近接分離による凸最適化を用いた大規模過負荷 MIMO 信号検出法 A Massive Overloaded MIMO Signal Detection Scheme via Convex Optimization with Proximal Splitting

早川 諒*

林 和則 *

笹原 帆平*

永原 正章*

Ryo Hayakawa

Kazunori Hayashi

Hampei Sasahara

Masaaki Nagahara

Abstract— In this paper, we propose a new signal detection scheme for massive overloaded MIMO systems. In the proposed scheme, we consider a convex optimization problem taking advantage of the discreteness of transmitted symbols and the idea of compressed sensing. The optimization problem can be solved with low complexity proximal splitting methods. In order to obtain a better performance than only one optimization, the proposed scheme iteratively solves the optimization problem while updating its parameters. Simulation results show that the proposed scheme can achieve a better BER performance with low complexity than conventional signal detection schemes, especially in large systems.

Keywords— massive MIMO, overloaded MIMO, proximal splitting methods, compressed sensing, sum of absolute values

1 はじめに

大規模 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) は数十本から数百本に及ぶ送受信アンテナを用いる MIMO 伝送であり,近年増大するトラフィックへの対応策として注目されている [1]. 多くのアンテナを用いることで高速かつ高信頼の通信が可能になると期待されているが,アンテナ数の増加にともなって信号処理に必要な計算量も増加するという問題がある。そのため,大規模 MIMO においては計算量の少ない信号処理の手法が重要となる.

大規模 MIMO における信号検出法として、さまざまな手法が検討されている。線形の信号検出法である ZF (Zero Forcing) 法や MMSE (Minimum Mean Square Error) 法はアンテナ数の 3 乗オーダーの計算量で処理が可能である。また、線形の信号検出法よりも良い特性を得ることを目的として、非線形の信号検出法も提案されている。LAS (Likelihood Ascent Search) [2], [3] や RTS (Reactive Tabu Search) [4], [5] は、局所的な探索を繰り返して信号検出を行う手法である。また、確率伝搬法を用いる GIGD (Graph-based Iterative Gaussian Detector) [6] は、アンテナ数の 2 乗オーダーの計算量

で良好な BER (Bit Error Rate) 特性を得られる大規模 MIMO 信号検出法として注目されている.

MIMO 伝送における受信アンテナの数は、多重化され る送信ストリームの数以上であることが望ましい. しか し, 受信端末の大きさや重さ, 消費電力などに制限があ り、十分な数の受信アンテナを使うことができない場合が ある。このような理由で受信アンテナ数が送信ストリー ム数よりも少ない MIMO 伝送は過負荷 MIMO と呼ば れる [7],[8]. 従来の大規模 MIMO 信号検出法の多くは, 大規模過負荷 MIMO に適用すると特性が大きく劣化す る. 大規模過負荷 MIMO においても良い特性を得られ る信号検出法として、RTS [4] を繰り返し用いる ERTS (Enhanced Reactive Tabu Search) [9] が提案されてい る. [9] では、数十本の送受信アンテナを用いる大規模過 負荷 MIMO において、ERTS が最良に近い特性を達成 することが示されている.しかし、良い特性を得るため に必要な RTS の繰り返し回数はアンテナ数の増加にとも なって多くなり,数百本のアンテナを用いる場合にも良 い特性を得るには大きな計算量が必要になる.

我々はこれまでに SOAV (Sum of Absolute Values) 最適化 [10] や圧縮センシング [11] のアイデアを利用す る大規模過負荷 MIMO 信号検出法を提案している [12]. SOAV 最適化は、SOAV 最適化問題と呼ばれる凸最適化 問題を解くことで離散的な未知ベクトルをその線形観測 から推定する手法である。SOAV 最適化問題は、近接分 離 [13] を用いたアルゴリズムにより低演算量で解くこと ができる. 本稿では、SOAV 最適化による信号検出法を 改良した手法である IW (Iterative Weighted)-SOAV を 提案する。提案法では、SOAV 最適化問題を解いて得ら れた送信信号の推定値に基づいて, 成分ごとに重みをつ けた新たな最適化問題を考える. この最適化問題も近接 分離を用いたアルゴリズムで解くことができ, 新たな送 信信号の推定値が得られる。以上のような送信信号の推 定と最適化問題の更新を繰り返し行って最終的な推定値 を求める. 計算機シミュレーションにより提案法の BER 特性を評価し、その有効性を示す.

