

課題 03

1218103 望月 雄友

C 課題

$T[10], T[30], T[50]$ を時間を横軸，温度を縦軸にとり，グラフにした．

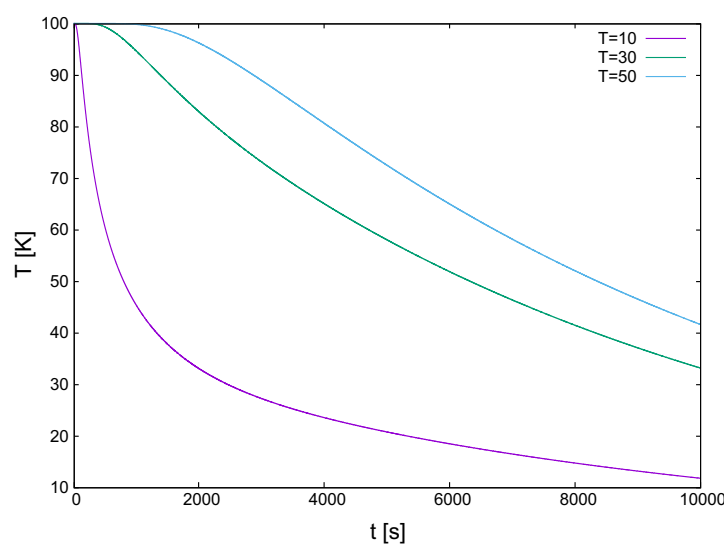


図 1 $x = 10, 30, 50$ の時の時間変化

このグラフから， x が末端に近いほど温度の減少が激しいことがわかる．

B 課題

j を 10000 までとり，100 ステップごとに $T(x, t)$ を三次元グラフにプロットした．

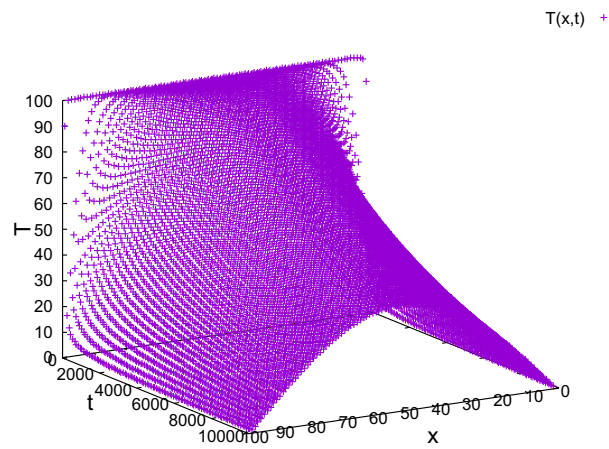


図2 $T(x,t)$

また，金属がアルミニウムの場合， $\Delta t = 1.196 \times 10^{-3}$ となった．よって，棒の中心が 10°C になるための時間は，約 $27 [\text{s}]$, 1°C になるための時間は，約 $52 [\text{s}]$ となることがわかった．

A 課題

同じ長さの鉄の場合は， $\Delta t = 7.345 \times 10^{-3}$ となるため，アルミニウムと比較すると，冷えるための時間が，約 6.14 倍長くなることが分かった．

次に，鉄の $x = 0$ の時， $T = 0$, $x = 100$ の時， $T = 50 \sin(\omega t)$ として， $\omega = 10, 100, 200$ 時間変化させた．

