

総和伝搬法を用いた分散近似メッセージ伝搬アルゴリズム

早川 諒[†] 中井 彩乃[†] 林 和則^{††}

[†] 京都大学大学院情報学研究科 〒606-8501 京都市左京区吉田本町

^{††} 大阪市立大学大学院工学研究科 〒558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138

E-mail: rhayakawa@sys.i.kyoto-u.ac.jp, nakai.ayano@sys.i.kyoto-u.ac.jp, kazunori@eng.osaka-cu.ac.jp

あらまし 本稿では、ネットワーク上のノードで得られた観測から未知ベクトルを再構成するための分散的な近似メッセージ伝搬 (Approximate Message Passing, AMP) アルゴリズムを提案する。提案アルゴリズムは従来の中央集散的な AMP アルゴリズムを分散的に実行するものであり、各ノードにおける局所的な計算と、ノード間の通信を用いる大域的な計算からなる。大域的な計算を行うための手法として、平均合意のための合意伝搬法のアイデアを応用した総和伝搬法を提案する。計算機シミュレーションにより、提案手法が中央集散的な AMP アルゴリズムと同じ推定精度を達成可能であることを示す。

キーワード 近似メッセージ伝搬法, 合意伝搬法, センサネットワーク, 圧縮センシング

Distributed Approximate Message Passing Algorithm Using Summation Propagation

Ryo HAYAKAWA[†], Ayano NAKAI[†], and Kazunori HAYASHI^{††}

[†] Graduate School of Informatics, Kyoto University, Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto, 606-8501 Japan

^{††} Graduate School of Engineering, Osaka City University, 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka, 558-8585 Japan

E-mail: rhayakawa@sys.i.kyoto-u.ac.jp, nakai.ayano@sys.i.kyoto-u.ac.jp, kazunori@eng.osaka-cu.ac.jp

Abstract In this paper, we propose a fully distributed approximate message passing (AMP) algorithm, which reconstructs an unknown vector from its linear measurements obtained at nodes in a network. The proposed algorithm is a distributed implementation of the conventional (centralized) AMP algorithm, and consists of the local computation at each node and the global computation using communications between nodes. For the global computation, we propose a distributed algorithm named summation propagation to calculate a summation required in the AMP algorithm. Simulation results show that the proposed algorithm can achieve the same estimation accuracy as that of the centralized AMP algorithm.

Key words Approximate message passing, consensus propagation, sensor network, compressed sensing

1. ま え が き

ワイヤレスセンサネットワーク, 映像符号化, 画像融合などにおいて, 圧縮センシング [1, 2] のための分散的な枠組みである分散圧縮センシングが注目を集めている [3–5]. 圧縮センシングを分散的に行うアルゴリズムとして, D-LASSO (distributed least absolute shrinkage and selection operator) [6] や D-ADMM (distributed alternating direction method of multipliers) [7] が提案されている. これらのアルゴリズムでは各繰り返しにおいてそれぞれのノードが最適化問題を解く必要があり, 問題のサイズが大きき場合には計算量が増大する. 各ノードで必

要となる計算量を減らすため, [8, 9] では D-IHT (distributed iterative hard thresholding) が提案されている. このアルゴリズムでは各ノードは和や積などの単純な計算を行うだけでよいが, 未知ベクトルのスパース性の度合い (零成分の割合) が既知である必要がある. この問題を解決するため, 近似メッセージ伝搬 (approximate message passing, AMP) アルゴリズム [10, 11] に基づく分散的なアルゴリズムが提案されている [12, 13]. AMP アルゴリズムは比較的低演算量でスパースベクトルの再構成を行うことができ, その漸近的な特性が理論的に解析可能であるという特徴がある. [12, 13] で提案されている分散 AMP アルゴリズムによって未知ベクトルのスパース性

