极限思想在高中物理学习中的应用

江苏省泰州中学　225300　单　蕾　戴　军

极限原本是数学中的一个名词，顾名思义，就是把一个数值无限放大或缩小，也可能是无限接近于某一个值. 极限法在进行某些物理过程的分析时，其基本步骤是，解题者可以将某个量进行无限增大与缩小，通过这个极限得到一个结论，然后通过该结论反推原题. 介于它的高效性，恰当应用极限法能够避免复杂计算，使问题化难为易，化繁为简，思路灵活，判断准确，提高解题效率.

一、极限思想在物理概念理解中的应用

高中物理概念是非常多的，在理解这些概念的时候往往不容易把握，但是如果渗透极限的思想，将会事半功倍.

例 1　对电子轨道能量的理解，如图 1 所示是玻尔理论的能级图，学生对于这样的问题往往产生一个疑问，既然是能级，能量值为什么是负值？而且电子作为实物粒子本身就在运动，它是具有动能的.

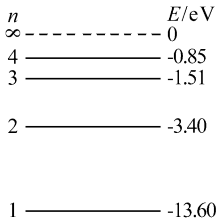

图1

解析　对于玻尔能级，电子位于无穷远处时，系统的总能量为零. 当电子从无穷远处向靠近核的能级跃迁时，核对电子的引力(电场力) 做正功，电势能 $Ep = -\frac{kQe}{r}$减小. 但电子的动能 $E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{kQe}{2r}$(库仑力充当向心力，$\frac{mv^2}{r} = \frac{kQe}{r^2}$) 增大. 波尔理论认为：电子向靠近核的轨道跃迁时，总能量减小，减小的能量以光子的形式辐射出去；电子吸收能量后向远离核的轨道跃迁，总能量增大. 应用极限的思想就很容易说清楚——取无穷远处为零势能参考面，那么库伦力做正功，电势能减小，自然是负的，而且这个负值比电子动能要大，学生就很容易理解了.

拓展一　将该问题进行拓展，就可以很好地解释天体运动中天体引力势能为负值的问题——取无穷远(极限) 为参考面，万有引力做正功，引力势能减小，所以天体的引力势能为负.

拓展二　对分子势能的理解

例 2　如图 2 所示，甲分子固定在坐标原点 O，乙分子沿 x 轴运动，两分子间的分子势能 E_p 与两分子间距离的变化关系如图中曲线所示. 图中分子势能的最小值为 $-E_0$. 若两分子所具有的总能量为 0，则下列说法中正确的是

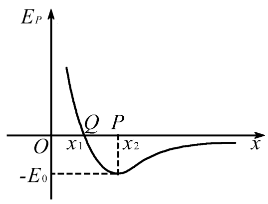

图2

▶生不假思索地作了肯定的错误判断，其实这些学生被生活经验的假象所迷惑. 于是，教师再摆出了一连串的生活化的例子：静止的足球，运动员的脚踢它才能滚动；静止的翻斗车，工人推它才会前移；静止的柳树条，随着微风的吹拂才能婀娜起舞……假如不踢、不推、不吹，这些物体相对于地面而言是不会动的. 此后教师继续设问“这些物体的运动真的需要力来维持吗？”学生的争论声几乎能淹没整个教室，他们都投入到师生互动中去，为提高课堂教学效率唱响了前奏曲.

教无定法，贵在有效. 新课的导入既像一座桥梁，联系着新旧知识，又如一幕戏剧的序幕，预示着后面的高潮和结局，更如大海中的航标，引领学生在知识的海洋里顶风破浪地前进. 当然，高中物理新课导入的方法除了上述五种方法以外，还有故事导入、诗词导入、直观导入等多种办法，我们必须坚持因材施教原则，结合教学实际，预设行之有效的导入方法，进一步激发学生的学习兴趣，启迪发学生的思维，为提高学生的核心素养奠定基础，为整节课教学效率的提升开一个好头.

