```
TAREA #1
MURPHY CAP 1 : MATRIX, DETERMINANTES, PROPIEDADES BÁSICAS DERIVADES GRADIENTE DE MATRICES
 * MATRIZ: ABBLEGIO RECTANDULAR DE NÚMEROS CON FILAS Y COMMNAS, TAL QUE A = (a;j) CON a;j EL ELEMENTO
EN LA FILA ;, COUMNA j SI A E TR MEN TIENE M FILAS Y N COMMNAS.
    COMO DATOS : CADA FILA ES UNA MUESTRA Y CADA COLUMNA UNA CARACTERISTICA
        E E TRN (CARACTERÍSTICAS)
  -> OPERACIONES BASICAS :
         * SUMA: ( A+B) = a ; + b;
        * Producto por escara : ( a A); = a a;
         * PRODUCTO MATRICIAL: (AB); = \(\int_{\j} a_{\j} b_{\j} \) (NO COMMITTINO EN GENERAL)
         * Teams Duesta: AT
        X IDENTIDAD In: Inx = x
        * I NUERSA (SI EXISTE): AT TAL QUE ATA = I (PANA MATRICES CUADADAS INVERTIBLES)
        * SIMÉTRICA A = AT
         * ORTOGONAL : QTQ = I
   -> Rango Espacio nulo y commas
         * EL RANGO (RANK) ES & NÚMERO DE COLUMNAS LINEALMENTE INDEPENDIENTES
        * EL ESPACIO COLUMNA (COLUMN SPACE) ES EL SUBESPACIO GENERADO POR LAS COLUMNAS
        * EL ESPACIO NULO (NULISPACE) SON 105 VECTORES X TALES QUE Ax =0
 * DETERMINANTES: SI A ES CUADRADA ( N.X. N), SU DETERMINANTE det (A) NOS DICE VARIAS COSAS:
     FACTOR DE ESCALA DE NOLUMEN BASO LA TRANSFORMACIÓN LINEAL X HA, UN CONSUNTO EN RO VE SU NOLUMEN
         MULTIPLICADO POR | det (A)
      -> INVENTIBULDAD: det (A) =0 -> A NO es INVERTIBLE
      → SIGNO EL SIGNO DE det (A) INDICA SI LA ORIENTACIÓN SE PRESERVA O INVIERTE
```

```
* Formulas
      >> Pana 2x2: A = a b , det (A) = ad -bc
      - Para manbular (superion o inferion), det (A) es el propucto pe
      -> Propucto: det (AB) = det (A) det (B)
      -> Transposición: det (AT) = det(A)
      → SI P es matriz de permutación, det (P) = ± 1 secún paridad de la Permutación
+ Relación con Floenvalores SI A TIENE ELBENVALORES >1, , An (CONTANDO MULTIPLICIDADES), ENTONCES
   ENTONCES det (A) = TT; A; . ESTO JUNTA DETERMINANTE Y COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE A
* CALCULO DEL DETERMINANTE (JACOBI / FORMULA PRÁCTICA) PARA DETIVADAS 7 ANÁLISIS ES ÚTIL LA FORMULA
        JACOBI ( O SU PERIVADA):
                        d (det a) = det (a) to (a'da),
                       d(\log \det A) = \operatorname{tr}(A^{-1}dA)
   E SA IDENTIDAD ES CENTRAL PARA DERIVAR LOG-VERDSIMILITUD DE GAUSSIANAS MULTIVARIADAS
* DERIVATORS Y GRADIENTES: EN ML SE TABBASE CON FUNCIONES DE VARIAS FORMAS: ESCALAMES VECTORES MATRICES
   ESTAN SON IAS CONVENCIONES OUT SE USAN:
         * Pana f: R" - R , et enablente \ \f(x) to un vector columna de Tanaño n cou ( \tof) = 3f
         * Part g: R" > R" DEFINIMOS IN JACOBIANA J & R"XN CON J's = 391
         * Pana f: \mathbb{R}^{m \times n} \to \mathbb{R} in Derivata \frac{\partial f}{\partial a} in interpretations como una materiz m \times n con \frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial f}{\partial a_{ij}}
                df = tr\left(\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^T dA\right)
                     DIFERENCIAL ESCALAR OF CON EL "PRODUCTO INTERNO" MATRICIAL EC (XTY) A PARTIR DE
                                              POPEMOS LEER OF / DA
  - PROPIEDADES BÁSICAS
      1) DERWADA DE y = Ax NESPECTO AX
            y e R, A e R
                               A= (xA) 6
                                                         es unear en x, capa componente y = Z a a x , , así
