

## 1 目的

この課題では、 $\gamma$  線計測実験を通じて放射線計測技術の基礎を習得することを目的としている。 $\gamma$  線の計測は原子核・素粒子物理学にとって不可欠なものである。また、その他にも天文学や工学、医学などの幅広い分野でも応用されている。実験では、NaI(Tl) シンチレーション検出器を用いて放射性同位元素（線源）からの  $\gamma$  線のエネルギースペクトルと吸収係数を測定する。吸収係数はアルミニウムと鉛の 2 種類で測定する。ここでは、 $\gamma$  線検出の原理が  $\gamma$  線と物質の相互作用の特徴に基づいていることを理解することが目的となる。また、課題 3 ではサイクロトロンを用いて不安定核  $^{198}\text{Au}$  を生成し、その半減期を調べることで  $\gamma$  線計測の理解を深める。

## 2 課題 1. $\gamma$ 線のエネルギースペクトル及び検出器の分解能の測定

### 2.1 実験の原理

$\gamma$  線は原子核が高いエネルギーから低いエネルギーへ遷移するときに放出される電磁波である。そのエネルギー  $E$  と運動量の大きさ  $p$  は、

$$E = pc = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$$

の関係がある。ここで、 $h$  は Planck 定数、 $\nu$  は振動数、 $\lambda$  は波長を示す。放射線の検出には一般に電離作用を利用する。 $\gamma$  線は電荷を持たないので、物質を通過中に周辺の電子をクーロン力ではじき飛ばすような電離作用は生じない。 $\gamma$  線は、電磁相互作用によりそのエネルギーを電子に与え、生じた高速電子が結果として電離を引き起こす。 $\gamma$  線と電子の相互作用には次の 3 つの過程がある。

#### 光電効果

光電効果とは、 $\gamma$  線のエネルギー  $E_\gamma$  が原子の束縛電子に吸収され、電子が原子から飛び出す現象である。電子の運動エネルギー  $T_{e^-}$  は

$$T_{e^-} = E_\gamma - B$$

である。ここで  $B$  は電子の束縛エネルギー（仕事関数）である。この過程の起こる確率  $\mu_{photo}$  は、物質の原子番号を  $Z$  とすると、 $Z^5$  に比例し  $E_\gamma^{\frac{7}{2}}$  に反比例する。

$$\mu_{photo} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{\frac{7}{2}}}$$

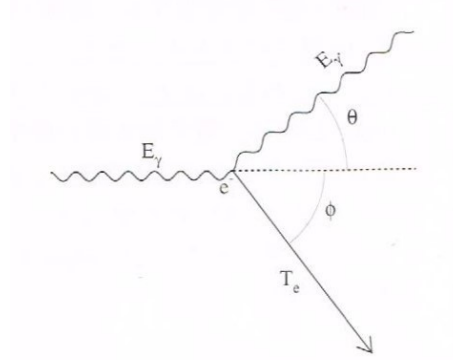
#### コンプトン効果

コンプトン効果とは、 $\gamma$  線が電子によって散乱される現象である。エネルギー保存則・運動量保存則に

より，散乱  $\gamma$  線のエネルギー  $E_{\gamma'}$  及び反跳電子の運動エネルギー  $T_{e-}$  は，

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + (1 - \cos \theta)E_{\gamma}/m_e c^2} T_{e-} = E_{\gamma} - E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + m_e c^2/(1 - \cos \theta)E_{\gamma}}$$

と表される。ここで  $m_e$  は電子の質量， $\theta$  は  $\gamma$  線の散乱方向である。



原子内の電子はそれぞれ独立に  $\gamma$  線と散乱を起こすので，この過程の起こる確率  $\mu_{Compt}$  は  $Z$  に比例する。また， $E_{\gamma}$  に反比例するとが知られている。

$$\mu_{Compt} \propto \frac{Z}{E_{\gamma}}$$

### 電子対生成

電子対生成とは， $\gamma$  線が電子・陽電子対に転換する現象である。その運動エネルギーの和は，

$$T_{e-} + T_{e+} = E_{\gamma} - 2m_e c^2$$

である。従ってこの過程が起こるためには  $E_{\gamma} \geq 2m_e c^2 = 1.022[\text{MeV}]$  でなければならない。電子対生成の確率は， $Z^2$  に比例する。エネルギーは  $E_{\gamma} \geq 2m_e c^2$  では  $(E_{\gamma} - 2m_e c^2)$  に比例し，高エネルギー領域では， $\ln E_{\gamma}$  でゆっくり増加する。

$$\mu_{pair} \propto \begin{cases} Z^2(E_{\gamma} - 2m_e c^2) & E_{\gamma} \geq 2m_e c^2 \\ Z^2 \ln E_{\gamma} & E_{\gamma} \gg 2m_e c^2 \end{cases}$$

$\gamma$  線の検出には NaI(Tl) シンチレーション検出器を用いる。この検出器は， $\gamma$  線のエネルギーを光の強さに変換する NaI(Tl) シンチレーターと，光を電気信号に変換する光電子増倍管および前置増幅器より構成される。その他にパルス信号を増幅する比例増幅器，パルス信号の波高を分析する多重波高分析器（Multi Channel Analyzer, MCA）等を合わせて検出装置を構成する。

### シンチレーター（蛍光体）

NaI(Tl) シンチレーターに入射した  $\gamma$  線は，物質中での相互作用により蛍光発光を生じさせる。蛍光発光（ $\gamma$  線の失ったエネルギーのうち蛍光に変換される割合）は 12 %，蛍光減衰時間（励起した蛍光体が

発光するまでの平均寿命)は  $\tau = 0.25\mu\text{s}$  である。蛍光の波長帯は可視または紫外領域で、強度のピークは 420nm である。

#### 光電子増倍管

シンチレーターは光学的に光電子増倍管 (Photo-Multiplier-Tube, PMT) に結合されている。光電子増倍管では光電効果を利用して光エネルギーを電気エネルギーに変換する操作を行う。光電子は電極間の電位差によって加速され第 1 電極で二次電子をたたき出し、この電子は第 2 電極に向かって加速され、そこでより多数の二次電子を発生させる。この繰り返しにより取り出す電気信号を増大していく。光子から電子への変換効率は約 20 % である。光電子の数は、

$$N = \frac{E}{h\nu} \epsilon g \eta$$

となる。ここで  $E$  は蛍光体中での  $\gamma$  線一個あたりのエネルギー損失、 $\epsilon$  は蛍光効率、 $g$  は集光効率、 $\eta$  は光電変換効率、 $h\nu$  は蛍光光子の平均エネルギーである。最終的に、電子は陽極に集められ電荷パルスが発生させるが、このとき陽極に生ずる電荷は、光電子増倍管の電柱増幅率を  $G$  とすると、

$$Q = -GNe$$

となる。この電荷パルスは陽極の静電容量  $C$  を充電し、電圧パルス  $V = Q/C$  を生ずる。この出力パルスと  $\gamma$  線のエネルギーには比例関係がある。

#### 比例増幅器と多重波高分析器 (MCA)

シンチレーション検出器からの信号は、比例増幅器において数  $\mu\text{s}$  の一定の幅のパルス信号に整形されるとともに設定した任意の倍率に増幅出来る。比例増幅器の出力信号は、ADC (Analog to Digital Converter) 回路に入れられ、波高というアナログ量がデジタル量に変換される。変換されたデジタル量 (チャンネル) に相当する各数字の発生回数をヒストグラムで表示すると、 $\gamma$  線のエネルギー・スペクトルが得られる。このような装置を多重波高分析器 (MCA) という。

