

## Aufgabe 8: Viterbi-Algorithmus

**8.1** Gegeben sind die Gleichungen für den Viterbi-Algorithmus in logarithmischer Form:

- Initialisierung:
$$\varphi_0(i) = \log(\pi(i)) + \log(b_i(o_0))$$
$$\psi_0(i) = -1$$
- Iteration:
$$\varphi_t(j) = \max_{i=0,\dots,N-1} \left( \varphi_{t-1}(i) + \log(a_{ij}) \right) + \log(b_j(o_t))$$
$$\psi_t(j) = \arg \max_{i=0,\dots,N-1} \left( \varphi_{t-1}(i) + \log(a_{ij}) \right)$$
- Terminierung:
$$\log \left( P^*(o|\lambda) \right) = \max_{i=0,\dots,N-1} \left( \varphi_{T-1}(i) \right)$$
$$x_T^* = \arg \max_{i=0,\dots,N-1} \left( \varphi_{T-1}(i) \right)$$
- Backtracking:
$$x_{t-1}^* = \psi_t(x_t^*)$$

Implementieren Sie diese Variante des Viterbi-Algorithmus als neue Funktion in der Datei `uebung8.py`.

```
def viterbi( logLike, logPi, logA ):
    ...
    return stateSequence, pStar
```

Zu übergebende Funktionsparameter sind die logarithmierten Beobachtungswahrscheinlichkeiten `logLike`, der Vektor logarithmierter initialer Zustandswahrscheinlichkeiten `logPi` und die Matrix logarithmierter Übergangswahrscheinlichkeiten `logA`.

Die Rückgabewerte sind die Indizes der HMM-Zustände auf dem Viterbi-Pfad in zeitlich korrekter Reihenfolge `stateSequence` und die logarithmierte Wahrscheinlichkeit des optimalen Pfades `pStar`.

- 8.2** Berechnen Sie bitte für das Beispiel Wetter-HMM in der Datei `uebung8.py` (mit logarithmierten  $A$  und  $\pi_i$ ) mit ihrem Viterbi-Algorithmus den optimalen Pfad für die gegebenen Temperaturverläufe  $o = \{2^\circ, -1^\circ, 8^\circ, 8^\circ\}$  und  $o = \{2^\circ, -1^\circ, 8^\circ, 8^\circ, 4^\circ\}$ . Wie groß ist jeweils  $P^*(o|\lambda)$ ?

Für das Wetter-HMM sind folgende Parameter gegeben:

$$\pi : \begin{bmatrix} 0.90 & 0 & 0.10 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} : \begin{bmatrix} 0.80 & 0 & 0.20 \\ 0.40 & 0.40 & 0.20 \\ 0.30 & 0.20 & 0.50 \end{bmatrix}$$

Das Diagramm zeigt die Struktur des HMMs mit den diskreten Verteilungsdichtefunktionen, gegeben als Tabellen für alle HMM Zustände.

