

---

# Chapitre 2

## ÉQUILIBRE

---

# 1 Équilibre coplanaire : définition & diagramme corps libre

## ► Corps en équilibre :

- Résultante des forces agissant sur le corps s'annule
- Force résultante & couple résultant sont zéro

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_O = 0$$

## ► Diagramme corps libre :

- Dessin ou croquis du corps montrant toutes les forces agissant sur lui
- Corps libre  $\Rightarrow$  appuis sont remplacés par des forces (réactions) qu'ils exercent sur le corps

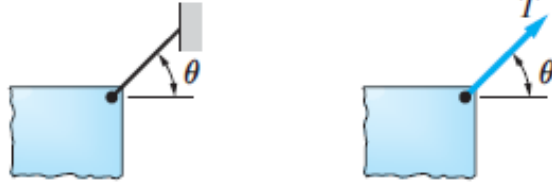
## ► Forces agissant sur un corps sont divisées en 2 groupes :

- Forces réactives (réactions) : forces exercées sur un corps par les supports par lesquels il est attaché
- Forces appliquées : forces appliquées à un corps & ne provenant des appuis

# 1 Équilibre coplanaire : définition & diagramme corps libre

## ► Exemples de Réactions aux appuis :

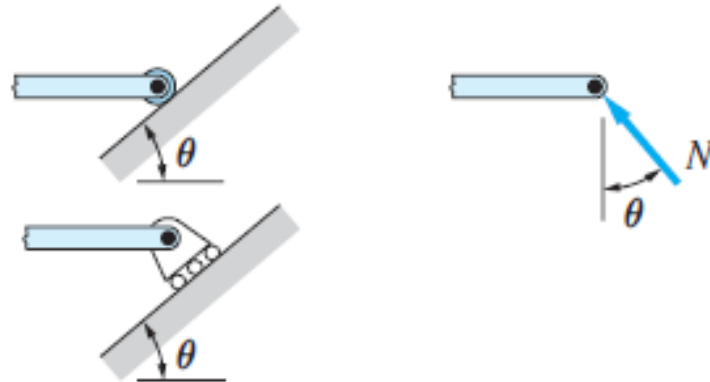
- Tension de magnitude inconnue  $T$  dans la direction du câble : une inconnue



- Force de magnitude inconnue  $N$  dirigée normalement à la surface, sans frottement : une inconnue



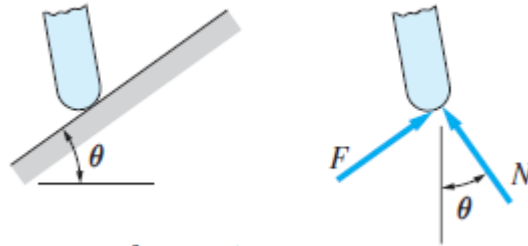
- Force de magnitude inconnue  $N$  normale à la surface supportant les rotules : une inconnue



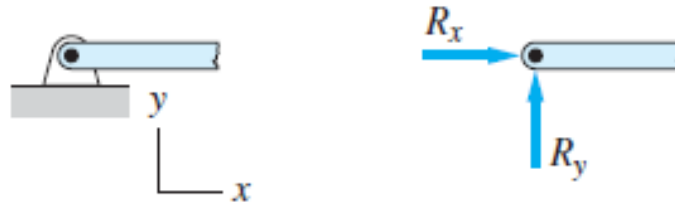
# 1 Équilibre coplanaire : définition & diagramme corps libre

## ► Exemples de Réactions aux appuis :

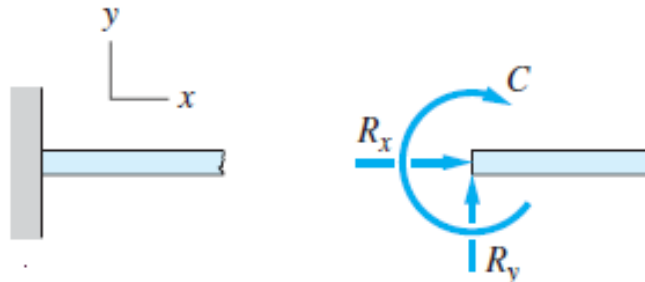
- Force de magnitude inconnue  $N$  normale à la surface & force de frottement  $F$  de magnitude inconnue & parallèle à la surface : deux inconnues