#### エネルギー分解能

$\gamma$  線が検出器で光電吸収を受けた場合、理想的には線スペクトルとして観測されるが、実際には様々な要因によって線スペクトルの幅は広がる。そこで、検出器の性能を表す量として、“エネルギー分解能”を考える。 $\gamma$  線のエネルギーに対応するピークのエネルギーを  $E$ 、そのピークの半値幅 (Full Width at Half Maximum, FWHM) を  $\Delta E$  として、

$$R = \frac{\Delta E}{E} \times 100(\%)$$

をエネルギー分解能と定義する。ピークの形が正規分布に近く、その標準偏差を  $\sigma$  とすると、

$$\frac{1}{2} = \exp\left(-\frac{(FWHM/2)^2}{2\sigma^2}\right)$$

の関係から  $FWHM = 2.355\sigma$  である。検出器の分解能は、 $\gamma$  線の吸収から電気信号への変換の各過程で、量子効果に基づく統計的変動のために生ずる。そのなかで一番影響の大きいものは光電陰極で発生する光電子の数である。光電子の数の分布は、Poisson 分布に従う。従って、その平均値を  $N_m$  とすると、その標準偏差は  $\sigma(N_m) = \sqrt{N_m}$  となる。もし検出器の分解能がこの統計的変動のみによって決まるなら式 (3) より、 $E_\gamma \propto N_m$  になる。また、 $\Delta E_\gamma \propto \sigma(N_m)$  より、分解能は  $\frac{1}{\sqrt{E_\gamma}}$  に比例する。

今回使用する線源は  $^{60}\text{Co}$ 、 $^{137}\text{Cs}$  の二つである。図 1, 2 にその崩壊図を示す。 $^{60}\text{Co}$  は 1.173, 1.333

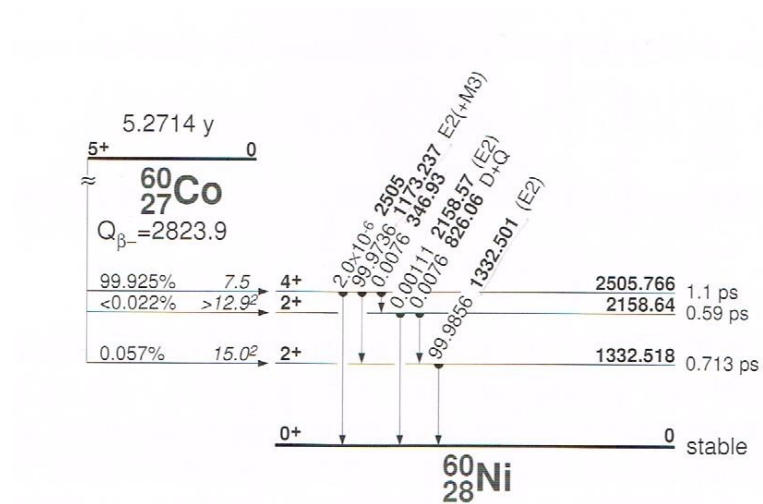


図1  $^{60}\text{Co}$  の崩壊図

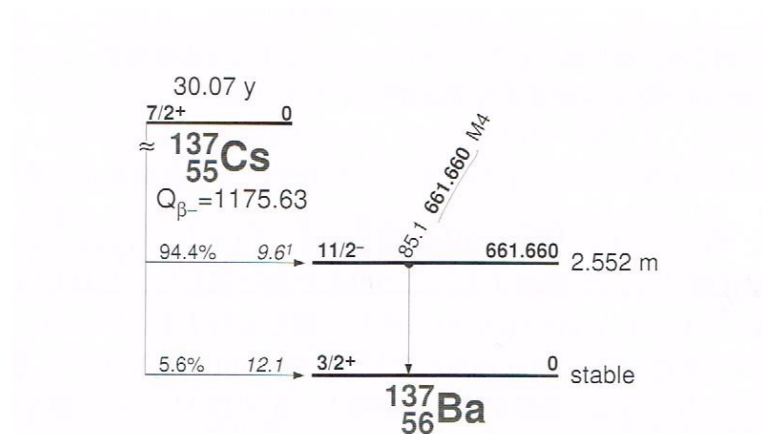


図2  $^{137}\text{Cs}$  の崩壊図

MeV の二本の  $\gamma$  線を放出する。 $^{137}\text{Cs}$  は、0.6617 MeV の  $\gamma$  線を放射し、この  $\gamma$  崩壊の競争過程として  $^{137}\text{Ba}$  K 殻電子の内部転換が起こり、それに伴い 32.2 keV の Ba  $K_X$  線が発生する。

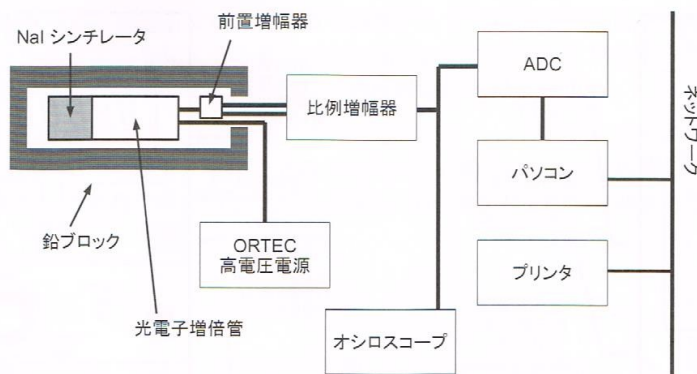


図3 ORTEC 高電圧電源を使用した  $\gamma$  線検出装置のブロック・ダイアグラム

## 2.2 実験方法

### 回路の接続と調整

本課題で使用した実験セットアップを図3に示す。光電子増倍管の高圧電源を+500Vかけて、実験を行った。まず、 $^{60}\text{Co}$ 線源を置き、光電子増倍管からの信号(negative pulse)をオシロスコープで観察し記録した。パルスの大きさ、立ち上がり時間、減衰時間を記録した。次に比例増幅器の出力(positive pulse)もオシロスコープで観察した。ADCの最大入力電圧を10Vに設定し、 $^{60}\text{Co}$ のパルスが約8Vになるように比例増幅器の利得(gain)を調整した。MCAのプログラムを立ち上げ、 $^{60}\text{Co}$ の二本のエネルギーピークが見られることを確認した。また $^{137}\text{Cs}$ 線源においても一本のエネルギーピークと $^{137}\text{Ba}$ の $K_X$ 線のピークが見られた。

### 測定

線源を外し、ルーム・バックグラウンドのスペクトルに変な構造がないことを確認して実験を進めた。 $^{60}\text{Co}$ 、 $^{137}\text{Cs}$ 線源で $\gamma$ 線のエネルギースペクトルをそれぞれ測定した。線源と光電子増倍管の間には鉛コリメータを設置した。 $\gamma$ 線の放出はPoisson分布に従うため、一回測定を行い、出現回数 $n$ が得られたとすると、その相対誤差は $1/\sqrt{n}$ となる。このことを考慮して測定時間を適宜決定した。測定によって得られたスペクトルの全エネルギーピークかチャンネル数と $\gamma$ 線のエネルギーの関係を表すエネルギー較正曲線(直線)を作成した。各エネルギーピークは正規分布

$$f(x) = a \exp\left(-\frac{(x-b)^2}{2c^2}\right)$$

でgnuplotを用いてフィッティングを行い $a, b, c$ の値を最適化した。また、 $^{137}\text{Cs}$ の $K_X$ 線のピークの下にはコンプトン散乱によるカウントがあるので、これを定数項と見なしてフィッティングを行った。