^{* 〒606-8287} 京都市左京区吉田本町 京都大学大学院情報学研究科, Graduate School of Informatics, Kyoto University 36-1 Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto 606-8501 Japan. E-mail: rhayakawa@sys.i.kyoto-u.ac.jp, kazunori@i.kyoto-u.ac.jp, sasahara.h@acs.i.kyoto-u.ac.jp, nagahara@ieee.org

以下では、上付きのTとHはそれぞれ転置とエルミート転置を表す。また、j は虚数単位、I は単位行列、1 は成分がすべて 1 のベクトル、0 は成分がすべて 0 のベクトルとする。さらに、ベクトル $a \in \mathbb{R}^N$ に対して $\|a\|_1 = \sum_{i=1}^N |a_i|, \|a\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N a_i^2}$ とする。

2 システムモデル

送信アンテナ数 n、受信アンテナ数 m の MIMO 伝送を考える。簡単のため変調方式は QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) とし、変調後のシンボルがとりうる値の集合を $\tilde{S}=\{1+j,-1+j,-1-j,1-j\}$ とする。n 本の送信アンテナからそれぞれ独立に送信されるシンボルからなる送信信号ベクトルを $\tilde{s}=[\tilde{s}_1,\dots,\tilde{s}_n]^{\mathrm{T}}\in\tilde{\mathcal{S}}^n$ とおく。ただし、 $\mathrm{E}[\tilde{s}\tilde{s}^{\mathrm{H}}]=2\mathbf{I}$ とする。m 本の受信アンテナで受信される信号 $\tilde{\mathbf{y}}=[\tilde{y}_1,\dots,\tilde{y}_m]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^m$ は

$$\tilde{\boldsymbol{y}} = \tilde{\boldsymbol{H}}\tilde{\boldsymbol{s}} + \tilde{\boldsymbol{v}} \tag{1}$$

で与えられる。ここで、

$$\tilde{\boldsymbol{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{h}_{1,1} & \cdots & \tilde{h}_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{h}_{m,1} & \cdots & \tilde{h}_{m,n} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{m \times n}$$
 (2)

は通信路行列であり、 h_{ij} $(i \in \{1, ..., m\}, j \in \{1, ..., n\})$ は j 番目の送信アンテナから i 番目の受信アンテナへの 伝搬路特性を表す。 $\tilde{\boldsymbol{v}} \in \mathbb{C}^m$ は平均 $\boldsymbol{0}$,共分散行列 $\sigma_v^2 \boldsymbol{I}$ の白色複素ガウス雑音ベクトルである。受信信号モデル (1) は、

$$y = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\tilde{y}\} \\ \operatorname{Im}\{\tilde{y}\} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\tilde{\boldsymbol{H}}\} & -\operatorname{Im}\{\tilde{\boldsymbol{H}}\} \\ \operatorname{Im}\{\tilde{\boldsymbol{H}}\} & \operatorname{Re}\{\tilde{\boldsymbol{H}}\} \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\tilde{s}\} \\ \operatorname{Im}\{\tilde{s}\} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\tilde{v}\} \\ \operatorname{Im}\{\tilde{v}\} \end{bmatrix}$$
(3)

とおくことで実数モデル

$$y = Hs + v \tag{4}$$

に変換される. $\tilde{S} = \{1+j, -1+j, -1-j, 1-j\}$ より, s は 1 か -1 のみを成分に持つ二値のベクトルとなる.

