Aufg. 1

$f(x) = \ln(x^2) \Rightarrow f''(x) = \frac{-2}{x^2} \rightarrow$ Plot siehe: 2_Abb.png

$h = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{n} = \frac{1}{n}$

Summierte Rechtecksregel:

Laut Plot: Grösste Steigung bei : $x = 1 \Rightarrow \max\limits_{x \in [a,b]} |f''(x)| = \frac{2}{1^2}$

$10^{-5} \leq \frac{h^2}{24}(b-a) \cdot \frac{2}{1^2} \Rightarrow 10^{-5} \leq \frac{h^2}{24} \cdot (2-1) \Rightarrow 10^{-5} \leq \frac{2h^2}{24}$

$\Rightarrow 10^{-5} \leq \frac{h^2}{12} \Rightarrow \sqrt{12 \cdot 10^{-5}} \leq h$

$\Rightarrow \sqrt{12 \cdot 10^{-5}} = \frac{2-1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{\sqrt{12 \cdot 10^{-5}}} \approx \underline{\underline{91.2871}}$

Summierte Trapezregel:

Laut Plot: Grösste Steigung bei : $x = 1 \Rightarrow 2$

$10^{-5} \leq \frac{h^2}{12} \cdot (2-1) \cdot 2 \Rightarrow 10^{-5} \leq \frac{h^2}{6} \Rightarrow 6 \cdot 10^{-5} \leq h^2 \Rightarrow \sqrt{6 \cdot 10^{-5}} \leq h$

$\Rightarrow \underline{h \approx 0{,}007746}$

Summierte Simpsonregel:

$f''''(x) = -\frac{12}{x^4} \rightarrow$ Plot siehe: 4_Abb.png

Laut Plot: Grösste Steigung bei : $x = 1 \Rightarrow |\max| = \left| -\frac{12}{1^4} \right| = 12$

$10^{-5} \leq \frac{h^4}{2880}(b-a) \cdot \max\limits_{x \in [a,b]} |f^{(4)}(x)| \Rightarrow 10^{-5} \leq \frac{h^4}{2880} \cdot 1 \cdot 12 \Rightarrow 10^{-5} \leq \frac{h^4}{240}$

$\Rightarrow \frac{3}{1250} \leq h^4 \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3}{1250}} \leq h \Rightarrow h \approx \underline{\underline{0{,}22134}}$