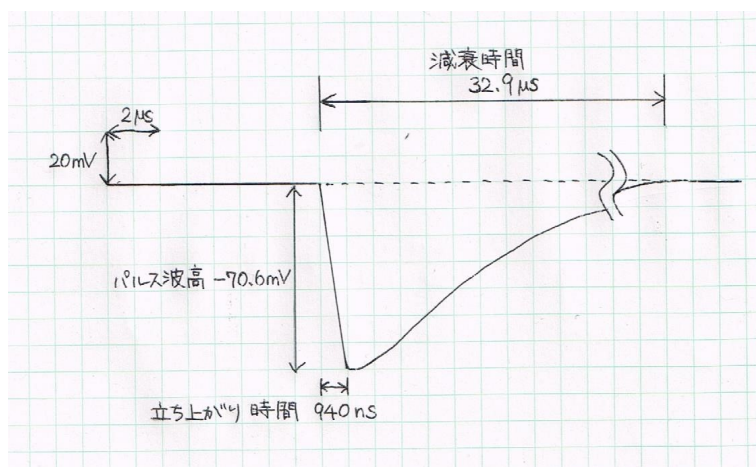


図4  $^{60}\text{Co}$ :光電子増倍管からの信号 (negative pulse)

$^{60}\text{Co}$  においても二本の  $\gamma$  線のエネルギーピークの下にコンプトン効果で生じた  $\gamma$  線のエネルギーが含まれているので、これを二次関数とみなしてフィッティングを行った。較正曲線は gnuplot でフィッティングを行い、決定した。較正曲線を求めるために用いた四つのピークについて、ピーク波高と半値幅 (FWHM) からエネルギー分解能を求め、 $\gamma$  線のエネルギーとの関係を調べた。プロットした点を  $\frac{1}{\sqrt{E_\gamma}}$  に比例した形 (これに定数項部分も加える) でフィッティングした。

## 2.3 結果

### 回路の接続と調整

$^{60}\text{Co}$  線源を置き、光電子増倍管からの信号 (negative pulse) をオシロスコープで観察した。(図4) パルスの大きさ 70.6mV, 立ち上がり時間 940ns, 減衰時間 32.9 $\mu\text{s}$  であった。

### 測定

$^{137}\text{Cs}$ ,  $^{60}\text{Co}$  のエネルギースペクトルは図5, 6 のようになった。各エネルギーピークのフィッティングの結果は

- $^{137}\text{Cs}$  の  $\gamma$  線は  $f_1(x) = a_{11} \exp\left(-\frac{(x-a_{12})^2}{2a_{13}^2}\right)$  でフィッティングを行った。

$$a_{11} = 4035.3 \pm 61.44$$

$$a_{12} = 394.809 \pm 0.1747$$

$$a_{13} = 14.0471 \pm 0.1281$$

- $^{137}\text{Ba}$  の  $K_X$  線は  $f_2(x) = a_{21} \exp\left(-\frac{(x-a_{22})^2}{2a_{23}^2}\right) + a_{24}$  でフィッティングを行った。

$$a_{21} = 2084.78 \pm 156.1$$

$$a_{22} = 23.115 \pm 0.1471$$

$$a_{23} = 2.12974 \pm 0.1382$$

$$a_{24} = 465.234 \pm 21.16$$

- $^{60}\text{Co}$  の二本の  $\gamma$  線は  $f_3(x) = a_{31} \exp\left(-\frac{(x-a_{32})^2}{2a_{33}^2}\right)$ ,  $f_4(x) = a_{41} \exp\left(-\frac{(x-a_{42})^2}{2a_{43}^2}\right)$ ,  $g(x) = b_1(x-b_2)^2 + b_3$  を用いて  $f_3(x) + f_4(x) + g(x)$  でフィッティングを行った。 $(f_3(x)$  が図 6 で左側にあるエネルギーピークである)

$$a_{31} = 456.394 \pm 5.621$$

$$a_{32} = 679.731 \pm 0.2056$$

$$a_{33} = 18.1791 \pm 0.2055$$

$$a_{41} = 391.673 \pm 4.545$$

$$a_{42} = 768.338 \pm 0.202$$

$$a_{43} = 19.2187 \pm 0.2051$$

$$b_1 = 0.00239995 \pm 0.00009476$$

$$b_2 = 866.505 \pm 5.848$$

$$b_3 = 2.44234 \pm 0.516$$

以上の結果を用いて既知のエネルギーとの対応を考えると (channel,  $E_\gamma$ ) = (0.661660, 394.809), (0.0322, 23.115), (1.173237, 679.731), (1.332501, 768.338) がプロット点となる。この較正直線を  $x[\text{MeV}] = c_0 + c_1 y[\text{ch.}]$  でフィッティングした結果は

$$c_0 = -0.0127953 \pm 0.009096$$

$$c_1 = 0.00174193 \pm 0.00001858$$

であった。図 7 にプロットと較正曲線を、図 8 にピークの位置から較正曲線による値を引いた残差分布を示す。

次にエネルギー分解能と  $\gamma$  線のエネルギーとの関係について、分解能  $R$  の定義と誤差伝搬から、プロット点  $(E_\gamma, R \pm R_{\text{error}}) = (0.674934, 8.37897 \pm 0.12788)$ ,  $(0.027469, 21.69830 \pm 1.54630)$ ,  $(1.171249, 6.29834 \pm 0.00304)$ ,  $(1.325596, 5.89064 \pm 0.09365)$  が得られた。これを  $p(E_\gamma) = p_0/\sqrt{E_\gamma} + p_1$  の形でフィッティングすると、

$$p_0 = 2.96595 \pm 0.1788$$

$$p_1 = 3.86103 \pm 0.5618$$

が得られた。また, reduced chi-square=0.608958 であった。図 9 にプロット点とフィッティングで得られた関数を示す。また, 図 10 にはその残差分布を示す。

## 2.4 考察

negative pulse の各測定値について、光電子増倍管の陽極負荷抵抗  $R$ 、陽極の浮遊容量を  $C$  とすると、電圧は

$$V(t) = \frac{Q}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$$

となる。これは、陽極で集められた全電荷  $Q$  は浮遊容量  $C$  に充電され、電圧  $\frac{Q}{C}$  となり、これが時定数  $RC$  で減衰していくことを表す。従って、パルスの大きさは充電された電圧の大きさ  $\frac{Q}{C}$  を表している。また、立ち上がり時間は充電している時間、すなわちシンチレーション光が発生している時間を、減衰時間は充電された電荷がすべて放出されるまでの時間を表していることが分かる。

次にエネルギー較正曲線について、図 7 を見ると線形によく近似できていることが見て取れるが、図 8 を見ると、残差からフィットした曲線は各データ点の誤差棒の範囲から大きく外れていることが分かる。このことから、較正曲線は線形ではなく、2 次関数や 3 次関数の曲線でより厳密に近似できることが考えられる。