                                                     Dy; / DX; = a; la Jacobiana J es exactamente
```

Sea A = $\mathbb{R}^{n \times n}$, encounts: $\begin{array}{ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2) DERWADA	DE 10 FORMA C.	vadnática f(x) =	x ^T A x nespecto	X	
Destruction for determination of $(A + A^*) \times A$ Expression of the second of $(A + A^*) \times A$ Expression of the second of $(A + A^*) \times A$ Por in construction or determinate $(A + A^*) \times A$ Case inferior: $A = A^*$, expresses $(A + A^*) \times A$ Destruction in $A = A^*$, expresses $(A + A^*) \times A$ Propose $(A + A^*) \times A = A^*$, expresses $(A + A^*) \times A$ Propose $(A + A^*) \times A = A^*$, expresses $(A + A^*) \times A$ Propose $(A + A^*) \times A = A^*$, expresses $(A + A^*) \times A$ Propose $(A + A^*) \times A = A^*$, expresses $(A + A^*) \times A$ Propose $(A + A^*) \times A = A^*$ Propose $(A + A^*) \times A = A^*$ Destruction of $(A + A^*) \times A = A^*$ Destruction of $(A + A^*) \times A = A^*$ Propose $(A + A^*) \times A = A^*$ Destruction of $(A + A^*) \times A = A^*$ A considering in Section (A A**) Destruction of $(A + A^*) \times A = A^*$ Destruction of $(A +$						
Declination Pola Streamachi: $f(x) = x^{T}Ax \qquad df = (dx)^{T}Ax + x^{T}Adx$ Expression to a stream to the stream to a summary a summary and the stream to	Sea A	E IR ENTON	<i>ces</i> :			
$f(x) = x^{T}Ax \qquad df = (dx)^{T}Ax + x^{T}Adx$ Extracal tension as $(dx)^{T}Ax$, and $x = x^{T}Adx$ Serving. $df = x^{T}(A^{T} * A) dx$ Prof. Caso sufferco: $x = A = A^{T}$, exercises $\nabla F = 2Ax$ Caso sufferco: $x = A = A^{T}$, exercises $\nabla F = 2Ax$ Caso sufferco: $x = A = A^{T}$, exercises $\nabla F = 2Ax$ Caso sufferco: $x = A = A^{T}$, exercises $\nabla F = 2Ax$ Caso sufferco: $x = A = A^{T}$, exercises $A = A^{T}$. Prof.		3	$\nabla_{x} (x^{T}Ax) =$	(A + AT) x	-	
$f(x) = x^{T}Ax \longrightarrow df = (dx)^{T}Ax + x^{T}Adx$ Extracts tension as $(dx)^{T}Ax$, and x according a solution $x^{T}A^{T}A^{T}A^{T}A^{T}A^{T}A^{T}A^{T}A$	Denvio	DAY DOD	CIAL:			
Et ramps Térmo 65 (dell' Ar., Our er externe 1 comparer a su mampereta $r'a'$ france of $r'a'$ $df = r'(a' + a) dx$ $df = (\nabla f)^T dx$, aci $\nabla f = (A + a)^T x$ Conso surfunco in $a = a^T$, surfances $\nabla f = 2ax$ Decumbs respecto a a (contemposo x $y = y = y = x = y = y = y = y = y = y = $	DERIVACI					
dt = x (x + x) dx Per la operation of the parameter of the (\text{Th}) dx, and \text{Th} = (\text{A} + \text{A}^*) x Caso summer of a = at, entering \text{Th} = 2ax Denumber respecto a A (matter member x true): \[\frac{1}{2}(x^*Ax) = x^* \] \[\fra		f (x) =	x [™] Ax →	$df = (dx)^T Ax$	+ × T AJx	
dt = x (x + x) dx Per la operation of the parameter of the (\text{Th}) dx, and \text{Th} = (\text{A} + \text{A}^*) x Caso summer of a = at, entering \text{Th} = 2ax Denumber respecto a A (matter member x true): \[\frac{1}{2}(x^*Ax) = x^* \] \[\fra		EL PRIMER	TÉRMIND ES (d.	()T Ax , Que es	escalar y connacente	SU TRANSPUESTA XA
Poe in Detwictor of Generalize $df = (\nabla f)^T dA$, and $\nabla f = (A + A^T)A$. Caso sumfraco: h a = A^T , entender $\nabla f = 2AA$. Denvior networks a A (matternation \times 400): $\frac{\partial (A^TAA)}{\partial A} = \times x^T$ $\frac{\partial (A^TAA)}{\partial A} = \times $						