の度合いが未知の場合でも再構成を行えるが、このアルゴリズムにおいては、フュージョンセンターのようにすべてのノードと直接通信可能な中心的なノードが一つ必要となる。

本稿では、フュージョンセンターを必要としない完全に分散的な AMP アルゴリズムを提案する。提案アルゴリズムは従来の中央集散的な AMP アルゴリズムを分散的に実行するものであり、未知のスパースベクトルを各ノードでの観測を共有せずに再構成する。提案アルゴリズムは各ノードにおける局所的な計算とノード間の通信を用いた大域的な計算からなる。中央集散的な AMP アルゴリズムと同じ推定値を得るためには、大域的な計算において各ノードが全ノードにおけるベクトルの総和を得る必要がある。その総和を計算するため、本稿では平均合意のための合意伝搬法 [14] を応用した総和伝搬法を提案する。総和伝搬法を用いた分散 AMP アルゴリズムは、各ノードでの観測を共有することなく中央集散的な AMP アルゴリズムと同じ推定結果を得ることができる。さらに、AMP アルゴリズムは離散値ベクトル再構成 [15, 16] やより一般的なシナリオ [17] にも拡張可能であり、提案手法のアプローチはそのような問題に対しても有効である。計算機シミュレーションにより、提案アルゴリズムは中央集散的な AMP アルゴリズムと同じ特性を達成可能であることを示す。

本稿では、以下の記法を用いる。成分がすべて 0 のベクトルを $\mathbf{0}$ で表す。ベクトル $\mathbf{v} = [v_1 \cdots v_N]^T \in \mathbb{R}^N$ に対して、その成分の平均を $\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v_n$ と書く。符号関数を $\text{sgn}(\cdot)$ で表す。標準ガウス分布の確率密度関数と累積分布関数をそれぞれ $\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2)$ と $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(z') dz'$ で表す。

2. 準備

2.1 AMP アルゴリズム

AMP アルゴリズム [10, 11] は圧縮センシングのために提案されたアルゴリズムであり、スパースベクトル $\mathbf{x} = [x_1 \cdots x_N]^T \in \mathbb{R}^N$ をその劣線形観測 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{v} \in \mathbb{R}^M$ ($M < N$) から再構成する。ここで、未知ベクトル \mathbf{x} の成分は i.i.d. (independent and identically distributed) な確率変数であるとする。また、観測行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ は平均 0、分散 1 の i.i.d. な確率変数からなるとする。 $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^M$ は加法性白色ガウス雑音ベクトルとし、その平均と分散はそれぞれ 0 と σ_v^2 であるとする。

Algorithm 1 に AMP アルゴリズムを示す。 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ が t 回目の繰り返しにおける未知ベクトル \mathbf{x} の推定値を表す。関数 $\eta(\cdot)$ の候補の一つは弱しき値関数

$$[\eta(\mathbf{r}; \sigma^2)]_n = \text{sgn}(r_n) \max\left(|r_n| - \tau \frac{\sigma}{\sqrt{\Delta}}, 0\right) \quad (1)$$

である。ここで、 $[\eta(\mathbf{r}; \sigma^2)]_n$ と r_n はそれぞれ $\eta(\mathbf{r}; \sigma^2)$ と \mathbf{r} の第 n 成分を表す。また、 $\eta'(\mathbf{r}; \sigma^2)$ の第 n 成分は $\eta(\mathbf{r}; \sigma^2)$ の r_n に関する偏微分である。 $\tau (\geq 0)$ はパラメータで、 $\hat{\sigma}^2(t)$ は $\hat{\mathbf{x}}(t)$ の平均二乗誤差 (mean-square-error, MSE) $\sigma^2(t) = \frac{1}{N} \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(t)\|_2^2$ の推定値である [18]。

大システム極限 ($M, N \rightarrow \infty, M/N = \Delta$) における AMP アルゴリズムの特性は、状態発展法 [10], [19] によって得られる。 $t+1$ 回目の繰り返しにおける MSE σ_{t+1}^2 は、 t 回目の繰り返し

Algorithm 1 AMP アルゴリズム

Input: $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^M, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$

Output: $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^N$

```

1:  $\hat{\mathbf{x}}(1) = \mathbf{0}, \mathbf{s}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{r}(0) = \mathbf{0}, \hat{\sigma}^2(0) = 0, \Delta = M/N$ 
2: for  $t = 1$  to  $T$  do
3:    $\mathbf{s}(t) = \mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{\Delta} \mathbf{s}(t-1)$ 
      $\quad \cdot \langle \eta'(\mathbf{r}(t-1); \hat{\sigma}^2(t-1)) \rangle$ 
4:    $\mathbf{r}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{M} \mathbf{A}^T \mathbf{s}(t)$ 
5:    $\hat{\sigma}^2(t) = \frac{\|\mathbf{s}(t)\|_2^2}{MN}$ 
6:    $\hat{\mathbf{x}}(t+1) = \eta(\mathbf{r}(t); \hat{\sigma}^2(t))$ 
7: end for
8:  $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}(T+1)$ 

