

第一次作业

2021年3月10日

作业1

1. 证明方差与协方差的如下性质:

- 对任意随机变量 X 以及 $a \in \mathbb{R}$,
 - $\text{Var}[aX] = a^2 \text{Var}[X]$.
 - $\text{Var}[X] = E[X^2] - E[X]^2$.
- 如果 X 和 Y 是独立随机变量, 则

$$\text{Var}[X + Y] = \text{Var}[X] + \text{Var}[Y].$$

- 对满足 $\text{Var}[X] \leq +\infty$, $\text{Var}[Y] \leq +\infty$ 的随机变量 X 和 Y , 有

$$|\text{Cov}(X, Y)| \leq \sqrt{\text{Var}[X]\text{Var}[Y]}.$$

2. 证明弱大数定律:

设 $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 为具有相同期望 μ 和方差 $\sigma^2 < \infty$ 的独立随机变量序列, 令 $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则对任意 $\epsilon > 0$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Pr}[|\bar{X}_n - \mu| \geq \epsilon] = 0.$$

通过教学网提交, 提交时间期限为2021年3月17日17:00.