在まで

図 2 から、現在の宇宙の年齢は、 $\Omega_0=0.5$ の時は、 1.0×10^{10} 歳、 $\Omega_0=1$ の時は、 9.0×10^9 歳、 $\Omega_0=2$ の時は、 7.8×10^9 歳であることが分かった.

S課題

真空のエネルギー Ω_{Λ} を導入し、宇宙が平坦であるとすると、

$$\frac{da}{dt} = \pm H_0 \sqrt{\frac{\Omega_0}{a} + \Omega_\Lambda a^2} \tag{3}$$

$$\Omega_0 + \Omega_{\Lambda} = 1 \tag{4}$$

となる. ここで $\Omega_{\Lambda}=0.74, \Omega_{0}=0.26$ とした時の宇宙の様子をグラフにする. ルンゲクッタ法を使い, 誕生から今までのデータ点と, 未来までのデータ点を出力し, それらを同時にプロットすると, 以下のグラフとなった.

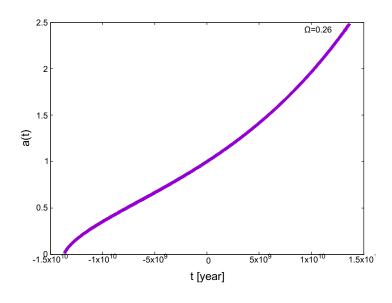


図3 宇宙始まりから未来

図 3 より,現在の宇宙の年齢は, 1.36×10^{10} 歳=136 億歳となった.また,現在の時刻を変曲点として,未来は加速膨張するだろうと予測できた.