エネルギー分解能においても  $1/\sqrt{E_\gamma}$  に比例する形でフィッティングを行ったが、図 9, 10 を見て明らかにようにフィットした曲線は誤差棒から大きくずれている。reduced chi-square は 1 程度になると良いフィット結果であると判断されるパラメータであるが、結果を見ると 0.608958 で 1 に近いとは言えない（良くフィッティングされているとは言えない）ことが分かる。これは検出器の分解能を決定する統計的変動（量子効果に基づく）のうち、一番影響の大きい“光電陰極で発生する光電子の数”のみを考慮に入れ、Poisson 分布から  $1/\sqrt{E_\gamma}$  法則を推定し、解析を進めたからであると考えられる。この影響以外にも検出器の分解能に関わる統計的変動もあることが考えられる。しかし傾向としては  $1/\sqrt{E_\gamma}$  に比例していることが分かるので、光電陰極で発生する光電子の数が、分解能の決定に大きく関わっていることは確からしいと考えられる。



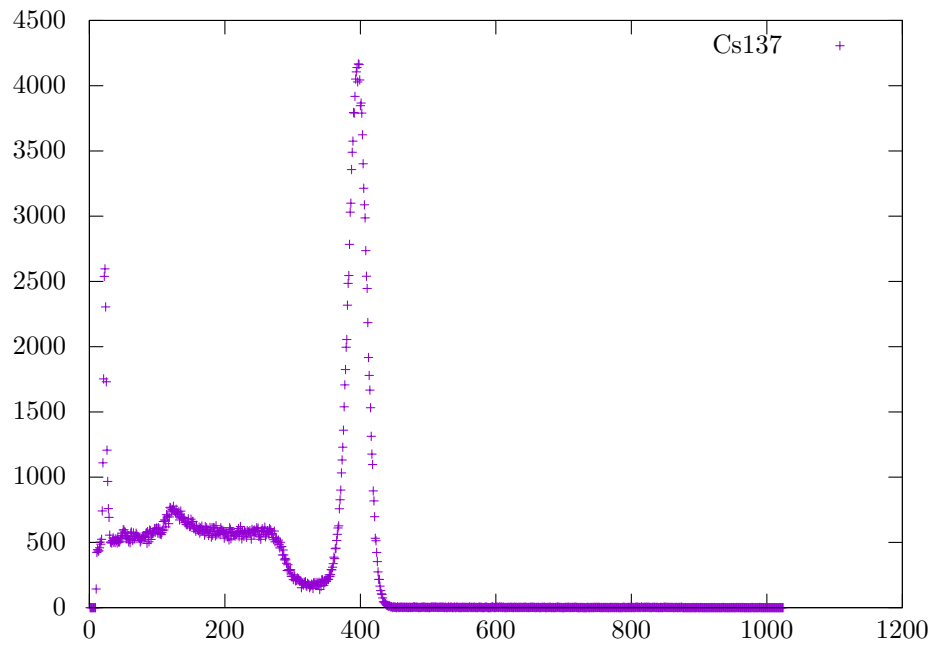


図 5  $^{137}\text{Cs}$  のエネルギースペクトル

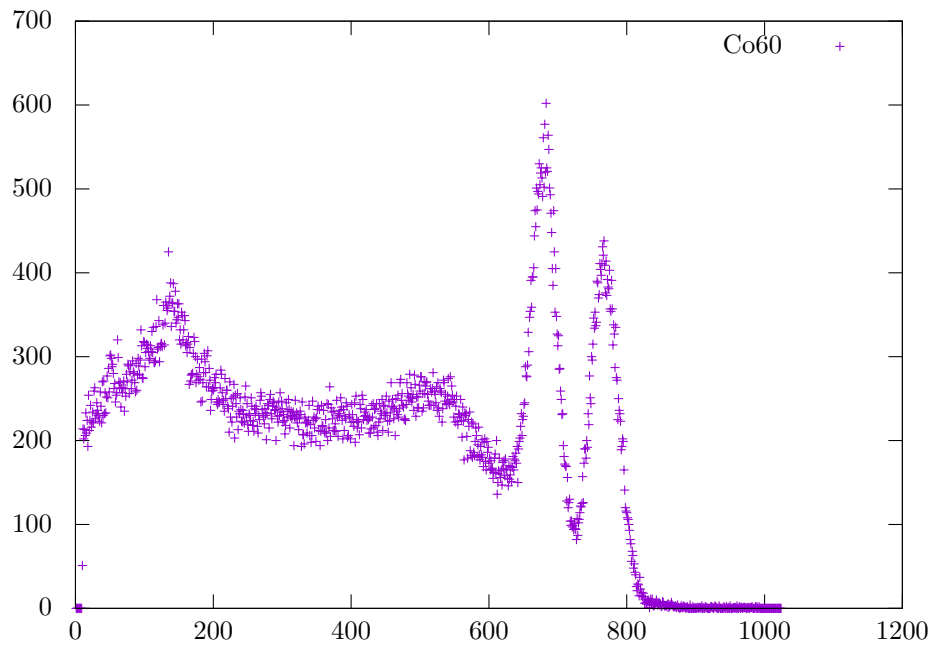


図 6  $^{60}\text{Co}$  のエネルギースペクトル

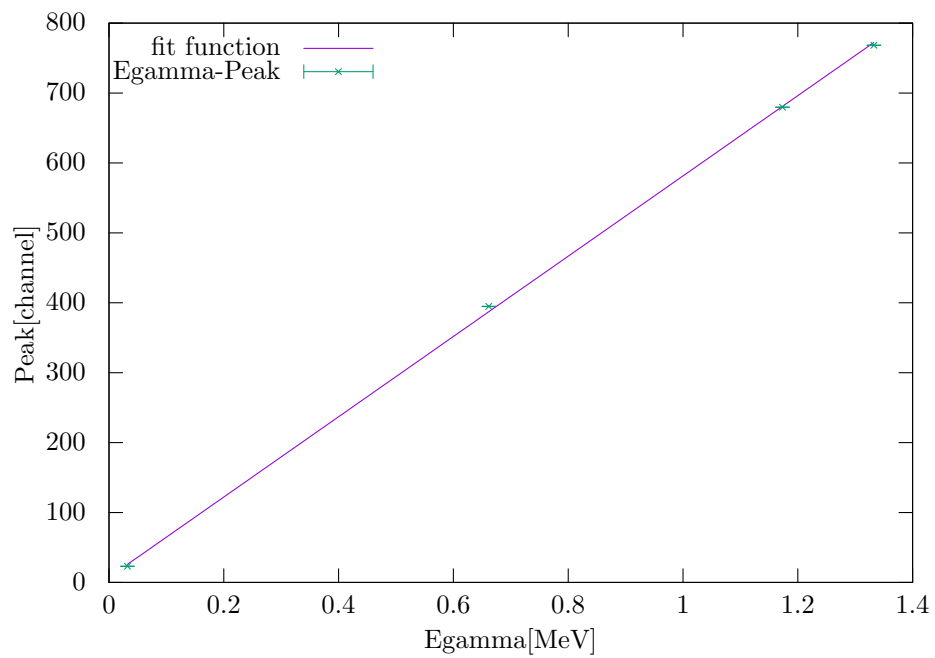


図 7 較正直線

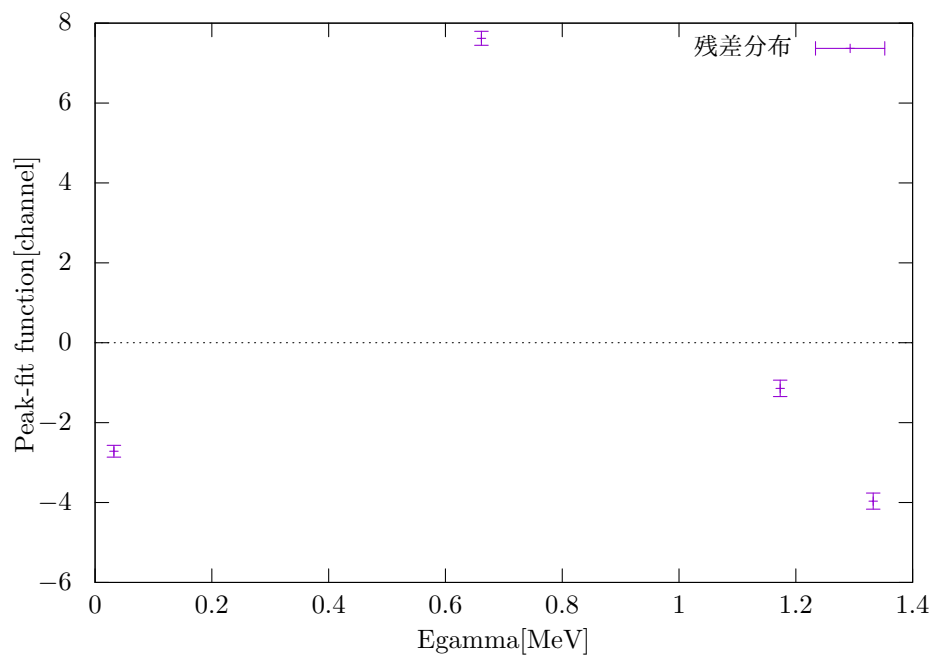


図 8 残差分布

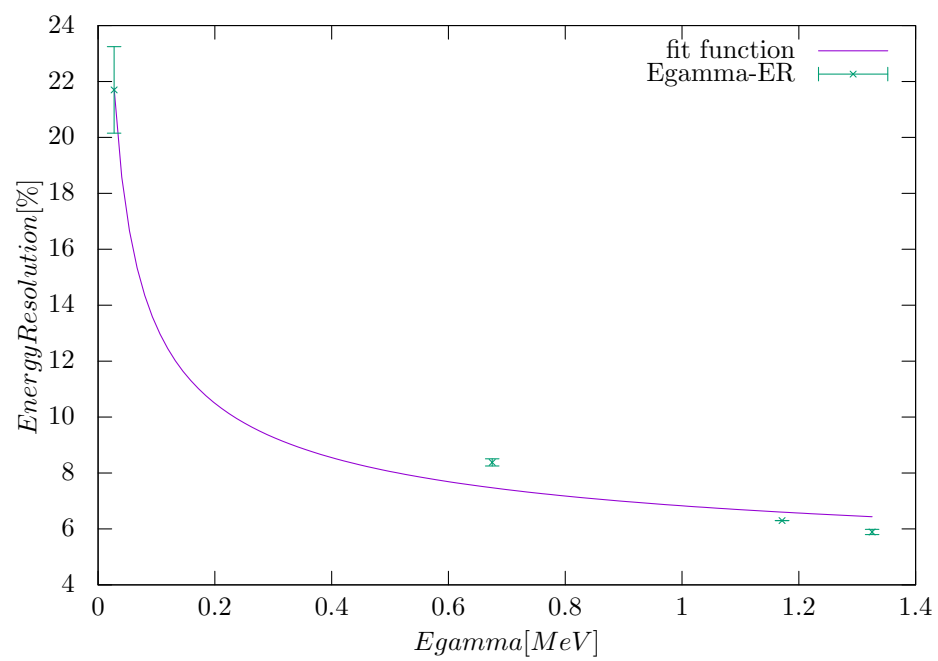


図9 エネルギー分解能と  $\gamma$  線のエネルギーの関係

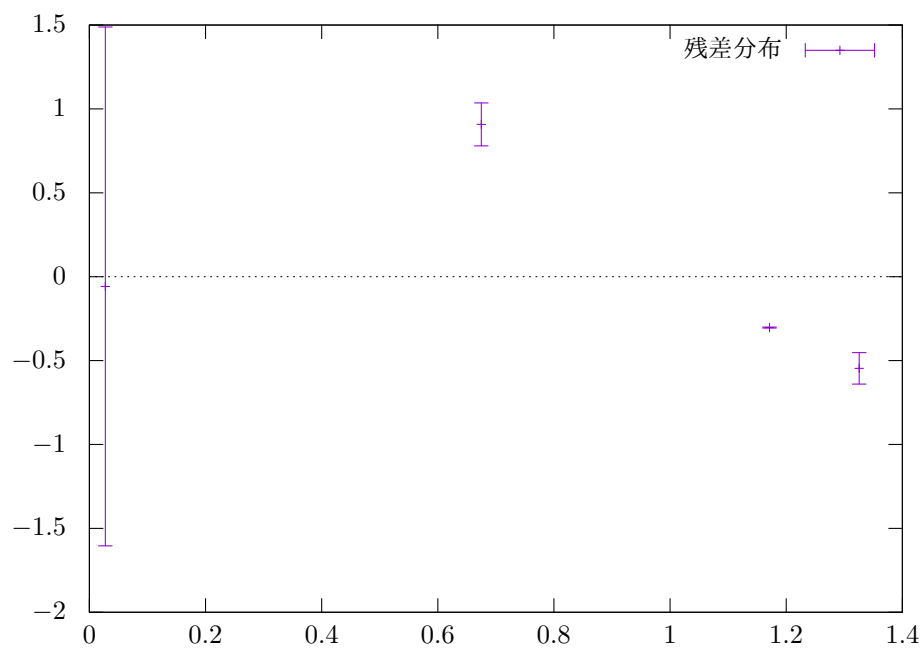


図10 残差分布