3 SOAV 最適化による信号検出法

本節では、SOAV 最適化 [10] を用いた大規模過負荷 MIMO 信号検出法 [12] について説明する。SOAV 最適 化は、 $x \in \{c_1, \dots, c_P\}^N \subset \mathbb{R}^N$ のような離散的な未知べクトルをその線形観測 $z = Ax, A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ から推定する手法である。簡単のため x の成分の c_1, \dots, c_P の割合がほぼ等しいとすると、 $x-c_11, \dots, x-c_P1$ はそれぞれ成分の約 1/P が 0 であるベクトルとなる。この性質と圧

縮センシング [11] のアイデアに基づいて,SOAV 最適化 では最適化問題

minimize
$$\frac{1}{P} \sum_{i=1}^{P} \| \boldsymbol{x} - c_i \boldsymbol{1} \|_1$$
subject to $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{A} \boldsymbol{x}$ (5)

を解いてxの推定値を求める。本稿の MIMO 伝送のモデルにおいては $s \in \{1,-1\}^{2n}$ であるから,s を推定する SOAV 最適化問題は

$$\underset{\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^{2n}}{\text{minimize}} \quad \frac{1}{2} \|\boldsymbol{s} - \boldsymbol{1}\|_{1} + \frac{1}{2} \|\boldsymbol{s} + \boldsymbol{1}\|_{1}
\text{subject to } \boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{s}$$
(6)

となる.

最適化問題 (6) の制約条件は y = Hs であり、観測の雑音は考慮されていない。式 (4) にあるように MIMO 伝送における観測には雑音が含まれるので、 [12] では観測の雑音を考慮した最適化問題

minimize
$$\frac{1}{2} \| s - \mathbf{1} \|_1 + \frac{1}{2} \| s + \mathbf{1} \|_1 + \frac{\alpha}{2} \| y - H s \|_2^2$$
 (7)

が提案されている。ここで、 $\alpha>0$ は定数である。 $f(s)=\|s-\mathbf{1}\|_1/2+\|s+\mathbf{1}\|_1/2, g(s)=\alpha\|y-Hs\|_2^2/2$ とおくと、式 (7) は

$$\underset{\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^{2n}}{\text{minimize}} \ f(\boldsymbol{s}) + g(\boldsymbol{s}) \tag{8}$$

と書ける. 式 (8) の形の最適化問題に対して, 以下の定理 が成り立つ [13].

定理 $f,g:\mathbb{R}^{2n} \to (-\infty,\infty]$ が下半連続な凸関数で、 $(\text{ri dom } f) \cap (\text{ri dom } g) \neq \emptyset$ であるとする.ここで、 $\text{ri id H 対 的 内 } \mathfrak{B}$ (relative interior) であり、dom は関数の定義域(domain)を表す.また、 $f(s)+g(s)\to\infty$ as $\|s\|_2\to\infty$ が成り立つとする.このとき,以下のDouglas-Rachford アルゴリズムにより最適化問題(8)の解に収束する系列 s_k $(k=0,1,\ldots)$ が得られる.ただし,関数 $h:\mathbb{R}^{2n}\to\mathbb{R}$ に対してその proximity operator を

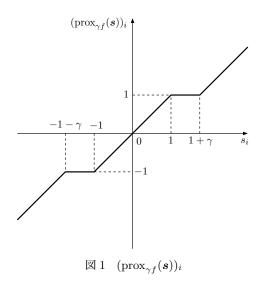
$$\operatorname{prox}_{h}(s) = \underset{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{2n}}{\operatorname{arg \ min}} \ h(\boldsymbol{u}) + \frac{1}{2} \|\boldsymbol{s} - \boldsymbol{u}\|_{2}^{2}$$
 (9)

と定義する.

Douglas-Rachford アルゴリズム

- 1. $\varepsilon \in (0,1), \gamma > 0, \boldsymbol{r}_0 \in \mathbb{R}^{2n}$ を決める.
- 2. k = 0, 1, 2, ... として以下を繰り返す.

$$\begin{cases} \boldsymbol{s}_k = \operatorname{prox}_{\gamma g}(\boldsymbol{r}_k) \\ \lambda_k \in [\varepsilon, 2 - \varepsilon] \\ \boldsymbol{r}_{k+1} = \boldsymbol{r}_k + \lambda_k (\operatorname{prox}_{\gamma f}(2\boldsymbol{s}_k - \boldsymbol{r}_k) - \boldsymbol{s}_k) \end{cases}$$