- Force inconnue  $R$  à un point fixe (pin) : deux inconnues



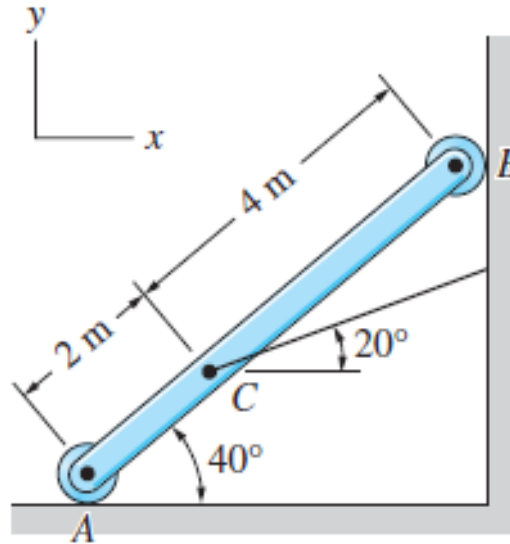
- Force de magnitude inconnue  $R$  & couple  $C$  de magnitude inconnue (poutre encastrée) : deux inconnues



# 1 Équilibre coplanaire : définition & diagramme corps libre

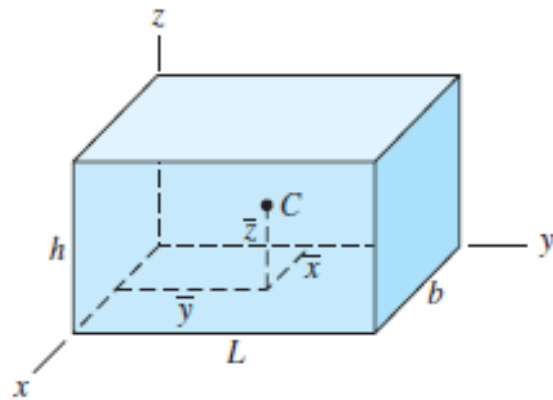
## ► Exemple 1

Une barre homogène de 6 m est supportée dans le plan vertical par des rotules en A & B & par un câble en C. La masse de la barre est 50 kg. Dessiner le diagramme du corps libre de la barre AB et déterminer le nombre d'inconnues.



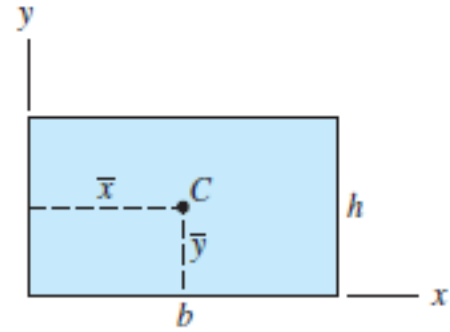
# 1 Équilibre coplanaire : définition & diagramme corps libre

## ► Centroïdes de quelques formes géométriques



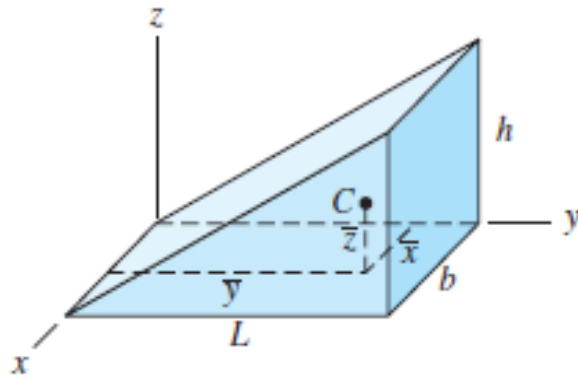
$$\bar{x} = \frac{1}{2}b \quad \bar{y} = \frac{1}{2}L \quad \bar{z} = \frac{1}{2}h$$

$$V = bLh$$



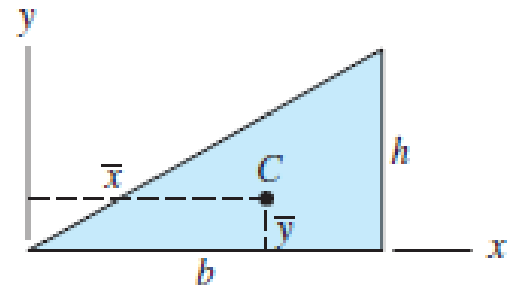
$$\bar{x} = \frac{1}{2}b \quad \bar{y} = \frac{1}{2}h$$

$$A = bh$$



$$\bar{x} = \frac{1}{2}b \quad \bar{y} = \frac{2}{3}L \quad \bar{z} = \frac{1}{3}h$$