## 3 課題2 吸収係数の測定 (石川)

### 3.1 原理

#### 3.1.1 吸収係数

$\gamma$ 線は通過するとき、相互作用を起こしながら一個一個ビーム束から失われていく。通過前に  $I_0$  個の  $\gamma$  線が厚さ  $x$  の物を通過すると、通過後の  $\gamma$  線の個数  $I$  は、

$$I(x) = I_0 \exp^{-\mu x}$$

となる。 $\mu$  は  $\gamma$  線が単位厚さを通る間に失われる確率を表した量であり、全吸収係数と呼ばれる。これは光電効果、コンプトン効果、電子対生成効果の相互作用によって決まる。

#### 3.1.2 解析

課題1の解析方法に準じる。

### 3.2 実験方法

#### 3.2.1 試料・装置

実験試料

- $^{60}\text{Co}$  線源
- $^{137}\text{Cs}$  線源
- 吸収体 Al
- 吸収体 Pb

実験装置

- ノギス
- コリメータ
- 検出器
- 吸収体固定器具

### 3.2.2 手順

1. 吸収体 2 種類各 4 枚の暑さをノギスで測定した。
2. 検出器、吸収体固定器具、コリメータ、線源の順に配置した。
3. 吸収体それぞれにおいて、枚数を 4,3,2,1,0 枚と変化させながら 300 秒間測定した。
4. Co 線源より 1.33,1.17MeV,Cs 線源より 0.662MeV における 2 種類の吸収体の質量吸収係数を求めた。

### 3.3 結果

測定結果を表 1～表 3、図 1～図 3 に示す。

表 1: Cs 線源 (0.662MeV) におけるカウント数

cond	thickness	count	count-err
Pb*4	91.37	407.883	10.729
Pb*3	67.53	516.345	11.460
Pb*2	44.83	628.302	12.794
Pb*1	22.98	791.932	16.199
Pb*0	0.00	975.312	19.112
Al*4	4.394	713.589	16.030
Al*3	3.294	779.481	15.410
Al*2	2.194	800.105	15.871
Al*1	1.094	865.602	16.667
Al*0	0.000	916.487	18.576