```

返しにおける MSE σ_t^2 によって

$$\sigma_{t+1}^2 = \Psi(\sigma_t^2) \quad (2)$$

と書ける。ここで、

$$\Psi(\sigma^2) = \mathbb{E} \left[\left\{ \eta \left(X + \frac{\sigma}{\sqrt{\Delta}} Z; \sigma^2 \right) - X \right\}^2 \right] \quad (3)$$

である。確率変数 X は未知ベクトル \mathbf{x} の成分と同じ分布に従い、 Z は X と独立に標準ガウス分布に従う。

AMP アルゴリズムはスパースベクトルの再構成だけでなく離散値ベクトル $\mathbf{x} \in \{b_1, \dots, b_L\}^N$ の再構成にも応用することができる [15, 16]。例えば、以下の関数

$$[\eta(\mathbf{r}; \sigma^2)]_n = \frac{\sum_{\ell=1}^L p_\ell b_\ell \phi\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\sigma}(r_n - b_\ell)\right)}{\sum_{\ell'=1}^L p_{\ell'} \phi\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\sigma}(r_n - b_{\ell'})\right)} \quad (4)$$

を弱しき値関数 (1) の代わりに用いることで、離散値ベクトル再構成のための AMP アルゴリズムを得られる。ここで、 $p_\ell = \Pr(x_n = b_\ell)$ ($\ell = 1, \dots, L$) および $\sum_{\ell=1}^L p_\ell = 1$ である。より一般的なシナリオに対して、一般化 AMP アルゴリズム (generalized AMP, GAMP) [17] も提案されている。

2.2 合意伝搬法

合意伝搬法 [14] は K 個のノードからなる連結な無向グラフ G において平均合意を達成するための分散的なアルゴリズムである。具体的には、ノード k ($k = 1, \dots, K$) における初期値を $c_k \in \mathbb{R}$ として、各ノードでの局所的な計算とノード間の通信を用いて、すべてのノードの初期値の平均 $\mu = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K c_k$ を計算する。ノード k は変数 $\nu_{k \rightarrow j}^{(t')}$ と $\iota_{k \rightarrow j}^{(t')}$ を $\nu_{k \rightarrow j}^{(0)} = 0$ および $\iota_{k \rightarrow j}^{(0)} = 0$ と初期化し ($j \in \mathcal{N}_k$)、これらの変数を

$$\nu_{k \rightarrow j}^{(t')} = \frac{c_k + \sum_{i \in \mathcal{N}_k \setminus j} \iota_{i \rightarrow k}^{(t'-1)} \nu_{i \rightarrow k}^{(t'-1)}}{1 + \sum_{i \in \mathcal{N}_k \setminus j} \iota_{i \rightarrow k}^{(t'-1)}}, \quad (5)$$

$$\iota_{k \rightarrow j}^{(t')} = 1 + \sum_{i \in \mathcal{N}_k \setminus j} \iota_{i \rightarrow k}^{(t'-1)} \quad (6)$$

として繰り返し更新する。ここで、 \mathcal{N}_k はノード k が直接通信可能な近傍ノードの集合を表す。この更新を T' 回繰り返すと、平均 μ のノード k における推定値は

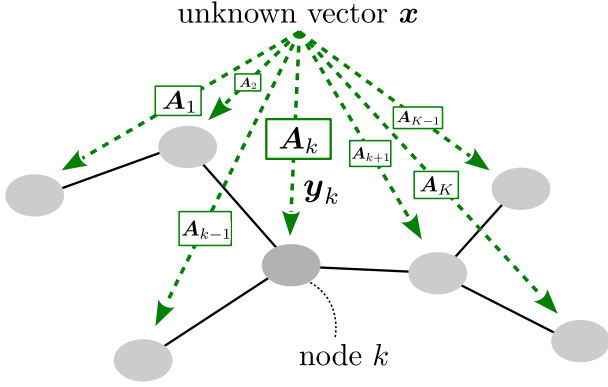


図 1 システムモデル

$$\hat{\mu}_k = \frac{c_k + \sum_{i \in \mathcal{N}_k} l_{i \rightarrow k}^{(T')} \nu_{i \rightarrow k}^{(T')}}{1 + \sum_{i \in \mathcal{N}_k} l_{i \rightarrow k}^{(T')}} \quad (7)$$