Poe in Detwictor of Generalize $df = (\nabla f)^T dA$, and $\nabla f = (A + A^T)A$. Caso sumfraco: h a = A^T , entender $\nabla f = 2AA$. Denvior networks a A (matternation \times 400): $\frac{\partial (A^TAA)}{\partial A} = \times x^T$ $\frac{\partial (A^TAA)}{\partial A} = \times $			df =	xT (AT + A) dx		
Caso sintenco: si $A = A^{T}$, enventes $\nabla F = \pi_{AA}$ Derivada caspecto A (incremento \times two): $\frac{\partial (A^{T}AA)}{\partial A} = y_{A}T$ $\frac{\partial (A^{T}AA)}{\partial A} = y$						
Demand respects a A (marriemando $x = x_{(1)}$): $\frac{\partial (x^{T}Ax)}{\partial A} = x_{X}T$ $\frac{\partial (x^{T}$		Poe IA DE	FINICIÓN DE BI	ablenze df:	$= (\nabla f)^{T} dx$, as $\nabla f =$	x(TA+A)
Process $x^T A x = \sum_{ij} a_{ij} x_i x_j + \partial/\partial a_{ij} = x_i x_j$ Process $x^T A x = \sum_{ij} a_{ij} x_i x_j + \partial/\partial a_{ij} = x_i x_j$ 3) Decision of a transaction of the process of the pr		Caso simétr	100: SI A = AT	, entonces T	7f = 2Ax	
Process $x^T A x = \sum_{ij} a_{ij} x_i x_j + \partial/\partial a_{ij} = x_i x_j$ Process $x^T A x = \sum_{ij} a_{ij} x_i x_j + \partial/\partial a_{ij} = x_i x_j$ 3) Decision of a transaction of the process of the pr						
PORQUE $x^TAx = \sum_{ij} a_{ij} x_i x_j = 1$ Decumbe to the first the first transfer to the following the first transfer to the following to the following the first transfer to the following the fol		Verwapa ne				
PORQUE $x^TAx = \sum_{ij} a_{ij} x_i x_j = 1$ Decumbe to the first the first transfer to the following the first transfer to the following to the following the first transfer to the following the fol			<u> </u>	(xA TX) G	= xx ^T	
Pricambo De la Traza $tr(aB)$ Pricambo De la Traza $tr(aB)$ Pricambo De la Traza $tr(aB)$ De Porma Dual, $\partial tr(aB) = B^T$ De Comma Dual, $\partial tr(aB) / \partial B = a^T$ 1) Decumbo De log Determinante Si a es companha e invertibit, $d(\log det a) = tr(a^T) da$ De Agon' se extrage la Decumbo (Marcie Georgianic): $\frac{\partial \log det a}{\partial a} = (a^{-1})^T$ $\frac{\partial \log det a}{\partial a} = (a^{-1})^T$ Decumbo lo garterios.				014		
Prea $f(A) = tr(AB) (B Fyo),$ $\frac{\partial tr(AB)}{\partial A} = B^{T}$ $\frac{\partial A}{\partial A}$ Esto $tr(AB) = \sum_{ij} a_{ij}b_{ji} \text{asi} \partial/\partial a_{ij} = b_{ji} = (B^{T})_{ij}$ of Forma dual, $\partial tr(AB)/\partial B = A^{T}$ 4) Deavada del Vog-determinante Si A dis Cuadrada del Misseriale, $d(\log det A) = tr(A^{-1}dA)$ De adui' se extrace in Deavada (Marcie Scapiente): $\frac{\partial \log det A}{\partial A} = (A^{-1})^{T}$ $\frac{\partial \log det A}{\partial A} = (A^{-1})^{T}$ 3 A 3) Deavada del Determinante Apricando lo apreason.		PORQUE XT	Ax = 5, , a, x;	8/6 r ¿x	α:; ₃ = ×: ×;	
Prea $f(A) = tr(AB) (B Fyo),$ $\frac{\partial tr(AB)}{\partial A} = B^{T}$ $\frac{\partial A}{\partial A}$ Esto $tr(AB) = \sum_{ij} a_{ij}b_{ji} \text{asi} \partial/\partial a_{ij} = b_{ji} = (B^{T})_{ij}$ of Forma dual, $\partial tr(AB)/\partial B = A^{T}$ 4) Derivate by Og-Determinante $\frac{\partial A}{\partial B} = \frac{\partial A}{\partial B$	3) Deeve	00 00 10 700	+c(AB)			
$\frac{\partial tr}{\partial A} = B^{T}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = B^{T}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A}$ $\frac{\partial tr}{\partial A} = \frac{\partial tr}{\partial A} = \partial$						