式 (9) によって $\gamma f(s) = \gamma \|s - \mathbf{1}\|_1 / 2 + \gamma \|s + \mathbf{1}\|_1 / 2$ と $\gamma g(s) = \alpha \gamma \|y - Hs\|_2^2 / 2$ の proximity operator を求めると

$$(\operatorname{prox}_{\gamma f}(s))_{i} = \begin{cases} s_{i} + \gamma & (s_{i} < -1 - \gamma) \\ -1 & (-1 - \gamma \leq s_{i} < -1) \\ s_{i} & (-1 \leq s_{i} \leq 1) \\ 1 & (1 \leq s_{i} < 1 + \gamma) \\ s_{i} - \gamma & (1 + \gamma \leq s_{i}) \end{cases}$$
(10)

$$\operatorname{prox}_{\gamma a}(\boldsymbol{s}) = (\boldsymbol{I} + \alpha \gamma \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H})^{-1} (\boldsymbol{s} + \alpha \gamma \boldsymbol{H}^{T} \boldsymbol{y}) \quad (11)$$

となる(導出は付録参照).ここで, $(\operatorname{prox}_{\gamma f}(s))_i$ ($i=1,\ldots,2n$)は $\operatorname{prox}_{\gamma f}(s)$ の i 番目 の成分を表す. $(\operatorname{prox}_{\gamma f}(s))_i$ は s_i のみの関数であり,そのグラフは図 1 のようになる.式 (10),(11) の $\operatorname{prox}_{\gamma f},\operatorname{prox}_{\gamma g}$ を用いて Douglas-Rachford アルゴリズムを実行することで,最適 化問題 (7) の解が得られる.

4 提案信号検出法

本節では、[12] で提案されている手法を改善した大規模過負荷 MIMO 信号検出法を提案する。4.1 項で SOAV 最適化問題に基づいた新たな最適化問題について説明し、4.2 項で提案法のアルゴリズムのまとめを示す。

4.1 重みつき **SOAV** 最適化

最適化問題 (7) を解いて得られた解を $\hat{s}=[\hat{s}_1,\ldots,\hat{s}_{2n}]^{\mathrm{T}}$ とおく、 \hat{s}_i $(i=1,\ldots,2n)$ が大きいほど s_i の真の値が 1 である確率が高く、 \hat{s}_i が小さいほど s_i の真の値が -1 である確率が高いと考えられる。そこで提案信号検出法では、 \hat{s} にしたがって各成分に重みを

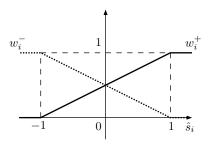


図 2 w_i^+ と w_i^-

つけた新たな最適化問題

minimize
$$\sum_{s \in \mathbb{R}^{2n}}^{2n} \left(w_i^+ |s_i - 1| + w_i^- |s_i + 1| \right) + \frac{\alpha}{2} ||y - Hs||_2^2$$
 (12)

を解いて推定値を更新する. ここで,

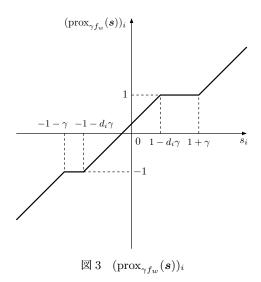
$$w_i^+ = \begin{cases} 0 & (\hat{s}_i < -1) \\ \frac{1+\hat{s}_i}{2} & (-1 \le \hat{s}_i < 1) , \\ 1 & (1 \le \hat{s}_i) \end{cases}$$
 (13)

$$w_{i}^{-} = 1 - w_{i}^{+} = \begin{cases} 1 & (\hat{s}_{i} < -1) \\ \frac{1 - \hat{s}_{i}}{2} & (-1 \le \hat{s}_{i} < 1) \\ 0 & (1 \le \hat{s}_{i}) \end{cases}$$
(14)