と書ける。グラフ G が木構造をもっている T' が G の直径以上であれば、推定値 $\hat{\mu}_k$ ($k = 1, \dots, K$) は厳密に μ と一致する。

3. システムモデル

図 1 にシステムモデルを示す。 K 個のノードからなる無向グラフ G があり、各ノードは辺でつながった近傍ノードのみと直接通信可能であるとする。本稿では、グラフ G が木構造をもつと仮定する。グラフがループを含む場合は、その全域木を取り出しその上での通信のみを考える。ノード k ($k = 1, \dots, K$) における未知ベクトル \mathbf{x} の線形観測を $\mathbf{y}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{x} + \mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^{M_k}$ とする。ここで、 $\mathbf{A}_k \in \mathbb{R}^{M_k \times N}$ と $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^{M_k}$ はそれぞれノード k における観測行列と加法性雑音ベクトルである。すべてのノードにおける観測 $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_K$ をまとめると

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_K \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_K \end{bmatrix} \quad (8)$$

と書ける。

4. 提案手法：分散 AMP アルゴリズム

各ノードにおける観測 \mathbf{y}_k や観測行列 \mathbf{A}_k を共有せずに、分散的に未知ベクトル \mathbf{x} を再構成するアルゴリズムを導出する。式 (8) のモデルに対する中央集散的な AMP アルゴリズムの更新式は

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_k(t) &= \mathbf{y}_k - \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}(t) \\ &+ \frac{1}{\Delta} \mathbf{s}_k(t-1) \langle \eta'(\mathbf{r}(t-1); \hat{\sigma}^2(t-1)) \rangle \\ (k &= 1, \dots, K), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{K} \hat{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{M} \mathbf{A}_k^T \mathbf{s}_k(t) \right), \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}^2(t) = \sum_{k=1}^K \frac{\|\mathbf{s}_k(t)\|_2^2}{MN}, \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(t+1) = \eta(\mathbf{r}(t); \hat{\sigma}^2(t)) \quad (12)$$

Algorithm 2 総和伝搬法

Input: $c_k \in \mathbb{R}$ ($k = 1, \dots, K$)

Output: $\hat{C}_k \in \mathbb{R}$ ($k = 1, \dots, K$)

- 1: $\xi_{k \rightarrow j}^{(0)} = 0$ ($k = 1, \dots, K$ and $j \in \mathcal{N}_k$)
- 2: **for** $t' = 1$ to T' **do**
- 3: $\xi_{k \rightarrow j}^{(t')} = c_k + \sum_{i \in \mathcal{N}_k \setminus j} \xi_{i \rightarrow k}^{(t'-1)}$
($k = 1, \dots, K$ and $j \in \mathcal{N}_k$)
- 4: **end for**
- 5: $\hat{C}_k = c_k + \sum_{i \in \mathcal{N}_k} \xi_{i \rightarrow k}^{(T')}$ ($k = 1, \dots, K$)

と書ける。ただし、 $M = \sum_{k=1}^K M_k$ である。式 (10) および (11) の総和はすべての \mathbf{A}_k または $\mathbf{s}_k(t)$ を含んでいるので、各ノードで局所的に計算することができない。一方、 $\mathbf{r}(t)$ と $\hat{\sigma}^2(t)$ が得られれば、式 (9) および式 (12) は各ノードにおいて計算することができる。