A. 乙分子在 P 点($x=x_2$)时，加速度最大

B. 乙分子在 P 点($x=x_2$)时，其动能为 E_0

C. 乙分子在 Q 点($x=x_1$)时，处于平衡状态

D. 乙分子的运动范围为 $x \geqslant x_1$

解析　首先对于图象，x_2 位置是分子势能最小处，但是其值也是取无穷远为 0 这个极限之后才确定的. 因此就很好地说明了为什么分子势能有一部分为负值，而且最后是无限趋近于 0 的. 分子处于 r_0 位置时所受分子合力为零，加速度为零，此时分子势能最小，分子的动能最大，总能量保持不变，由题图可知 x_2 位置即是 r_0 位置，此时加速度为零，A 错. $x=x_2$ 位置，势能为 $-E_0$，则动能为 E_0，B 项正确. 在 Q 点，$E_p=0$ 但分子力不为零，分子并非处于平衡状态，C 项错. 在乙分子沿 x 轴向甲分子靠近的过程中，分子势能先减小后增大，分子动能先增大后减小，即分子速度先增大后减小，到 Q 点分子速度刚好减为零，此时由于分子斥力作用，乙分子再远离甲分子沿原路返回，即乙分子运动的范围为 $x \geqslant x_1$，D 项正确.

二、极限思想在运动问题中的应用

极限思想在解决复杂问题过程中可以大大减少计算量，甚至免于计算. 而且将某些物理量无限放大和缩小之后会增加解题的趣味性. 例如，常见的追及相遇问题就变得容易理解，后面车减速追击前面匀速或者加速车，当后面车的速度已经小到和前面车速度一样这个极限时，依旧没有追上，那么后车就没有机会追上前车了——于是我们得出了追及问题的临界状态就是二车速度相等的状态.

例 3　从底角为 θ 的斜面顶端，以初速度 v_0 水平抛出一小球，不计空气阻力，若斜面足够长，如图 3 所示，则小球抛出后，离开斜面的最大距离 H 为多少?

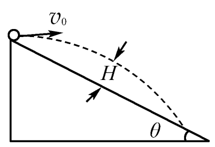

图3

解析一　当物体的速度方向与斜面平行时，物体离斜面最远. 以水平向右为 x 轴正方向，竖直向下为 y 轴正方向，则由: $v_y = v_0 tan\theta = gt$，解得运动时间为

$$t = \frac{v_0}{g}\tan\theta$$

该点的坐标为:

$$x = v_0 t = \frac{v_0^2}{g}\tan\theta,$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v_0^2}{2g}\tan^2\theta$$

由几何关系得:

$$\frac{H}{\cos\theta} + y = x\tan\theta$$

解得小球离开斜面的最大距离为:

$$H = \frac{v_0^2}{2g}\tan\theta \cdot \sin\theta$$

解析二　采用极限的思想，首先引导学生弄清楚何时有离开斜面的最大距离——小球的运动只有垂直斜面的分量决定离开还是靠近斜面，而斜面平行的分量则与此无关. 因此这道题若以沿斜面方向和垂直于斜面方向建立坐标轴，求解则更加简便:

只需将初速度 v_0 的垂直斜面分量 $v_0\sin\theta$ 分解出来，这个方向上小球做匀减速直线运动;

然后将该方向的加速度分 $a = g\cos\theta$

分解出来代入公式的 $2aH = (v_0\sin\theta)^2$

解得最大距离 $H = \frac{v_0^2}{2g}\tan\theta \cdot \sin\theta$ 与解析一一致.

三、极限问题在平衡问题中的应用

极限在平衡问题中往往代表的是一个临界状态，而临界状态恰恰是解决问题的关键.

例 4　如图 4 所示，半径为 R 的匀质半球体，其重心在球心 O 点正下方 C 点处，$OC = \frac{3}{8}R$，半球重为 G，半球放在水平面上，在半球的平面上放一重为 $\frac{G}{8}$ 的物体，它与半球平在间的动摩擦因数 $\mu = 0.2$，求无滑动时物体离球心 O 点最大距离是多少?

解析　设物体距球心为 x 时恰好无滑动，以和地面接触点为轴，根据平衡条件有:

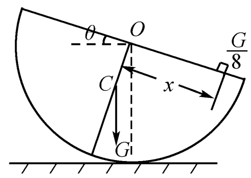

图4

$$G \cdot \frac{3R}{8}\sin\theta = \frac{G}{8} \cdot x\cos\theta$$

得到: $x = 3R\tan\theta$

可见，x 随 θ 增大而增大. 临界情况对应物体所受摩擦力为最大静摩擦力，则:

$$\tan\theta_m = \frac{f_m}{N} = \mu = 0.2，所以\ x = 3\mu R = 0.6R.$$

综上所述，极限思想在解题中应用的目的在于将普通特殊化，然后由特殊的结论反推普遍情况，在解决一个量随另一个量变化等问题中有着显著的优势. 极限思维的应用也能够使学生对知识理解更加便捷，节省许多计算以及记忆时间，从而大大提高解题效率. 极限法的范畴很广，高中物理的极限法除了可以应用在学习过程中还可以在教学过程中使用，从而提高教与学的效率.