である(図2参照). 推定値に関する事前情報がない $\hat{s}=0$ の場合,式 (12) は式 (7) と一致する.最適化問題 (7) を 解いたとき、ある \hat{s}_i について $\hat{s}_i > 0$ であったとする。こ のとき $w_i^+ > w_i^-$ であるから、 $w_i^+ |s_i - 1| + w_i^- |s_i + 1|$ を最小にする s_i は $s_i = 1$ となる. また, \hat{s}_i が大きいほど w_i^+ は大きな値をとり、 $s_i \neq 1$ としたときの $w_i^+ |s_i - 1| +$ $w_i^-|s_i+1|$ の値は大きくなる. よって, 最適化問題 (12) の解を $\hat{\mathbf{s}} = [\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_{2n}]^T$ とおくと、 \hat{s}_i が大きいほど \hat{s}_i は1に近い値となりやすいと考えられる。同様に \hat{s}_i が小 さいほど、 \hat{s}_i は -1 に近い値となりやすいと考えられる. したがって、最適化問題 (12) は、最適化問題 (7) の解 \hat{s} の成分のうち1や-1に近いものはできるだけ固定し、そ のうえで他の成分を推定するような最適化問題としてと らえられる。そのため、1回目の推定では1や-1に近い 推定値が得られなかったシンボルを、より正確に推定で きることが期待される.

最適化問題 (12) も,Douglas-Rachford アルゴリズムによって解くことができる.

$$f_{\mathbf{w}}(\mathbf{s}) = \sum_{i=1}^{2n} \left(w_i^+ |s_i - 1| + w_i^- |s_i + 1| \right)$$
 (15)



とおくと、 $\gamma f_{\boldsymbol{w}}$ の proximity operator は

$$(\operatorname{prox}_{\gamma f_{\boldsymbol{w}}}(\boldsymbol{s}))_{i}$$

$$= \begin{cases} s_{i} + \gamma & (s_{i} < -1 - \gamma) \\ -1 & (-1 - \gamma \leq s_{i} < -1 - d_{i}\gamma) \\ s_{i} + d_{i}\gamma & (-1 - d_{i}\gamma \leq s_{i} < 1 - d_{i}\gamma) \\ 1 & (1 - d_{i}\gamma \leq s_{i} < 1 + \gamma) \\ s_{i} - \gamma & (1 + \gamma \leq s_{i}) \end{cases}$$

$$(16)$$

となり、図示すると図 3 のようになる(導出は付録参照).ここで、 $d_i=w_i^+-w_i^-$ である. $\hat{s}=\mathbf{0}$ の場合は $d_i=1/2-1/2=0$ となり、 $\mathrm{prox}_{\gamma f_w}(s)$ は図 1 の $\mathrm{prox}_{\gamma f}(s)$ と一致する.式 (16) の $\mathrm{prox}_{\gamma f_w}$ と式 (11) の $\mathrm{prox}_{\gamma g}$ を用いて、Douglas-Rachford アルゴリズムにより最適化問題 (12) を解くことで新たな送信信号の推定値が得られる.

4.2 提案法のアルゴリズム

提案信号検出法では、最適化問題 (12) を解くことによる送信信号の推定とパラメータ $w_i^+, w_i^ (i=1,\dots,2n)$ の更新を繰り返し行うことで最終的な推定値を求める. 提案法のアルゴリズムをまとめると以下のようになる. 提案信号検出法 (IW-SOAV)

- 1. $\hat{s} = \mathbf{0}$ とする. 以下を L 回繰り返す.
 - (a) 式 (13),(14) によって w_i^+, w_i^- を計算する.
 - (b) $\varepsilon \in (0,1), \gamma > 0, \mathbf{r}_0 \in \mathbb{R}^{2n}$ を決める.
 - (c) k = 0, 1, 2, ..., K として以下を繰り返し、 $\hat{s} = s_K$ とする.

$$\begin{cases} \boldsymbol{s}_k = \operatorname{prox}_{\gamma g}(\boldsymbol{r}_k) \\ \lambda_k \in [\varepsilon, 2 - \varepsilon] \\ \boldsymbol{r}_{k+1} = \boldsymbol{r}_k + \lambda_k (\operatorname{prox}_{\gamma f_{\boldsymbol{w}}}(2\boldsymbol{s}_k - \boldsymbol{r}_k) - \boldsymbol{s}_k) \end{cases}$$

2. $\hat{s} = \operatorname{sgn}(s_K)$ を送信信号の推定値とする.