$\mathbf{r}(t)$ と $\hat{\sigma}^2(t)$ を分散的に計算するため、第 2.2 節の合意伝搬法を修正した総和伝搬法 (Algorithm 2) を提案する。式 (7) の分子と分母はそれぞれ総和 $\sum_{k=1}^K c_k$ および K の推定値となっているため、式 (7) の分子 $c_k + \sum_{i \in \mathcal{N}_k} \xi_{i \rightarrow k}^{(T')}$ を得るための更新式を導出する。ここで、 $\xi_{i \rightarrow k}^{(t')} := l_{i \rightarrow k}^{(t')} \nu_{i \rightarrow k}^{(t')}$ である。式 (5) と (6) の両辺を掛けることで、 $\xi_{i \rightarrow k}^{(t')}$ の更新式

$$\xi_{k \rightarrow j}^{(t')} = c_k + \sum_{i \in \mathcal{N}_k \setminus j} \xi_{i \rightarrow k}^{(t'-1)} \quad (13)$$

が得られる。式 (13) を各ノードで T' 回繰り返して、求めたい総和 $\sum_{k=1}^K c_k$ の推定値を $\hat{C}_k := c_k + \sum_{i \in \mathcal{N}_k} \xi_{i \rightarrow k}^{(T')}$ によって得る。合意伝搬法と同様に、グラフ G が木構造をもっており、 T' が G の直径以上であれば、 $\hat{C}_k = \sum_{k'=1}^K c_{k'}$ がすべての k に対して成り立つ。

総和伝搬法を用いた分散 AMP アルゴリズムを Algorithm 3 に示す。各ノードは局所的に式 (9) と式 (12) を計算し、総和伝搬法を用いて式 (10) と式 (11) を計算する。Algorithm 3 ではノード数 K と観測の総数 M を用いているが、 $K = \sum_{k=1}^K 1$ および $M = \sum_{k=1}^K M_k$ であるから、これらの値は総和伝搬法によって事前に求めることができる。AMP アルゴリズムに基づく従来の分散的アルゴリズム [12, 13] とは異なり、提案アルゴリズムはすべてのノードと通信を行う中心的なノードは必要としない。さらに、総和伝搬法を用いた分散化のアプローチは、式 (4) を用いた離散値ベクトル再構成や一般化 AMP アルゴリズムにも応用することができる。

5. シミュレーション結果

本節では、計算機シミュレーションによって分散 AMP アルゴリズムの特性を評価する。シミュレーションでは、 $K = 50$ 個のノードからなる直径 6 のグラフ (図 2) を用いた。

5.1 スパースベクトル再構成

まず、スパースベクトル再構成における分散 AMP アルゴリズムの特性を評価する。未知ベクトル \mathbf{x} の成分 x_n の確率密度関数は $p(x_n) = q\delta(x_n) + (1-q)\phi(x_n)$ であるとする。ここで、 $\delta(\cdot)$ はディラックのデルタ関数である。 $q \in [0, 1]$ は \mathbf{x} のスパ

Algorithm 3 総和伝搬法を用いた分散 AMP アルゴリズム

Input: $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^{M_k}$, $\mathbf{A}_k \in \mathbb{R}^{M_k \times N}$ ($k = 1, \dots, K$), K ,
 $M = \sum_{k=1}^K M_k$
Output: $\hat{\mathbf{x}}_k \in \mathbb{R}^N$ ($k = 1, \dots, K$)