$$V = \frac{1}{2}bhL$$



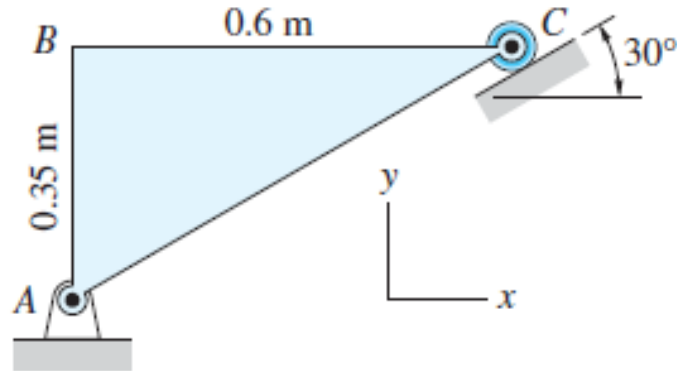
$$\bar{x} = \frac{2}{3}b \quad \bar{y} = \frac{1}{3}h$$

$$A = \frac{1}{2}bh$$

# 1 Équilibre coplanaire : définition & diagramme corps libre

## ► Exemple 2

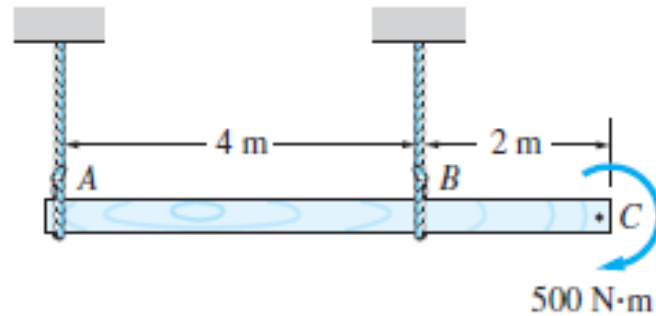
Une plaque triangulaire homogène de 250 kg est fixée en A et supportée par une rotule en B. Dessiner le diagramme du corps libre de la plaque & déterminer le nombre d'inconnues



# 1 Équilibre coplanaire : définition & diagramme corps libre

## ► Exemple 3

Une poutre homogène en bois de 120 kg est suspendue par les câbles A et B. Un couple s'applique en C. Déterminer les tensions dans les câbles





## 2 Équilibre en 3D

► Corps en équilibre :

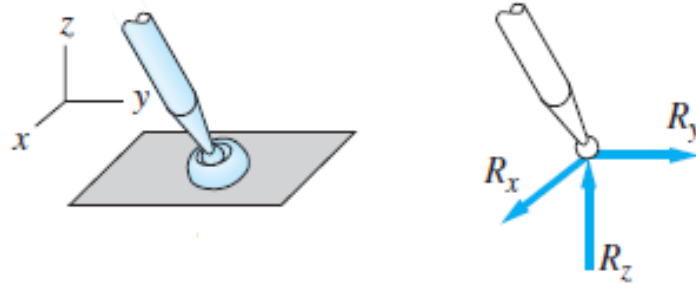
$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad \Sigma \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0$$

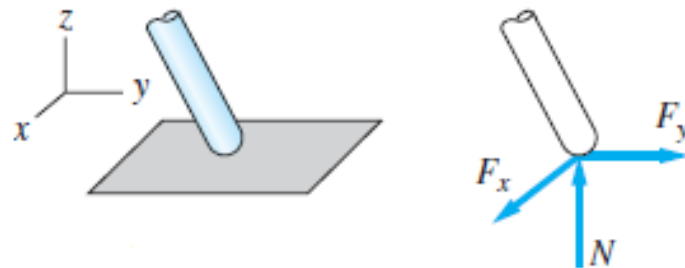
$$\Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0$$

► Exemples de Réactions aux appuis en 3D :

– Force inconnue  $\mathbf{R}$  : trois inconnues



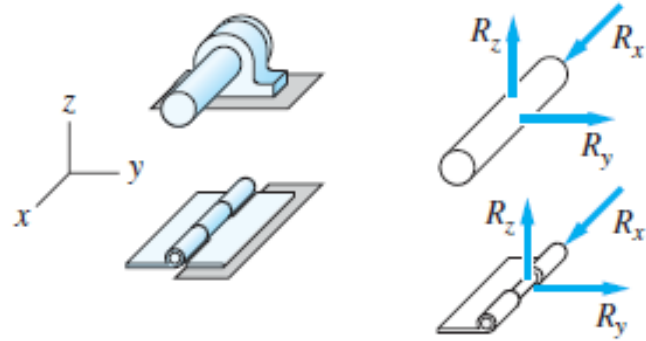
– Force de magnitude inconnue  $N$  normale à la surface & force de frottement inconnue  $\mathbf{F}$  : trois inconnues