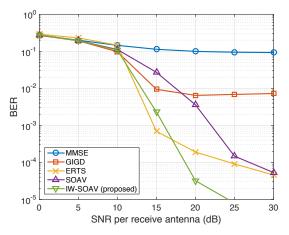


図 4 n=100, m=64 の場合の BER 特性

5 計算機シミュレーション

計算機シミュレーションにより、受信アンテナ 1 本あたりの SNR (Signal-to-Noise Ratio) に対する BER 特性を評価する.変調方式は QPSK とし、レイリーフェージングを仮定する.最適化問題 (12) のパラメータ α は、SNR = 0,5,10,15,20,25,30 に対してそれぞれ $\alpha=10^{-4},10^{-3},10^{-2},10^{-1},1,1,1$ とおく.パラメータ w_i^+,w_i^- の更新回数 L は L=10 とし,Douglas-Rachford アルゴリズムの繰り返し回数 K は K=20 とする.Douglas-Rachford アルゴリズムのパラメータは $\varepsilon=0.1,\gamma=1,\lambda_k=1.9$ $(k=0,1,\ldots,K), r_0=\mathbf{0}$ とする.

シミュレーションの結果を図4-7に示す。図4は、送 信アンテナ数 n=100, 受信アンテナ数 m=64 としたと きの BER 特性である. 「MMSE」は線形の MMSE 法, 「GIGD」は確率伝搬法を用いた手法 [6], 「ERTS」は [9] で提案されている大規模過負荷 MIMO 信号検出法であ る. 「SOAV」が SOAV 最適化問題 (7) を 1 回だけ解い た場合 [12] の特性であり、「IW-SOAV(proposed)」が提 案法の特性である。図4より、SNRが大きい領域では提 案法が最も良い特性をもつことがわかる. また, SOAV と IW-SOAV を比べると、最適化問題 (12) をパラメー タを更新しながら繰り返し解くと特性が大きく改善され ることがわかる。図 5.6 は送受信アンテナ数の比 n/m を 図4の場合と同じにしたままアンテナ数を変えたときの BER 特性であり、図 5 では n = 50, m = 32、図 6 では n = 150, m = 96 としている。 アンテナ数が少ない場合 は提案法の特性は劣化し ERTS が良い特性を達成してい るが、アンテナ数が多くなるにつれて ERTS の特性は大 きく劣化する. これは、アンテナ数が増加すると送信信

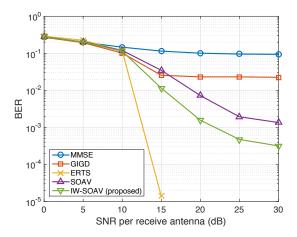


図 5 n=50, m=32 の場合の BER 特性

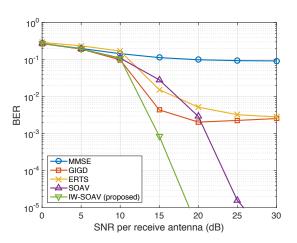


図 6 n = 150, m = 96 の場合の BER 特性

号ベクトルの候補数が指数的に増大するために、RTS によって良い推定値を得られる確率が小さくなるからであると考えられる。RTS を行う回数の最大値を大きくすればより良い特性を得られるが、その場合は計算量が多くなることが問題となる。一方、提案法はアンテナ数が増加しても特性が大きく劣化することはなく、従来法では SNRを大きくしても得られない BER を達成できる。図 7 は、送受信アンテナ数の比を変えて n=150, m=108 とした場合の BER 特性である。受信アンテナ数が m=96 である図 6 においては ERTS の特性は提案法に比べ大きく劣っているが、図 7 では提案法と ERTS はほぼ同じ特性を達成している。ERTS の特性が受信アンテナ数の変化の影響を受けにくい手法であるといえる。

6 まとめ

本稿では、近接分離による凸最適化を用いた大規模過 負荷 MIMO 信号検出法として IW-SOAV を提案し、計

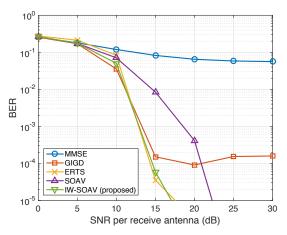


図 7 n = 150, m = 108 の場合の BER 特性

算機シミュレーションによってその有効性を示した.提案法では送信シンボルの離散性を利用した SOAV 最適化問題を考え,そのパラメータを更新しながら繰り返し解いて送信信号の推定値を求める.パラメータを更新した最適化問題を解くことで,SOAV 最適化問題を1回だけ解く場合に比べて BER 特性が大きく改善される.また,従来の大規模 MIMO 信号検出法を大規模過負荷 MIMO に適用した場合と比べても提案法は良い BER 特性を達成でき,特に送受信アンテナ数が多い状況においてそれが顕著となる.今後の課題としては,多値変調における特性評価や,計算量の更なる削減の検討などがある.