- 1: $\hat{\mathbf{x}}_k(1) = \mathbf{0}$, $\mathbf{s}_k(0) = \mathbf{0}$, $\mathbf{r}_k(0) = \mathbf{0}$, $\hat{\sigma}_k^2(0) = 0$ ($k = 1, \dots, K$),
 $\Delta = M/N$
- 2: **for** $t = 1$ to T **do**
- 3: local computation ($k = 1, \dots, K$):
- 4: $\mathbf{s}_k(t) = \mathbf{y}_k - \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_k(t) + \frac{1}{\Delta} \mathbf{s}_k(t-1)$
 $\quad \quad \quad \cdot \langle \eta'(\mathbf{r}_k(t-1); \hat{\sigma}_k^2(t-1)) \rangle$
- 5: $\mathbf{r}_k(t) = \frac{1}{K} \hat{\mathbf{x}}_k(t) + \frac{1}{M} \mathbf{A}_k^T \mathbf{s}_k(t)$
- 6: $\hat{\sigma}_k^2(t) = \frac{\|\mathbf{s}_k(t)\|_2^2}{MN}$
- 7: global computation via summation propagation
 $\quad (k = 1, \dots, K \text{ and } j \in \mathcal{N}_k)$:
- 8: $\boldsymbol{\theta}_{k \rightarrow j}^{(0)} = \mathbf{0}$, $\gamma_{k \rightarrow j}^{(0)} = 0$
- 9: **for** $t' = 1$ to T' **do**
- 10: $\boldsymbol{\theta}_{k \rightarrow j}^{(t')} = \mathbf{r}_k(t) + \sum_{i \in \mathcal{N}_k \setminus j} \boldsymbol{\theta}_{i \rightarrow k}^{(t'-1)}$
- 11: $\gamma_{k \rightarrow j}^{(t')} = \hat{\sigma}_k^2(t) + \sum_{i \in \mathcal{N}_k \setminus j} \gamma_{i \rightarrow k}^{(t'-1)}$
- 12: **end for**
- 13: $\tilde{\mathbf{r}}_k(t) = \mathbf{r}_k(t) + \sum_{i \in \mathcal{N}_k} \boldsymbol{\theta}_{i \rightarrow k}^{(T')}$
- 14: $\tilde{\sigma}_k^2(t) = \hat{\sigma}_k^2(t) + \sum_{i \in \mathcal{N}_k} \gamma_{i \rightarrow k}^{(T')}$
- 15: local computation ($k = 1, \dots, K$):
- 16: $\hat{\mathbf{x}}_k(t+1) = \eta(\tilde{\mathbf{r}}_k(t); \tilde{\sigma}_k^2(t))$
- 17: **end for**
- 18: $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k(T+1)$ ($k = 1, \dots, K$)

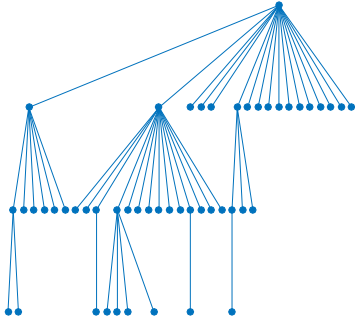


図2 グラフ構造 ($K = 50$)

ス性の度合いを定める未知のパラメータである。アルゴリズムでは式 (1) の弱しき値関数を用いるものとし、

$$\hat{\tau} = \arg \max_{\tau \geq 0} \frac{\Delta + 2\{\tau\phi(\tau) - (1 + \tau^2)\Phi(-\tau)\}}{(1 + \tau^2) + 2\{\tau\phi(\tau) - (1 + \tau^2)\Phi(-\tau)\}} \quad (14)$$

で定まるパラメータ $\tau = \hat{\tau}$ を用いる [10].

シミュレーションによって得られた MSE を図 3 に示す。 $N = 1000$, $M_k = 6$ ($k = 1, \dots, K$), $q = 0.95$, $\sigma_v^2 = 0.1$ とした。 “distributed AMP” は、50 個のノードに対応する各 MSE を 50 本プロットしたものである。比較のため、Algorithm 1 で与えられる中央集散的な AMP アルゴリズムの特性を “centralized AMP” で示している。 “theoretical (state evolution)” は大システム極限 ($M, N \rightarrow \infty$, $M/N = \Delta$) における AMP