### 3.4 考察

図 4 の Pb における文献値の比較から、測定結果が文献値から大きく外れている事が伺える。

これは、Pb の吸収体の厚さの測定誤差が影響していると考えられる。Pb の吸収体は周りが真鍮板で囲われていた為、その厚みを除外しなくては

表 2: Co 線源 (1.17MeV) におけるカウント数

cond	thickness	count	count-err
Pb*4	91.37	377.318	16.044
Pb*3	67.53	480.421	18.995
Pb*2	44.83	494.764	17.330
Pb*1	22.98	605.956	21.885
Pb*0	0.00	695.440	20.696
Al*4	4.394	588.768	20.998
Al*3	3.294	585.289	20.783
Al*2	2.194	649.388	21.835
Al*1	1.094	676.884	22.603
Al*0	0.000	710.113	20.801

表 3: Co 線源 (1.33MeV) におけるカウント数

cond	thickness	count	count-err
Pb*4	91.37	368.798	18.781
Pb*3	67.53	474.963	21.952
Pb*2	44.83	468.756	21.003
Pb*1	22.98	572.481	25.054
Pb*0	0.00	637.676	23.621
Al*4	4.394	530.308	25.082
Al*3	3.294	542.671	25.208
Al*2	2.194	606.691	25.864
Al*1	1.094	636.237	27.067
Al*0	0.000	637.661	24.523