謝辞

本研究の一部は、科学研究費補助金(研究課題番号15K06064, 15H02252, 15H02668, 15K14006, 26120521)の助成を受けたものです。

付録

式 (10),(11),(16) を導出する. 式 (10) は式 (16) において $d_i=0$ $(i=1,\ldots,2n)$ としたものであるから,式 (11),(16) のみを示す.proximity operator の定義から

$$\begin{aligned} & \operatorname{prox}_{\gamma g}(\boldsymbol{s}) \\ &= \underset{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{2n}}{\operatorname{arg \; min}} \; \frac{\alpha \gamma}{2} \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H} \boldsymbol{u}\|_{2}^{2} + \frac{1}{2} \|\boldsymbol{s} - \boldsymbol{u}\|_{2}^{2} \\ &= \underset{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{2n}}{\operatorname{arg \; min}} \; \frac{1}{2} \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{I} + \alpha \gamma \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H} \right) \boldsymbol{u} \\ &- \left(\boldsymbol{s} + \alpha \gamma \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{u} + \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s} + \alpha \gamma \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} \right) \end{aligned}$$

である。ここで

$$G(\boldsymbol{u}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{I} + \alpha \gamma \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H} \right) \boldsymbol{u} - \left(\boldsymbol{s} + \alpha \gamma \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{u} + \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s} + \alpha \gamma \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} \right)$$

とおくと

$$\frac{\partial G(\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{u}} = (\boldsymbol{I} + \alpha \gamma \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}) \boldsymbol{u} - (\boldsymbol{s} + \alpha \gamma \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y})$$

となる。よって $\partial G(\boldsymbol{u})/\partial \boldsymbol{u}=0$ を解くと $\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{I}+\alpha\gamma\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H})^{-1}(\boldsymbol{s}+\alpha\gamma\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y})$ となり、式 (11) が得られる。また、 $\mathrm{prox}_{\gamma f_{\mathrm{s}}}$ は定義から

$$\operatorname{prox}_{\gamma f_{\boldsymbol{w}}}(\boldsymbol{s})$$

$$= \underset{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{2n}}{\min} \sum_{i=1}^{2n} \gamma \left(w_i^+ | u_i - 1 | + w_i^- | u_i + 1 | \right)$$

$$+ \frac{1}{2} \|oldsymbol{u} - oldsymbol{s}\|_2^2$$

$$= \underset{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{2n}}{\operatorname{arg \, min}} \ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} \left(2\gamma \left(w_i^+ | u_i - 1 | + w_i^- | u_i + 1 | \right) \right)$$

$$= \underset{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{2n}}{\min} \ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} F\left(u_i, w_i^+, w_i^-, s_i\right)$$

となる. ただし, $F(u,w^+,w^-,s)=2\gamma(w^+|u-1|+w^-|u+1|)+(u-s)^2$ である. $d=w^+-w^-$ とおくと,

1.
$$u < -1$$
 のとき,

$$F(u, w^+, w^-, s)$$
= $2\gamma(-w^+(u-1) - w^-(u+1)) + (u-s)^2$
= $(u-\gamma-s)^2 - \gamma^2 - 2\gamma(s-d)$

2.
$$-1 \le u < 1$$
 のとき、

$$F(u, w^+, w^-, s)$$
= $2\gamma(-w^+(u-1) + w^-(u+1)) + (u-s)^2$
= $(u-s-d\gamma)^2 - d^2\gamma^2 + 2\gamma(-ds+1)$

