課題 06

1218103 望月 雄友

C 課題

横軸を時間、縦軸を単位時間あたりの崩壊粒子の数を誤差棒つきでプロットすると以下のグラフとなった.

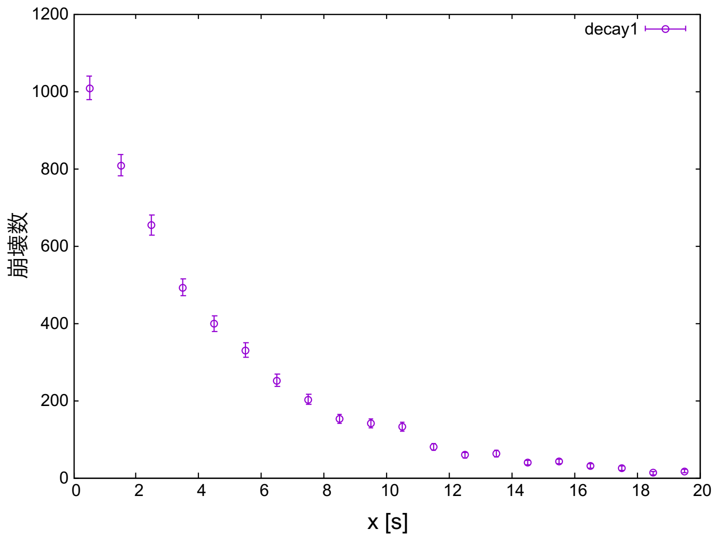


図 1　decay1 の時間-崩壊数

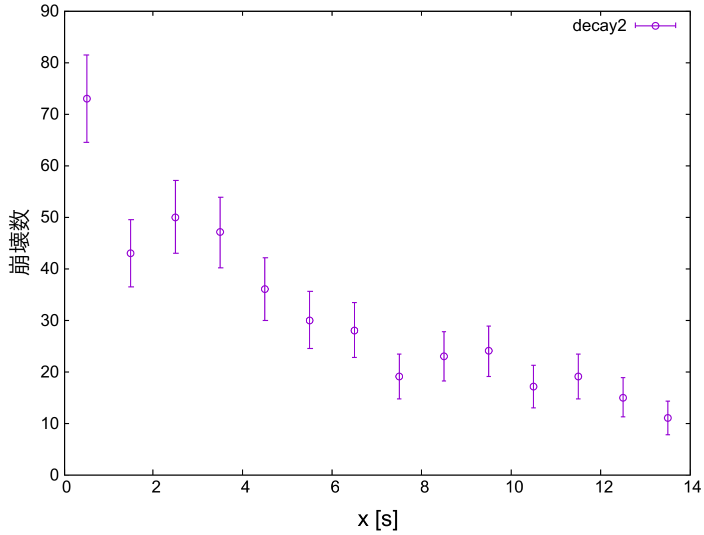


図 2　decay2 の時間-崩壊数

次に、単位時間あたりの崩壊数の対数をとり、誤差棒つきで時間に対してプロットした.

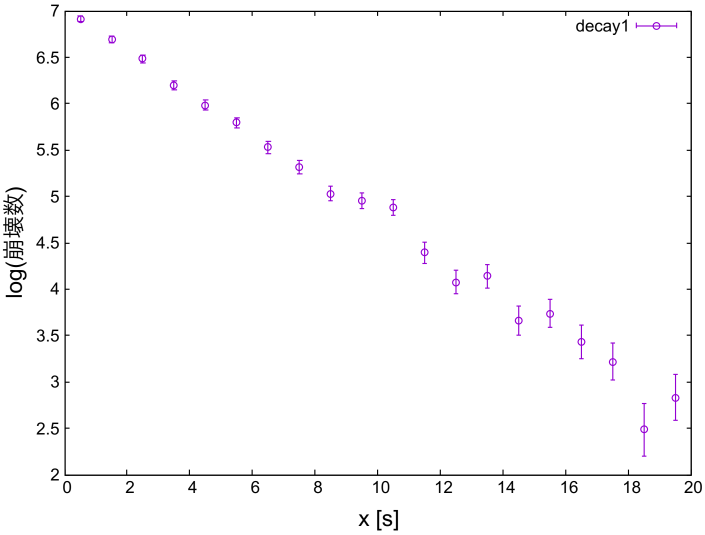


図 3　decay1 の時間-log(崩壊数)