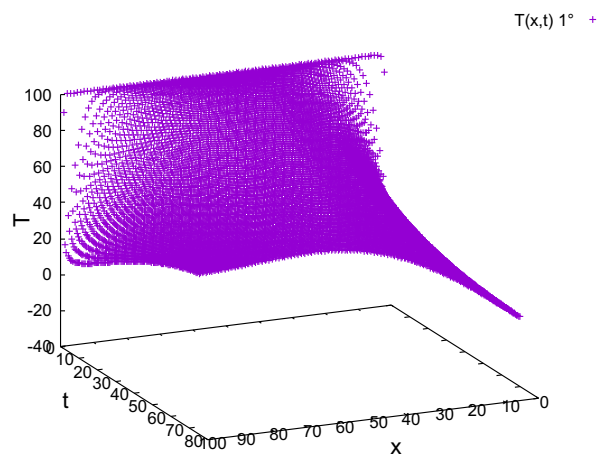


图 3 $T(x,t)$ 1 度

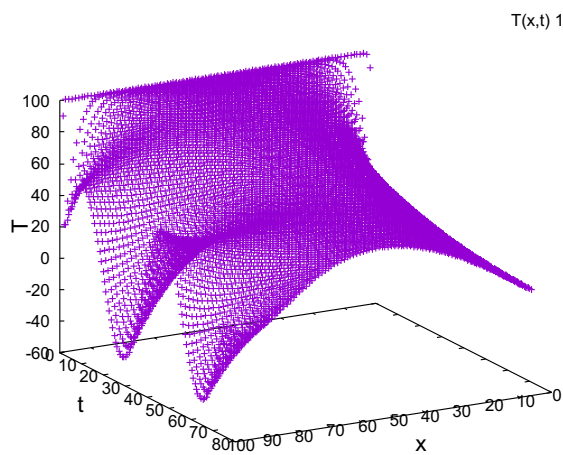


图 4 $T(x,t)$ 10 度

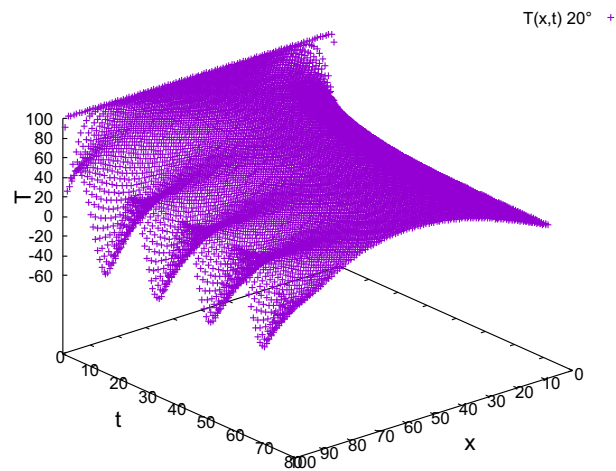


図5 $T(x,t)$ 20 度

これらのグラフから， $x = 50 \sim 100$ までの範囲が振動しながら，減衰していることがわかる．

そして， $x = 0 \sim 50$ をアルミニウム， $x = 50 \sim 100$ を鉄とした時のグラフを2つの方向から見た時のグラフは以下となった．

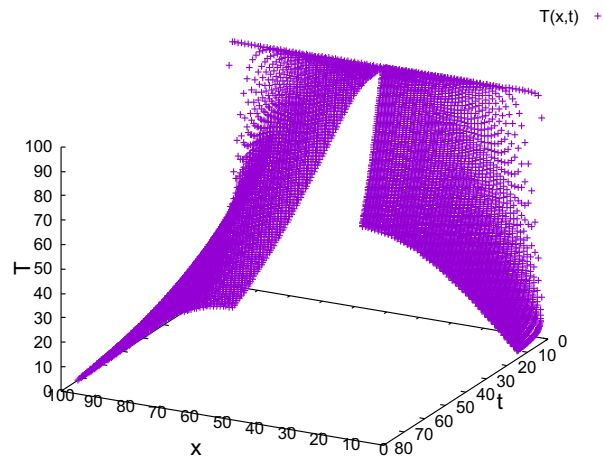


図6 $T(x,t)$ Al - Fe

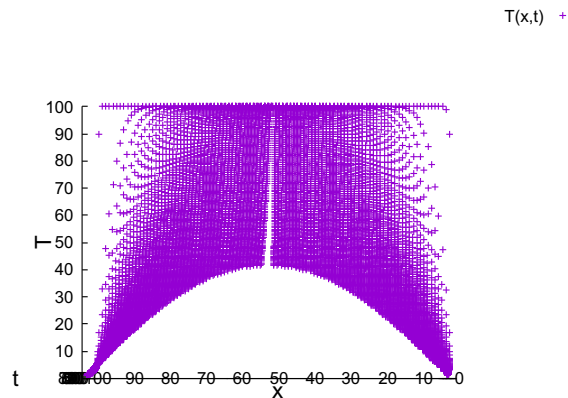


図 7 $T(x, t)$ $Al - Fe$

この 2 つのグラフから，試料が同じ温度になるまでに，鉄の方が，時間が長いことが分かった．

S 課題

棒の長さを 10 [cm] としたときの材質を鉄で考える．

・ 3 つのある $T(x, t)$ に対して，解析解との差をとり，解析解を小数点以下 10 桁まで出力し，何項まで足す必要があるか考察した．

(i) $x = 3, t = 51.415$ の時は $n=3$ の時，解析解との差は 5.3189588820 $n=5$ 以降は，5.3189580787 となった．