3. u > 1 のとき,

$$F(u, w^+, w^-, s)$$
= $2\gamma(w^+(u-1) + w^-(u+1)) + (u-s)^2$
= $(u-s+\gamma)^2 - \gamma^2 + 2\gamma(s-d)$

となる. したがって, $s < -1 - \gamma$ のとき,

$$\underset{u < -1}{\arg \min} \ F(u, w^+, w^-, s) = s + \gamma$$

$$\underset{-1 \le u < 1}{\text{arg min}} F(u, w^+, w^-, s) = -1$$

$$\underset{u \ge 1}{\arg \min} \ F(u, w^+, w^-, s) = 1$$

であるから, $F(s+\gamma,w^+,w^-,s) \le F(-1,w^+,w^-,s) \le F(1,w^+,w^-,s)$ より

$$\arg\min_{s \in \mathbb{R}} F(u, w^+, w^-, s) = s + \gamma$$

が成り立つ。同様の計算を $-1-\gamma \le s < -1-d\gamma, -1-d\gamma \le s < 1-d\gamma, 1-d\gamma \le s < 1+\gamma, 1+\gamma \le s$ の場合 にも行うことで式 (16) が得られる。

参考文献

- [1] L. Lu, G. Y. Li, A. L. Swindlehurst, A. Ashikhmin, and R. Zhang, "An overview of massive MIMO: Benefits and challenges," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 8, no. 5, pp. 742-758, Oct. 2014.
- [2] K. V. Vardhan, S. K. Mohammed, A. Chockalingam, and B. S. Rajan, "A low-complexity detector for large MIMO systems and multicarrier CDMA systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 26, no. 4, pp. 473-485, Apr. 2008.
- [3] P. Li and R. D. Murch, "Multiple output selection-LAS algorithm in large MIMO systems," *IEEE Communications Letters*, vol. 14, pp. 399-401, May 2010.
- [4] N. Srinidhi, S. K. Mohammed, A. Chockalingam, and B. S. Rajan, "Near-ML signal detection in largedimension linear vector channels using reactive tabu search," arXiv:0911.4640v1 [cs.IT] 24 Nov. 2009.
- [5] T. Datta, N. Srinidhi, A. Chockalingam, B. S. Rajan, "Random-restart reactive tabu search algorithm for detection in large-MIMO systems," *IEEE Commu*nications Letters, vol. 14, no. 12, pp. 1107-1109, Dec. 2010.
- [6] T. Wo and P. A. Hoeher, "A simple iterative Gaussian detector for severely delay-spread MIMO channels," in *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*, Glasgow, U.K., pp. 4598-4563, Jun. 2007.
- [7] Y. Sanada, "Performance of joint maximum-likelihood decoding for block coded signal streams in overloaded MIMO-OFDM system," in Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems 2013, Naha, pp. 775-780, Nov. 2013.
- [8] S. Denno, H. Maruyama, D. Umehara, and M. Morikura, "A virtual layered space time receiver with maximum likelihood channel detection," in *Proceedings of IEEE 69th Vehicular Technology Conference* 2009 Spring, Barcelona, pp. 1-5, April 2009.
- [9] T. Datta, N. Srinidhi, A. Chockalingam, and B. S. Rajan, "Low-complexity near-optimal signal detection in underdetermined large-MIMO systems," in *Proceed*ings of IEEE National Conference on Communications, pp. 1-5, Feb. 2012.
- [10] M. Nagahara, "Discrete signal reconstruction by sum of absolute values," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no.10, pp.1575-1579, Oct. 2015.
- [11] K. Hayashi, M. Nagahara, T. Tanaka, "A user's guide to compressed sensing for communications systems," *IEICE Transactions on Communications*, vol. E96-B, no. 3, pp. 685-712, Mar. 2013.
- [12] 早川 諒, 林 和則, 笹原 帆平, 永原 正章, "送信シンボル の離散性を利用した大規模過負荷 MIMO 信号検出法," 電 子情報通信学会ソサイエティ大会, A-22-5, 2015 年 9 月.
- [13] P. Combettes and J. Pesquet, "Proximal splitting methods in signal processing," in Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering, ser. Springer Optimization and Its Applications. Springer New York, 2011, vol. 49, pp. 185-212.