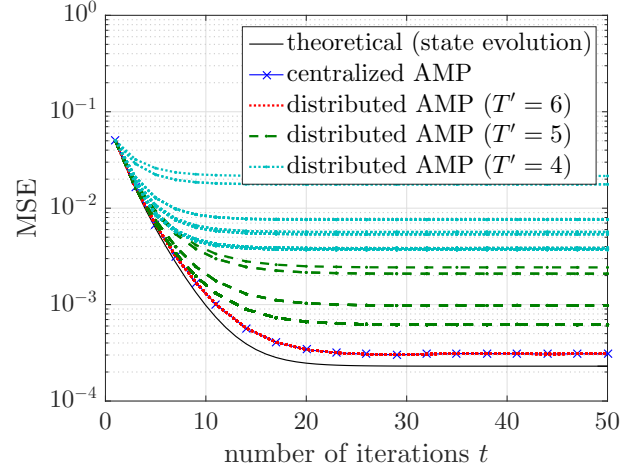


図3 スパースベクトル再構成における MSE

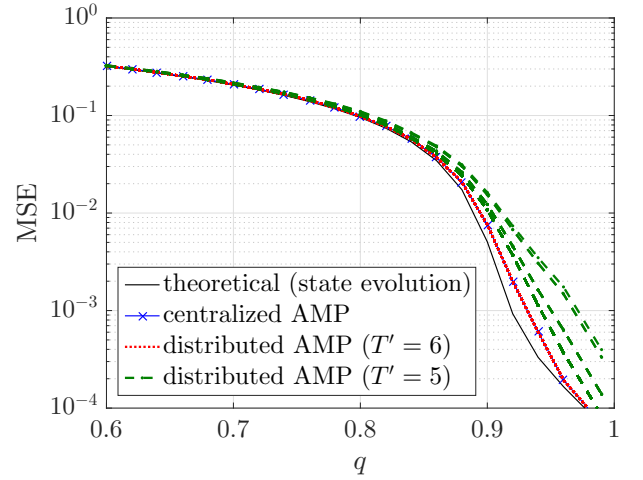


図4 スパースベクトル再構成における、 q に対する MSE の変化

アルゴリズムの漸近的な特性であり、状態発展法 [10, 19] を用いることで得られる。 $T' = 6$ の場合、すべてのノードが中央集散的な AMP アルゴリズムと同等の特性を達成しており、その特性が状態発展法による理論特性と近いものになっている。しかし、 $T' = 5$ や $T' = 4$ の場合には、大域的な計算において合意が達成されないため、各ノードで得られる特性は一致していない。

スパース性の度合いを定めるパラメータ q に対する MSE の変化を図 4 に示す。 $N = 1000$, $M_k = 6$ ($k = 1, \dots, K$), $\sigma_v^2 = 0.1$, $T = 50$ である。図 3 と同様に、 $T' = 6$ の場合には分散 AMP アルゴリズムが中央集散的な AMP アルゴリズムと同じ特性を達成していることがわかる。

5.2 二値ベクトル再構成

次に、二値ベクトル $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^N$ の再構成における特性を評価する。ワイヤレスセンサネットワークにおけるスパースな事象の検出 [20] はこの二値ベクトル再構成の問題に帰着される。確率 $p_1 = \Pr(x_n = 0)$ および $p_2 = \Pr(x_n = 1)$ は各ノードで既知であるとし、式 (4) で与えられる関数を $\eta(\cdot)$ として用いるものとする。 $p_1 = 0.9$ や $p_1 = 0.6$ とした場合における、提案アルゴリズムの再構成の成功率を図 5 に示す。 $N = 1000$,

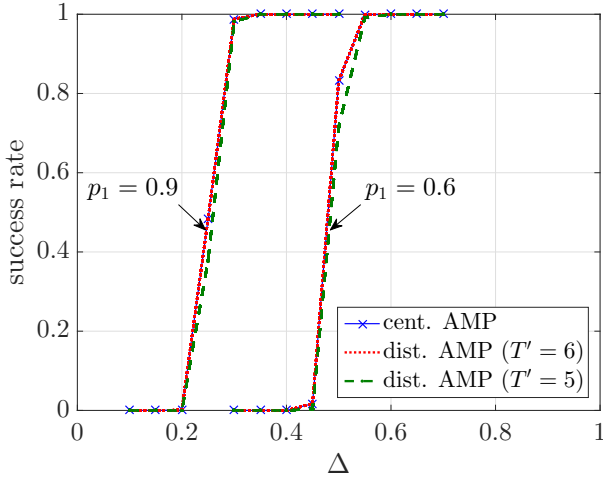


図5 二値ベクトルの再構成の成功率

$M_1 = \dots = M_K = \Delta N/K$, $\sigma_v^2 = 1$, $T = 50$ である。 $T' = 6$ の場合には、提案アルゴリズムの成功率が中央集約的な AMP アルゴリズムの成功率と一致している。さらに、 $T' = 5$ の場合にも、ほぼ同等の特性を達成していることがわかる。

