

2. I) $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1} \quad x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$

$$K(n) = \left| \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot x \right| = \left| \frac{n \cdot x^{n-1}}{x^n} \cdot x \right|$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Für } x=1.1 \text{ und } n=2 &\Rightarrow 2 \\ \Rightarrow \text{Für } x=15.66 \text{ und } n=5 &\Rightarrow 5 \\ \Rightarrow \text{Für } x=-20.897 \text{ und } n=12 &\Rightarrow 12 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Rightarrow \text{Für } x=1.1 \text{ und } n=2 &\Rightarrow 2 \\ \Rightarrow \text{Für } x=15.66 \text{ und } n=5 &\Rightarrow 5 \\ \Rightarrow \text{Für } x=-20.897 \text{ und } n=12 &\Rightarrow 12 \end{aligned}} \right\} K(n) = n$$

Gute Kondition wird erreicht, wenn $K(n) \leq 1$, das ist nur bei $n=1$ der Fall \Rightarrow Somit ist das Potenzieren schlecht konditioniert. Das bedeutet, der relative Fehler wird beim Auswerten der Funktion grösser, falls $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$ ist.

II) $f(x) = x^{\frac{1}{n}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{n} \cdot x^{\frac{1}{n}-1} = \frac{1}{n} \cdot x^{\frac{1-n}{n}} \quad x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$

$$K(n) = \left| \frac{\frac{1}{n} \cdot x^{\frac{1}{n}-1}}{x^{\frac{1}{n}}} \cdot x \right| = \left| \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{x} \cdot x \right| = \left| \frac{x}{nx} \right| = \left| \frac{1}{n} \right|$$

$$\Rightarrow K(n) \leq 1$$

Das Wurzelziehen ist gut konditioniert. Beim Auswerten durch eine Maschine wird der relative Fehler durch das Auswerten der Funktion nicht vergrössert.