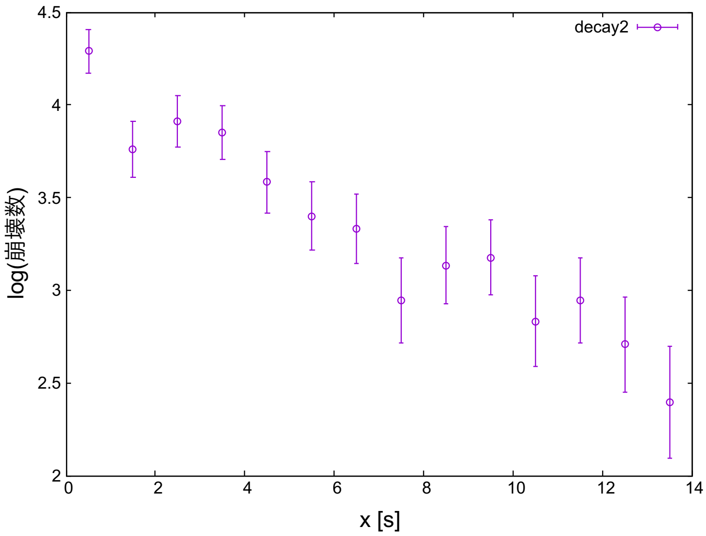


図 4　decay2 の時間-log(崩壊数)

B 課題

最小二乗法をプログラムで計算すると，

$$y_i = ax_i + b$$

において，

表 1　decay1 と decay2 の $a, b, \sigma_a, \sigma_b, \chi^2$

	a	b	σ_a	σ_b	χ^2
decay1	-0.222047	7.016497	0.003607	0.020966	17.014302
decay2	-0.126169	4.203819	0.012556	0.079533	8.844339

となった．

これを元に半減期を計算する．時刻 t における原子数を N_t, 初期粒子数を N_0 とおくと，半減期 T を用いて，

$$\mathrm{N_t} = \mathrm{N_0}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{T}}} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t} \tag{1}$$

