ガウス・ザイデル法 ちょって手計算してみよう

$$\begin{cases} 7x + y + 2z = 10 & \cdots ① \\ x + 8y + 3z = 8 & \cdots ② \\ 2x + 3y + 9z = 6 & \cdots ③ \end{cases}$$

初期値 $x^{(0)} = 0$

$y^{(0)} = 0$

$z^{(0)} = 0$

①より

$$x = \frac{10 - y - 2z}{7}$$

②より

$$y = \frac{8 - x - 3z}{8}$$

③より

$$z = \frac{6 - 2x - 3y}{9}$$

$k = 1$

$$x^{(1)} = \frac{10 - y^{(0)} - 2z^{(0)}}{7}$$

$$= \frac{10 - 0 - 0}{7}$$

$$\fallingdotseq 1.42857$$

$$y^{(1)} = \frac{8 - x^{(1)} - 3z^{(0)}}{8}$$

$$= \frac{8 - 1.42857 - 0}{8}$$

$$= 0.82143$$

$$z^{(1)} = \frac{6 - 2x^{(1)} - 3y^{(1)}}{9}$$

$$= \frac{6 - 2.85714 - 2.46429}{9}$$

$$\fallingdotseq 0.07540$$

$$\begin{cases} x = 1.42857 \\ y = 0.82143 \\ z = 0.07540 \end{cases}$$

$k = 2$

$$x^{(2)} = \frac{10 - y^{(1)} - 2z^{(1)}}{7}$$
$$= \frac{10 - 0.82143 - 0.15080}{7}$$
$$\doteq 1.28968$$

$$y^{(2)} = \frac{8 - x^{(2)} - 3z^{(1)}}{8}$$
$$= \frac{8 - 1.28968 - 0.2262}{8}$$
$$\doteq 0.81052$$

$$z^{(2)} = \frac{6 - 2x^{(2)} - 3y^{(2)}}{9}$$
$$= \frac{6 - 2.57936 - 2.43156}{9}$$
$$\doteq 0.10990$$

$$\begin{cases} x = 1.28968 \\ y = 0.81052 \\ z = 0.10990 \end{cases}$$

$k = 3$

$$x^{(3)} = \frac{10 - y^{(2)} - 2z^{(2)}}{7}$$
$$= \frac{10 - 0.81052 - 0.21980}{7}$$
$$\doteq 1.28138$$

$$y^{(3)} = \frac{8 - x^{(3)} - 3z^{(2)}}{8}$$
$$= \frac{8 - 1.28138 - 0.32970}{8}$$
$$\doteq 0.79862$$

$$z^{(3)} = \frac{6 - 2x^{(3)} - 3y^{(3)}}{9}$$
$$= \frac{6 - 2.56276 - 2.39586}{9}$$
$$\doteq 0.11571$$

$$\begin{cases} x = 1.28138 \\ y = 0.79862 \\ z = 0.11571 \end{cases}$$