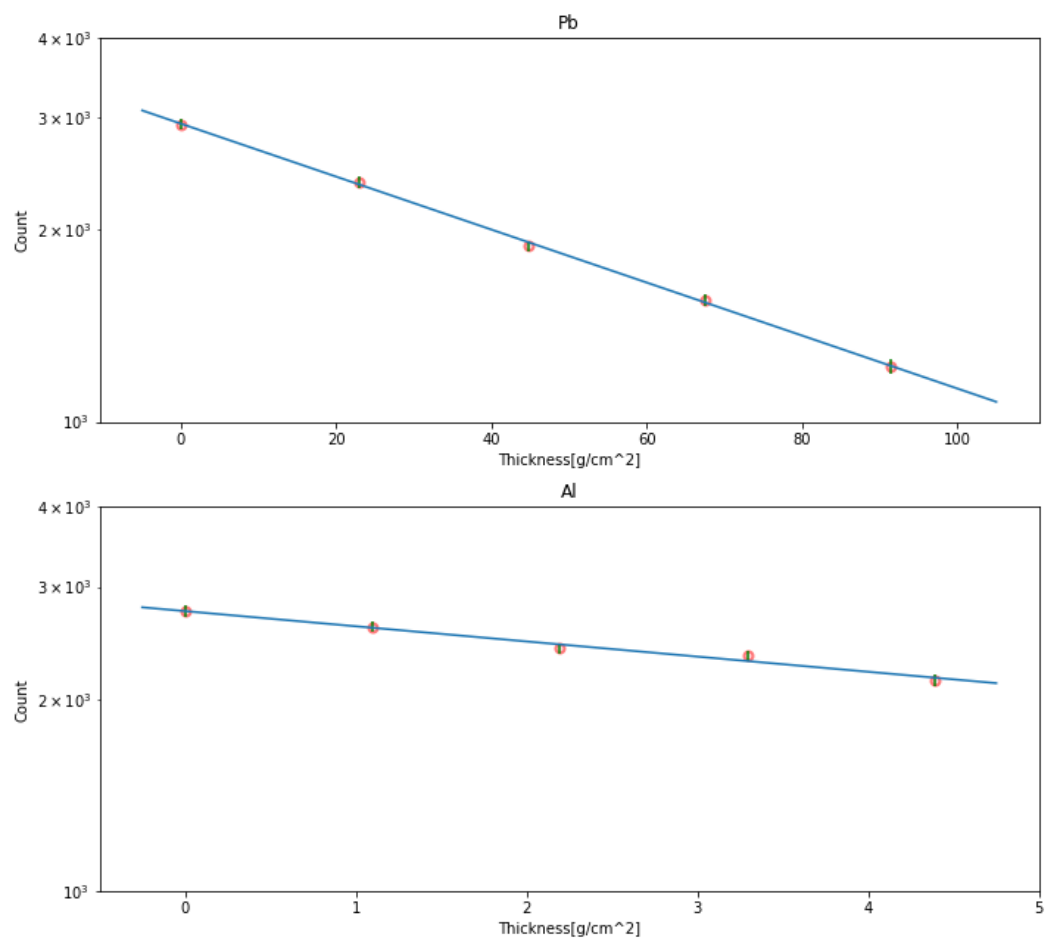


図 1: 0.662MeV(Cs137) における各吸収体の厚さとカウント数

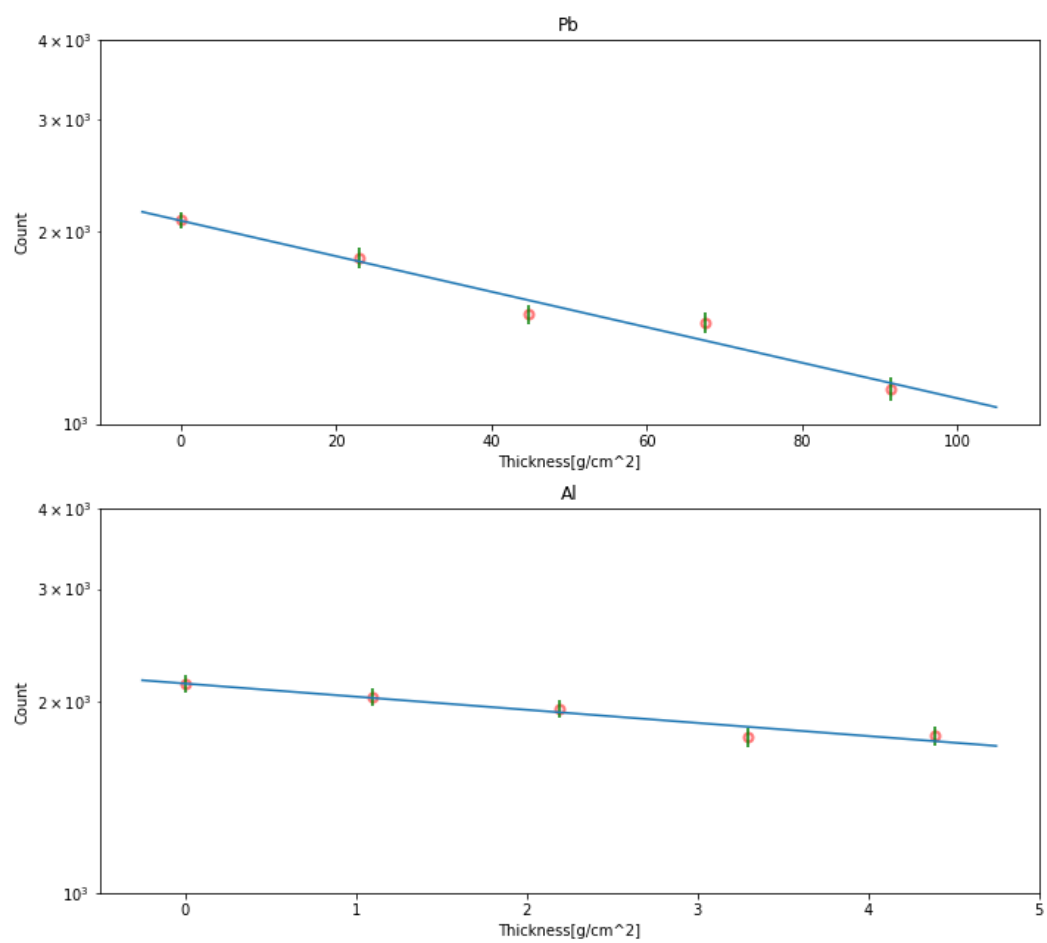


図 2: 1.17MeV(Co60) における各吸収体の厚さとカウント数



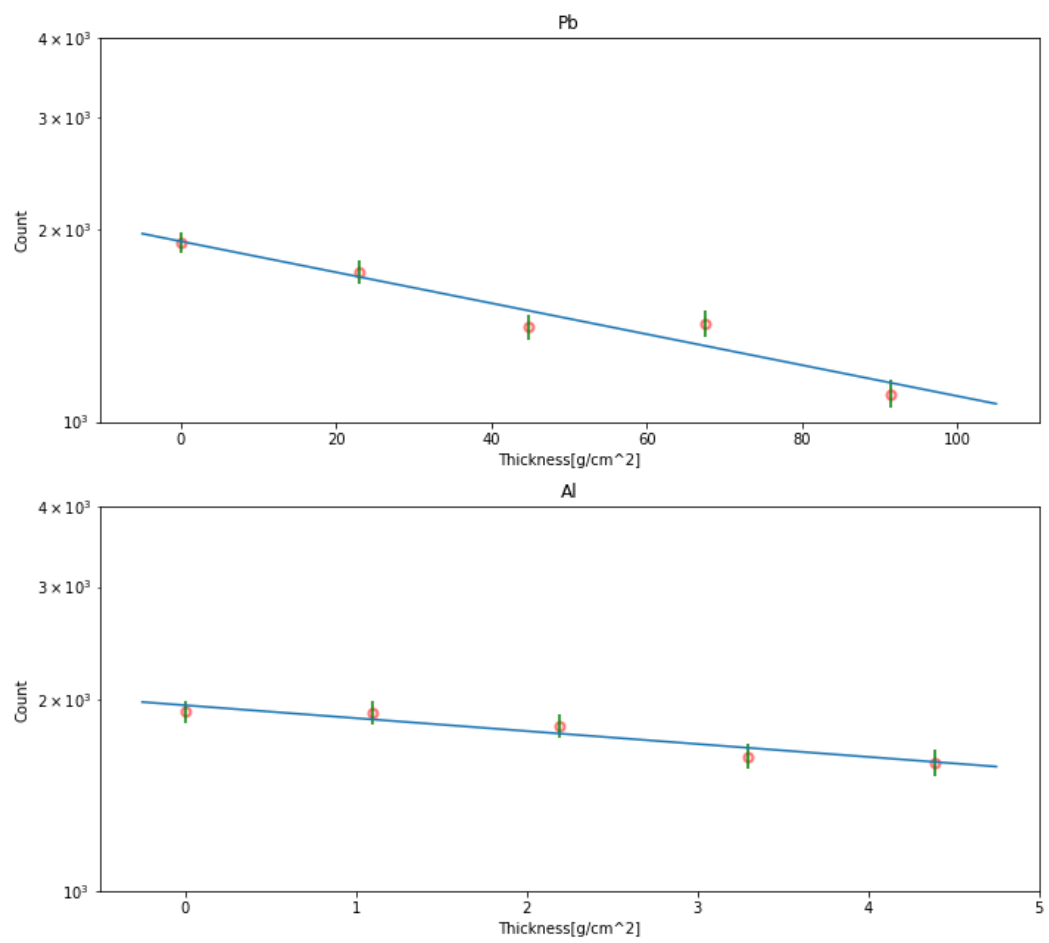


図 3: 1.33MeV(Co60) における各吸収体の厚さとカウント数

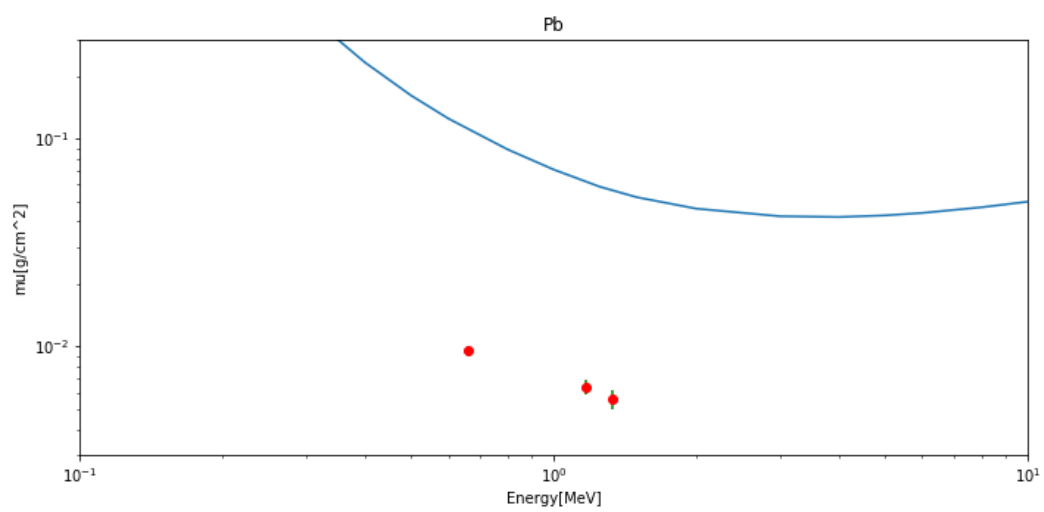


図 4: Pb における吸収係数の文献値と測定値の比較

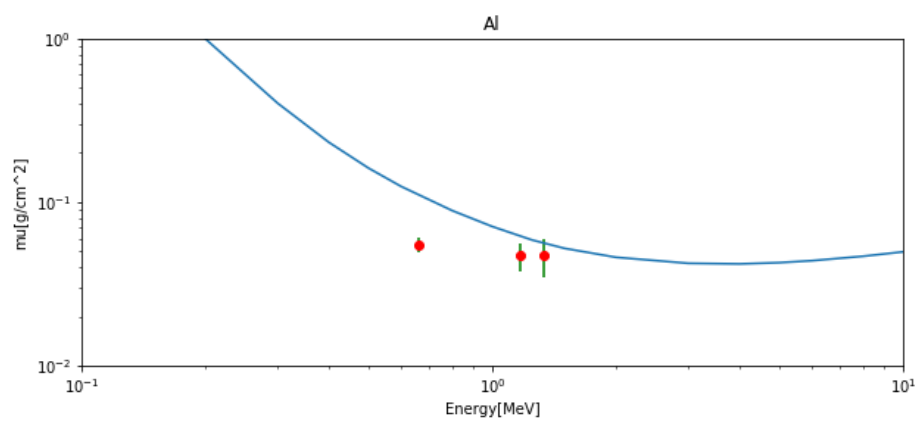


図 5: Al における吸収係数の文献値と測定値の比較

表 4: エネルギーと各吸収体における吸収係数

吸収体	energy	$\mu$	誤差	reduced-chisquare
Pb	0.662	0.0096	0.0003	0.252
Pb	1.173	0.0064	0.0005	1.749
Pb	1.332	0.0056	0.0006	1.857
Al	0.662	0.055	0.006	0.566
Al	1.173	0.047	0.009	0.546
Al	1.332	0.047	0.012	0.548