6. まとめ

本稿では、合意伝搬法のアイデアを応用した分散 AMP アルゴリズムを提案した。提案アルゴリズムではフュージョンセンタのような中心的なノードを必要とせずに未知ベクトルを再構成することができる。シミュレーション結果により、スパースベクトルや離散値ベクトルの再構成において、分散 AMP アルゴリズムが従来の集約的な AMP アルゴリズムと同じ特性を達成することを示した。今後の課題としては、木構造でないグラフに対する拡張やノード間の通信回数の削減などが挙げられる。

謝辞 本研究の一部は、科学研究費補助金（研究課題番号 15K06064, 15H2255, 17J07055）の助成を受けたものです。

文 献

- [1] D. L. Donoho, “Compressed sensing,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, Apr. 2006.
- [2] K. Hayashi, M. Nagahara, and T. Tanaka, “A user’s guide to compressed sensing for communications systems,” *IEICE Trans. Commun.*, vol. E96-B, no. 3, pp. 685–712, Mar. 2013.
- [3] M. F. Duarte, S. Sarvotham, D. Baron, M. B. Wakin, and R. G. Baraniuk, “Distributed compressed sensing of jointly sparse signals,” in *Proc. Asilomar Conf. Signals, Syst., Comput.*, Oct. 2005.
- [4] D. Baron, M. F. Duarte, M. B. Wakin, S. Sarvotham, and R. G. Baraniuk, “Distributed compressive sensing,” 2009. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/0901.3403>
- [5] H. Yin, J. Li, Y. Chai, and S. X. Yang, “A survey on distributed compressed sensing: theory and applications,” *Frontiers of Computer Science*, vol. 8, no. 6, pp. 893–904, Dec. 2014.
- [6] J. A. Bazerque and G. B. Giannakis, “Distributed spectrum sensing for cognitive radio networks by exploiting sparsity,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 58, no. 3, pp. 1847–1862, Mar. 2010.
- [7] J. F. C. Mota, J. M. F. Xavier, P. M. Q. Aguiar, and M. Püschel, “Distributed basis pursuit,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 4, pp. 1942–1956, Apr. 2012.
- [8] S. Patterson, Y. C. Eldar, and I. Keidar, “Distributed

sparse signal recovery for sensor networks,” in *Proc. IEEE ICASSP*, May 2013.

- [9] P. Han, R. Niu, and Y. C. Eldar, “Modified distributed iterative hard thresholding,” in *Proc. IEEE ICASSP*, Apr. 2015.
- [10] D. L. Donoho, A. Maleki, and A. Montanari, “Message-passing algorithms for compressed sensing,” *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol. 106, no. 45, pp. 18 914–18 919, Nov. 2009.
- [11] —, “Message passing algorithms for compressed sensing: I. motivation and construction,” in *Proc. IEEE Inf. Theory Workshop*, Jan. 2010.
- [12] P. Han, R. Niu, M. Ren, and Y. C. Eldar, “Distributed approximate message passing for sparse signal recovery,” in *Proc. IEEE GlobalSIP*, Dec. 2014.
- [13] J. Zhu, R. Pilgrim, and D. Baron, “An overview of multi-processor approximate message passing,” in *Proc. IEEE CISS*, Mar. 2017.
- [14] C. C. Moallemi and B. V. Roy, “Consensus propagation,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 11, pp. 4753–4766, Nov. 2006.
- [15] R. Hayakawa and K. Hayashi, “Discreteness-aware AMP for reconstruction of symmetrically distributed discrete variables,” in *Proc. IEEE SPAWC*, Jul. 2017.
- [16] —, “Binary vector reconstruction via discreteness-aware approximate message passing,” in *Proc. APSIPA ASC*, Dec. 2017.
- [17] S. Rangan, “Generalized approximate message passing for estimation with random linear mixing,” in *Proc. IEEE ISIT*, Jul./Aug. 2011.
- [18] D. L. Donoho, A. Maleki, and A. Montanari, “The noise-sensitivity phase transition in compressed sensing,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 10, pp. 6920–6941, Oct. 2011.
- [19] M. Bayati and A. Montanari, “The dynamics of message passing on dense graphs, with applications to compressed sensing,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 2, pp. 764–785, Feb. 2011.
- [20] J. Meng, H. Li, and Z. Han, “Sparse event detection in wireless sensor networks using compressive sensing,” in *Proc. IEEE CISS*, Mar. 2009.