と表すことができる．$\frac{dN_t}{dt} = n_t$ として，この式の両辺を時間で微分すると，

$$n_t = \frac{\ln 2}{T} N_t \tag{2}$$

となる．今回は $\ln(n_t) = at + b$ として回帰直線を求めたので，回帰直線を代入して半減期とその誤差を求めると，以下の表となった．

表 2　decay1 と decay2 の半減期と半減期の誤差

	T	σ_T
decay1	3.121623713	0.101444007
decay2	5.493799432	1.104393908

A 課題

あてはめた直線と log(崩壊数) を誤差棒つきで、時間にたいしてプロットすると以下のグラフとなった．

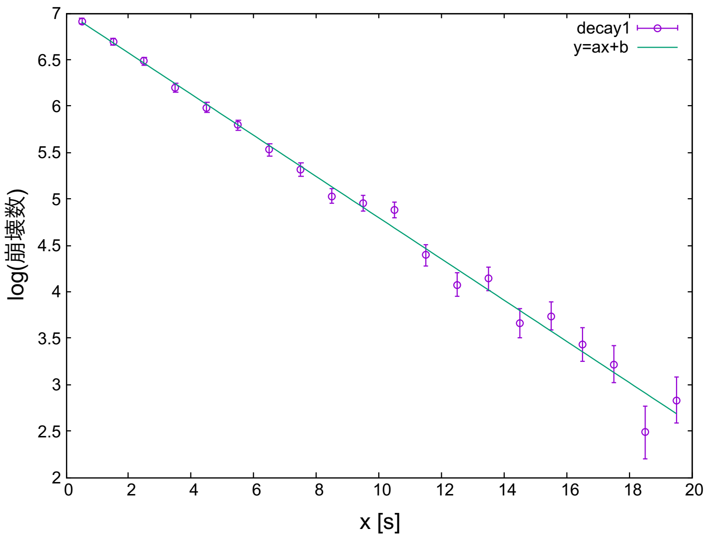


図 5　decay1 の時間-log(崩壊数) と回帰直線

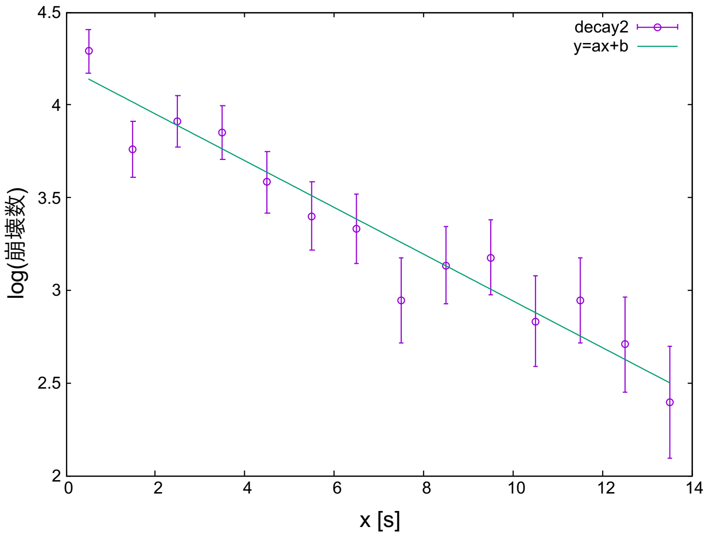


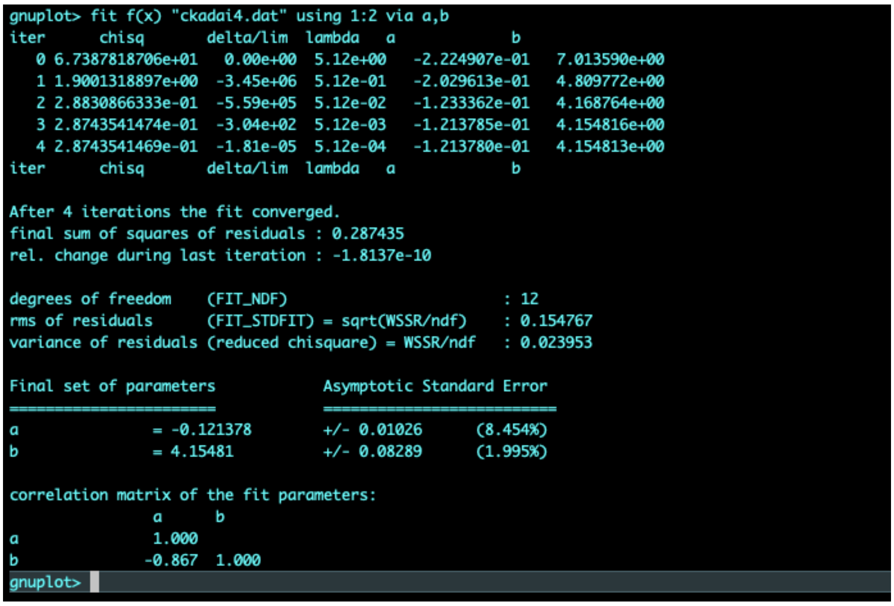
図 6　decay2 の時間-log(崩壊数) と回帰直線

S 課題

gnuplot でデータを一次関数でフィットした．その時のコマンドは以下のようになった．

```
gnuplot> f(x)=a*x+b
gnuplot> a=-0.22
gnuplot> b=7
gnuplot> fit f(x) "ckadai3.dat" using 1:2 via a,b
iter      chisq       delta/lim  lambda   a             b
   0 3.6919855474e-01   0.00e+00  5.27e+00    -2.200000e-01   7.000000e+00
   1 3.6340833809e-01  -1.59e+03  5.27e-01    -2.213293e-01   7.001921e+00
   2 3.6251136497e-01  -2.47e+02  5.27e-02    -2.224798e-01   7.013477e+00
   3 3.6251128584e-01  -2.18e-02  5.27e-03    -2.224907e-01   7.013590e+00
iter      chisq       delta/lim  lambda   a             b

After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 0.362511
rel. change during last iteration : -2.18283e-07

degrees of freedom    (FIT_NDF)                        : 18
rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 0.141914
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf   : 0.0201395

Final set of parameters            Asymptotic Standard Error
=======================            ==========================
a               = -0.222491        +/- 0.005503     (2.473%)
b               = 7.01359          +/- 0.06353      (0.9057%)

correlation matrix of the fit parameters:
                a      b
a               1.000
b              -0.866  1.000
gnuplot> 
```

図 7　decay1 の fit



```
gnuplot> fit f(x) "ckadai4.dat" using 1:2 via a,b
iter      chisq       delta/lim  lambda   a             b
   0 6.7387818706e+01   0.00e+00  5.12e+00   -2.224907e-01   7.013590e+00
   1 1.9001318897e+00  -3.45e+06  5.12e-01   -2.029613e-01   4.809772e+00
   2 2.8830866333e-01  -5.59e+05  5.12e-02   -1.233362e-01   4.168764e+00
   3 2.8743541474e-01  -3.04e+02  5.12e-03   -1.213785e-01   4.154816e+00
   4 2.8743541469e-01  -1.81e-05  5.12e-04   -1.213780e-01   4.154813e+00
iter      chisq       delta/lim  lambda   a             b

After 4 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 0.287435
rel. change during last iteration : -1.8137e-10

degrees of freedom    (FIT_NDF)                        : 12
rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 0.154767
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf   : 0.023953

Final set of parameters            Asymptotic Standard Error
=======================            ==========================
a               = -0.121378        +/- 0.01026      (8.454%)
b               = 4.15481          +/- 0.08289      (1.995%)

correlation matrix of the fit parameters:
                a      b
a               1.000
b              -0.867  1.000
gnuplot>
```

図 8　decay2 の fit

よってこれらの結果から χ^2 を計算し，以下の表にまとめた．

表 3　decay1 と decay2 の $a, b, \sigma_a, \sigma_b, \chi^2$(gnuplot)

	a	b	σ_a	σ_b	χ^2
decay1	-0.222491	7.01359	0.005503	0.06353	17.143567
decay2	-0.121378	4.15481	0.01026	0.08289	9.257367

gnuplot で求めた χ^2 を χ_g^2 とすると，decay1 の χ_g^2 と χ^2 の差は，

$$\chi_g^2 - \chi^2 = 0.129265$$

decay2 の χ_g^2 と χ^2 の差は，

$$\chi_g^2 - \chi^2 = 0.413028$$

となった．よって，gnuplot より最小二乗法のプログラムの方が精度が良いことが分かった．