ならない。その際にも測定誤差が生じる為、結果として測定結果が文献値から大きく外れる結果になったと考えられる。

また表 4 より換算カイ二乗の値を読み取ると、Pb のフィッティングの精度がやや低い事が伺える。ゆえにフィッティングを用いて推定したカウントの値の正確性が低く、吸収係数の推定の精度が低くなったと考えられる。

## 4 実験 3 不安定核の崩壊の測定 (石川)

### 4.1 原理

#### 4.1.1 半減期

原子核等の崩壊過程は始状態と終状態とその崩壊を起こす相互作用によって決定される。初めに  $N_0$  個のアイソトープがあったとすると、時間  $t$  が経過した後のアイソトープの個数  $N$  は、

$$N(t) = N_0 \exp^{-\lambda t}$$

となる。 $\lambda$  は「寿命  $\tau$ 」の逆数で表される量である。また半減期  $T_0$  とは、 $N = \frac{N_0}{2}$  になるまでかかる時間であり、

$$T_0 = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

の関係がある。

#### 4.1.2 解析

課題 1 の解析方法に準じる。

## 4.2 実験方法

### 4.2.1 試料・装置

実験試料

- $^{198}\text{Au}$

実験装置

- コリメータ
- 検出器
- サンプルホルダ

### 4.2.2 手順

1. サイクロترونセンターで金サンプルビームの照射を行い不安定核である  $^{198}\text{Au}$  サンプルを作成した。
2. 検出器、吸収体固定器具、コリメータ、線源の順に配置した。
3. 吸収体それぞれにおいて、枚数を 4,3,2,1,0 枚と変化させながら 900 秒間測定した。
4. 測定結果より  $^{198}\text{Au}$  の半減期を求めた。

## 4.3 結果

測定結果を表 5、図 6 に示す。

表 5: 測定時間とエネルギーピーク

測定時刻	エネルギー [MeV]	err
2018/6/6/16:21	0.425265	0.006
2018/6/7/13:19	0.425021	0.006
2018/6/13/13:20	0.427356	0.004
2018/6/14/13:20	0.428244	0.006

半減期は  $2.77 \pm 0.04$  文献値は 2.696

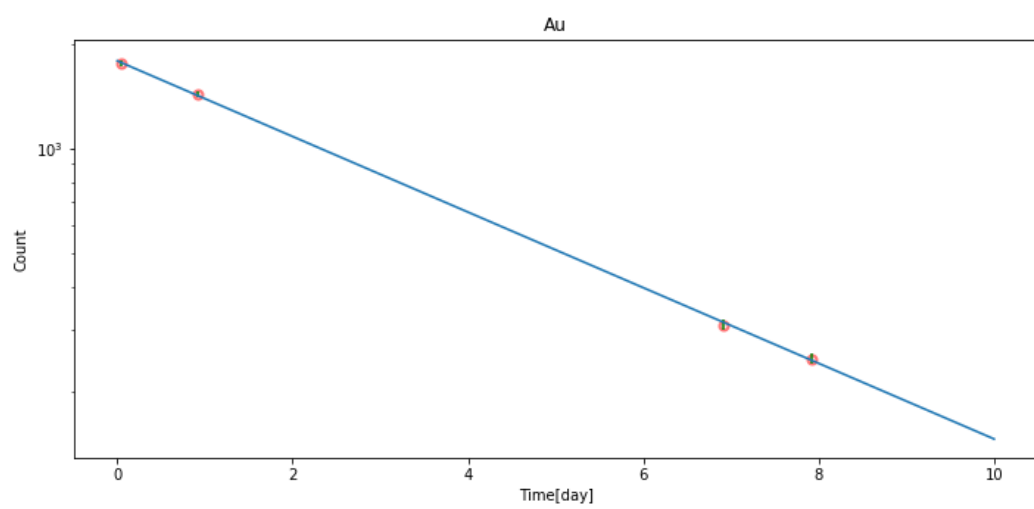


図 6: Au

#### 4.4 考察

表5と文献値  $0.41180[\text{MeV}]$  と比較すると、文献値が誤差の範囲内に収まっていないことが分かる。これは課題1で述べたが、較正曲線が厳密には1次関数でフィッティングできない為であると考えられる。

また半減期  $T_0$  は  $2.77 \pm 0.04$  と求められた。これも文献値が誤差の範囲内に収まっていないことが分かる。これは、表5においてエネルギーピーク的位置が変化しているように見えることから、一定として見ていた印加電圧がずれてしまっていることが考えられる。また電源をつけてすぐに測定を行っていた実験があった為、光電子増倍管の電源電圧が安定していなかったことが影響していると考えられる。

### 5 結論

各種測定を行うことで、 $\gamma$ 線の測定原理について理解を深めることが出来た。また測定結果の考察を通して測定の際に気をつけるべき手順について学ぶことができた。

### 3 演習問題

#### 3.1 演習問題 1

$$E = pc = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} = \frac{2\pi \times 197.327 \times 10^{-15} [\text{MeV} \cdot \text{m}]}{420 \times 10^{-9} [\text{m}]} = 2.95 [\text{eV}]$$

#### 3.2 演習問題 2

エネルギー保存則と運動量保存則から

$$E_\gamma + m_e c^2 = E_{\gamma'} + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} \quad (1)$$

$$\frac{E_\gamma}{c} = \frac{E_{\gamma'}}{c} \cos \theta + p_e \cos \phi \quad (2)$$

$$0 = E_{\gamma'} \sin \theta + p_e c \sin \phi \quad (3)$$

(3) より,

$$\sin \phi = -\frac{E_{\gamma'}}{p_e c} \sin \theta$$

これを (2) に代入して,

$$\begin{aligned} (E_\gamma - E_{\gamma'} \cos \theta)^2 &= p_e^2 c^2 \cos^2 \phi \\ &= p_e^2 c^2 \left(1 - \frac{E_{\gamma'}^2}{p_e^2 c^2} \sin^2 \theta\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_e^2 c^2 &= (E_\gamma - E_{\gamma'} \cos \theta)^2 + E_{\gamma'}^2 \sin^2 \theta \\ &= E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_{\gamma'} \cos \theta + E_{\gamma'}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

(1) を変形して,  $(E_\gamma + m_e c^2 - E_{\gamma'})^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4$ , これを (4) に代入

$$\begin{aligned} (E_\gamma + m_e c^2 - E_{\gamma'})^2 - m_e^2 c^4 &= E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_{\gamma'} \cos \theta + E_{\gamma'}^2 \\ E_{\gamma'} &= \frac{E_\gamma}{1 + (1 - \cos \theta) E_\gamma / m_e c^2} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} T_{e^-} = E_\gamma - E_{\gamma'} &= \frac{(1 + (1 - \cos \theta) E_\gamma / m_e c^2) E_\gamma - E_\gamma}{1 + (1 - \cos \theta) E_\gamma / m_e c^2} \\ &= \frac{(1 - \cos \theta) E_\gamma^2}{m_e c^2 + (1 - \cos \theta) E_\gamma} \\ &= \frac{E_\gamma}{1 + m_e c^2 / (1 - \cos \theta) E_\gamma} \end{aligned} \quad (6)$$

#### 3.3 演習問題 3

電子と陽電子は物質中で静止しているので, 運動量保存則より二本の消滅  $\gamma$  線は同じ大きさの運動量で反対方向に生じる。また  $E = pc$  の関係から消滅  $\gamma$  線のエネルギーはどちらも等しく, 電子・陽子の質量エネルギーである  $m_e c^2 = 0.511 [\text{MeV}]$  となる。



### 3.4 演習問題 4