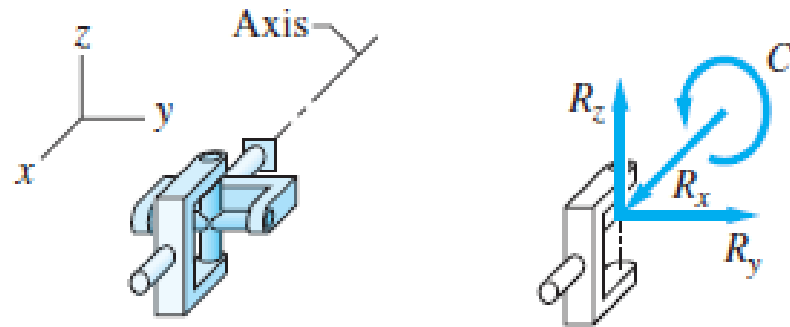
## 2 Équilibre en 3D

### ► Exemples de Réactions aux appuis en 3D :

– Force inconnue  $\mathbf{R}$  : trois inconnues



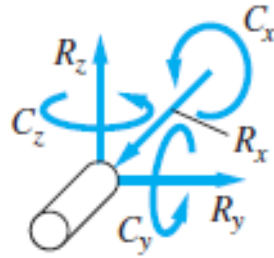
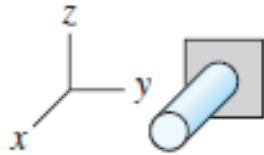
– Force inconnue  $\mathbf{R}$  & vecteur couple de magnitude inconnue  $C$  le long de l'axe du joint : quatre inconnues



## 2 Équilibre en 3D

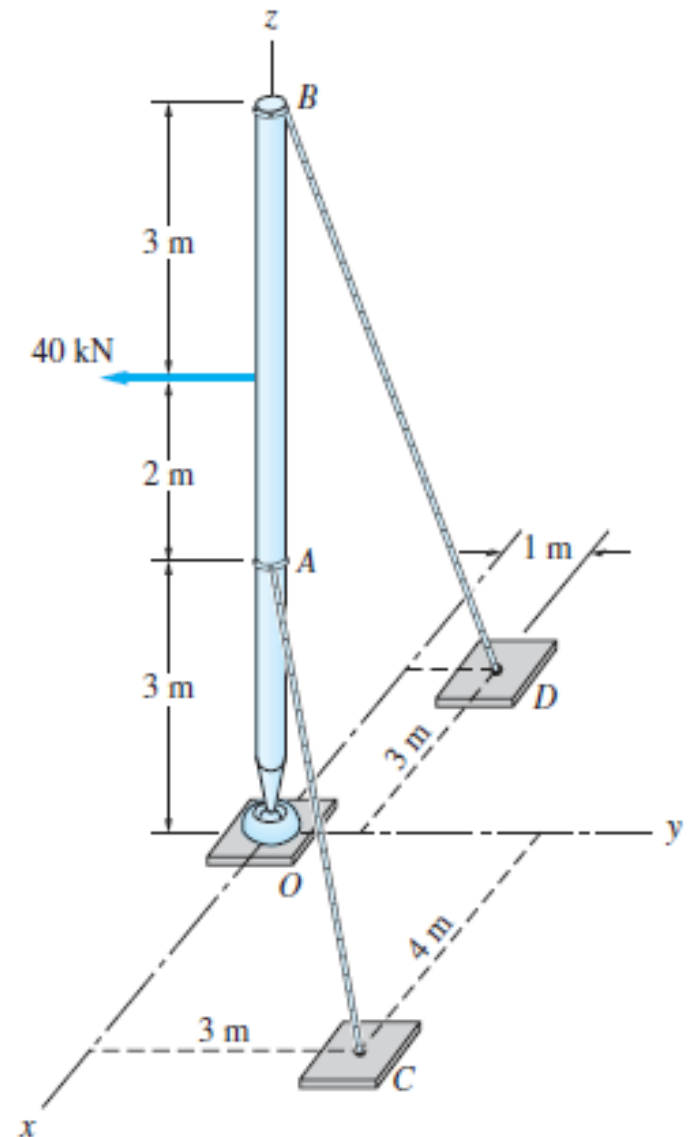
### ► Exemples de Réactions aux appuis en 3D :

- Force inconnue  $\mathbf{R}$  & vecteur couple inconnu  $\mathbf{C}$  : six inconnues



### ► Exemple 4

Un poteau uniforme de 2 Mg repose sur un joint en O & est supporté par deux câbles. Représenter le diagramme de corps libre de ce poteau & déterminer le nombre d'inconnues.



## 2 Équilibre en 3D

### ► Exemple 5

Deux barres AC & CD sont homogènes & pèsent  $200/\text{m}$ . Déterminer toutes les forces qui agissent sur la barre AC.

