

1. כידוע, אם שני המשתנים המקריים X, Y קשורים על ידי הקשר הליניארי

$$Y = aX + c$$

כאשר a, c הם קבועים עם $a > 0$, אזי מקדם המתאם של X, Y הוא 1. העזר ב-Python לברר מה הוא מקדם המתאם של X, Y כאשר X, Y הם שני משתנים המקבלים ערכים שלמים בין 1 ובין $m - 1$ הקשורים על ידי

$$Y = aX + c \pmod{m}$$

כאשר

$$a = 69621, \quad c = 0, \quad m = 2147483647$$

2. כתוב פונקציות ב-Python מייצרות מספרים אקראיים נורמליים ממספרים אקראיים אחידים

(א) על ידי השיטה " $X = \sum_{i=1}^{12} U_i - 6$ " כאשר ה- U_i הם משתנים מקריים בלתי תלויים אחידים בקטע $[0, 1]$.

(ב) על ידי שיטת Box-Muller

(ג) על ידי השיפור של Marsaglia לשיטת Box-Muller

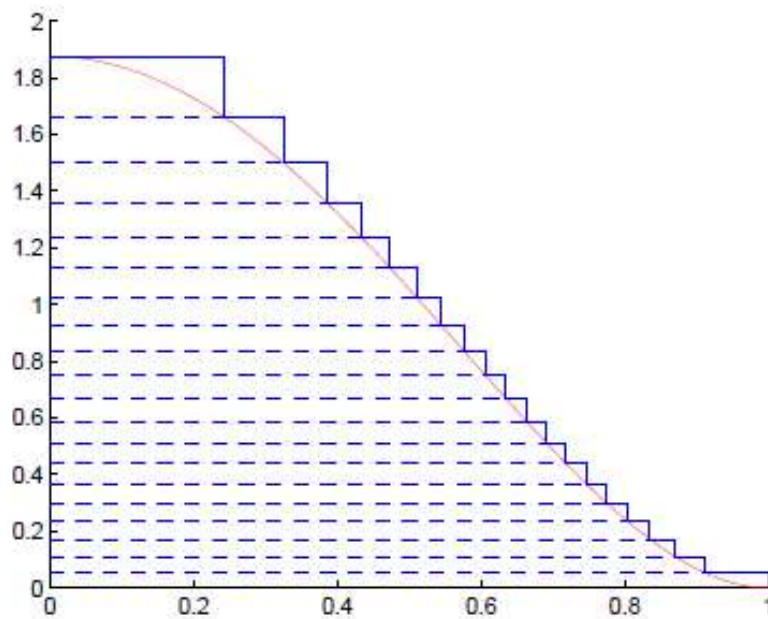
3. כתוב פונקציות ב-Python המייצרות מספרים אקראיים מההתפלגות

$$f(x) = \frac{15}{8}(1 - x^2)^2 \quad 0 < x < 1$$

המשתמשות בשתי השיטות הבאות:

(א) השיטה "אם $X \sim U(0, 1)$ אזי ל- $Y = F^{-1}(X)$ יש פונקציית הצטברות $F(y)$ "

(ב) שיטת הדחייה, כאשר משווים את פונקציית הצפיפות הרצויה עם זיגורט בעל 20 קומות כמו שמופיעה באיור למטה. ניתן למצוא קובץ M עם קודקודי הזיגורט באתר.



4. העזר בסימולציות מונטה קרלו למצוא אומדנים לתוחלת של

(א) ההפרש (בערך מוחלט) בין סכום התוצאות ו-14 כאשר מטילים קוביה 4 פעמים

(ב) התוצאה הגדולה ביותר כאשר מטילים קוביה 5 פעמים

(ג) מספר הפעמים שמתקבלת התוצאה "6" כאשר מטילים קוביה 10 פעמים

(ד) מספר הפעמים שמופיעה התוצאה הנפוצה ביותר כאשר מטילים קוביה 20 פעם.

בכל מקרה יש לתת אומדן לטעות בתשובה שלך.

5. העזר בשיטת מונטה-קרלו למצוא קירוב לנפח של כדור 10 מימדי, כלומר, מצא קירוב ל-

$$\int \int \dots \int_D dx_1 dx_2 \dots dx_{10}$$

כאשר

$$D = \{(x_1, x_2, \dots, x_{10}) \mid x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 \leq 1\}$$

יש למצוא את התשובה ל-3 ספרות דיוק, וניתן למצוא אל התשובה המדויקת ב-Wikipedia במאמר בנושא n-sphere, מומלץ לבדוק את התשובה על ידי סימולציות מונטה קרלו גם במ-ימדים אחרים !

בהצלחה!