(ii) $x = 7, t = 36.725$ の時は $n=5$ の時，解析解との差は 3.6909353438 $n=7$ 以降は，3.6909353440 となった．

(iii) $x = 5, t = 22.035$ の時は $n=7$ の時，解析解との差は 2.8276348279 $n=9$ 以降は，2.8276348285 となった．

これらから，小数点以下 10 桁の精度で数値解と解析解の差を比べると，どこまでの精度を求めるのかにもよるが，小数点以下 8 桁の精度ならば， $n=9$ まで足し上げれば良いことが分かる．

・ $n=9$ まで足し上げた解析解のグラフと，数値解との差のグラフを以下に示す．

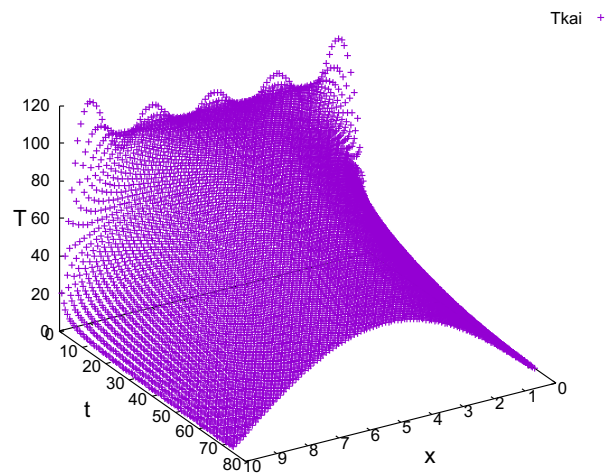


図 8 解析解の $T(x, t)$

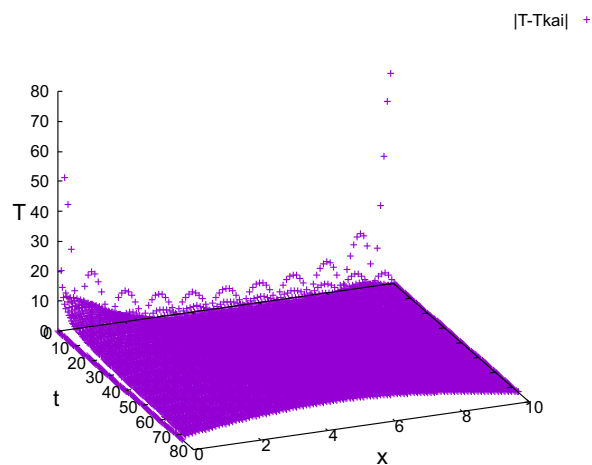


図 9 数値解と解析解の差 ($n=9$ まで)

これらのグラフから、 t が 0 付近以外では、ほとんど数値解と解析解の誤差はないことが分かる。しかし、 t が 0 付近では、大きな誤差がみられる。この誤差を小さくするために、さらに n について 99 まで足し上げると、以下のグラフとなった。

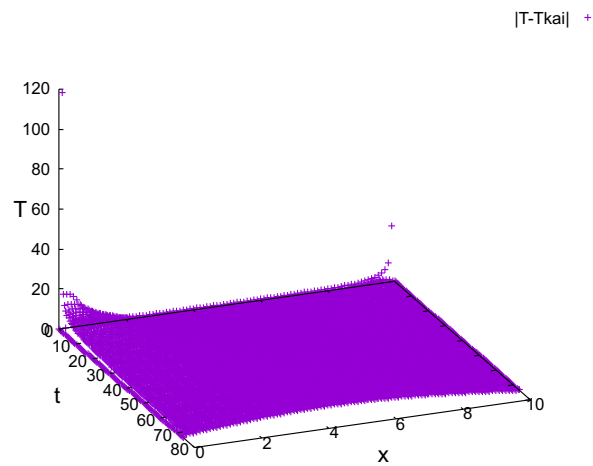


図 10 数値解と解析解の差 (n=99 まで)

この結果から， n を多く足すと， t が 0 付近の誤差を小さくすることができた．しかし， $x = 0.1$ では，数値解の温度を差分法で計算するため，0 とおいていることから，特に， $(x, t) = (0.1, 0)$ では，誤差が大きくなる結果となった．