Ch 1

1.4

基本假设：

① 解释变量 X_i 是确定性变量，非随机在重复抽样中为固定值

② 或者 X_i 虽然随机，但与扰动项 ε_i 不相关

③ 不存在测量误差和设定误差

④ 对于 ε_i：a、零均值假定 $E(\varepsilon_i)=0$

b、同方差假定 给定 X_i，$Var(\varepsilon_i)=\sigma^2$

c、无自相关假定 $Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0$，$i\neq j$

d、ε_i 与 X 不相关 $Cov(\varepsilon_i,X_i)=0$

e、正态性假定 $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma^2)$

1.7

基本依据：

收集到的数据变量之间的数学关系（线性、非线性）以及所研究问题背景的相关模型，例如数理经济中的投资函数、生产函数、需求函数、消费函数

Ch 2

2.2

解：由过原点可设：

$$Q(\beta_1)=RSS=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{\beta}_1x_i)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial \beta_1}\Big|_{\beta_0=\hat{\beta}_0}=-2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{\beta}_1x_i)x_i=0 \text{ 时},$$

$$\hat{\beta}_1=\frac{\sum x_iy_i}{\sum x_i^2}$$

（补充题）计算一元回归两个参数的协方差

解：已知 $E\hat{\beta}_0=\beta_0$，$E\hat{\beta}_1=\beta_1$，则：

$$\begin{aligned}
Cov(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1) &= E(\hat{\beta}_0-E\hat{\beta}_0)(\hat{\beta}_1-E\hat{\beta}_1)\\
&= E(\hat{\beta}_0-\beta_0)(\hat{\beta}_1-\beta_1)\\
&= E[(\bar{y}-\hat{\beta}_1\bar{x}-\beta_0)(\hat{\beta}_1-\beta_1)]\\
&= \bar{y}E(\hat{\beta}_1-\beta_1)-\bar{x}E\hat{\beta}_1(\hat{\beta}_1-\beta_1)-E\beta_0(\hat{\beta}_1-\beta_1)\\
&= -\bar{x}E\hat{\beta}_1^2+\bar{x}\beta_1E\hat{\beta}_1\\
&= -\bar{x}(E\hat{\beta}_1^2-(E\hat{\beta}_1)^2)-\bar{x}(E\hat{\beta}_1)^2+\bar{x}\beta_1E\hat{\beta}_1\\
&= -\bar{x}Var\hat{\beta}_1-\bar{x}\beta_1^2+\bar{x}\beta_1^2\\
\left(\text{由} Var\hat{\beta}_1=\frac{\sigma^2}{L_{xx}}\right)\quad &= -\frac{\bar{x}}{L_{xx}}\sigma^2
\end{aligned}$$