Esto to (AB) = $\sum_{ij} a_{ij}b_{ji}$ as $a_{ij}b_{ji} = b_{ji} = (BT)_{ij}$ De Forma dual, $a_{ij}b_{ji} = a_{ij}b_{ji} = a_{ij}b_{ji}$ De Forma dual, $a_{ij}b_{ji} = a_{ij}b_{ji} = a_{ij}b_{ji}$ So A les characte a december, $a_{ij}b_{ji} = b_{ji} = (BT)_{ij}$ Dealvada del log determinante Apricando lo garegion Delvada del Determinante Apricando lo garegion	Para	f (A) = tr (AB)) (B fyo),			
Esto to (AB) = $\sum_{ij} a_{ij}b_{ji}$ as $a_{ij}b_{ji} = b_{ji} = (BT)_{ij}$ De Forma dual, $a_{ij}b_{ji} = a_{ij}b_{ji} = a_{ij}b_{ji}$ De Forma dual, $a_{ij}b_{ji} = a_{ij}b_{ji} = a_{ij}b_{ji}$ So A les characte a december, $a_{ij}b_{ji} = b_{ji} = (BT)_{ij}$ Dealvada del log determinante Apricando lo garegion Delvada del Determinante Apricando lo garegion			dtr	(AB) = B^T	-	
DERIVADA DEL LOG-DETERMINANTE SI A ES CUADRADA E INVESTIBLE, $ \frac{d(\log \det A)}{d(\log \det A)} = \operatorname{tr}(A^{-1}dA) $ DE AQUÍ SE EXTRAE LA DERIVADA (MATELE GRADIENTE): $ \frac{\partial \log \det A}{\partial A} = (A^{-1})^{T} $ TA $ \frac{\partial \log \det A}{\partial A} = (A^{-1})^{T} $ TA APLICANDO LO ANTERIOR			д д	Α		
DERIVADA DEL LOG-DETERMINANTE SI A ES CUADRADA E INVESTIBLE, $ \frac{d(\log \det A)}{d(\log \det A)} = \operatorname{tr}(A^{-1}dA) $ DE AQUÍ SE EXTRAE LA DERIVADA (MATELE GRADIENTE): $ \frac{\partial \log \det A}{\partial A} = (A^{-1})^{T} $ TA $ \frac{\partial \log \det A}{\partial A} = (A^{-1})^{T} $ TA APLICANDO LO ANTERIOR	Es	to tr (AB) =	Ei aibii Asi	3/30 = bii	= (B ^T);;	
Apricando de log-determinante Si A es cuadada e invertible, d(log det A) = tr (A-'dA) De aquí se extrae la decivada (mareir enabiente): 2 log det A = (A-1) ^T 2 A Apricando lo anterion					3	
Si A & CUADNADA & WHEETIBLE, $d(\log \det A) = \operatorname{tr}(A^{-1}dA)$ DE AQUÍ SE EXTRAE LA DERIMADA (MATRIX GRADIENTE): $\frac{\partial \log \det A}{\partial A} = (A^{-1})^{T}$	0	FORMA DUAL,	0 tr (AB) / 0B	= A'		
$d(\log \det A) = \operatorname{tr}(A^{-1}dA)$ De aqui se extrae la decuada (marai e enadiente): $\frac{\log \det A}{\log \det A} = (A^{-1})^{T}$ $\frac{\log \det A}{\log \operatorname{te}(A^{-1})} = (A^{-1})^{T}$ Apricando lo aprezion	4) DERWADA	DEL LOG - DETER	zminante			
$d(\log \det A) = \operatorname{tr}(A^{-1}dA)$ De aqui se extrae la decuada (marai e enadiente): $\frac{\log \det A}{\log \det A} = (A^{-1})^{T}$ $\frac{\log \det A}{\log \operatorname{te}(A^{-1})} = (A^{-1})^{T}$ Apricando lo aprezion	5, 4	Es Canacia	E INIVERTIBLE			
DE AQUÍ SE EXTRAE LA DERIVADA (MATRIZ GRADIENTE): Olog det A	J. N	es compinada				
Derwapa Del Determinante Apricando lo anterior			d (10g	$detA) = t_r(p)$	-' dA)	
Derwapa Del Determinante Apricando lo anterior	DE AGUÍ	SE EXTURE IR	DERIVADA (MATRI 2	61.401ENTE):		
APIICANDO LO ANTERIOR					DT .	
APIICANDO LO ANTERIOR			2 000	det A = (A ⁻		
Apilcando lo anterior						
	5) DERWAD	A DEL DETERMI	NANTE			
	APIICANDO	to ANTERIOR				

/

DE MODO QUE LA MATRIZ GRADIENTE ES: $\frac{\partial}{\partial a} \det A = \det(a)(a^{-1})^{T}$ ک مدنخ 6) DERIVADA DE 10 MUERSA SI Y = A-1 ENTONCES: $dy = -A^{-1}(AA)A^{-1}$ DERIVACION RAPIDA : DIFERENCIAR I = AAT 4 REORDENAR. EN TERMINOS DE MECTONES (CON MEC 4 PRODUCTO KNOWECKER): D vec(A-1) = - (A-7 ⊗ A-1) O Vec (A) 7) I DENTIDAD UTIL SE USA PANA EXPRESAR DERIVADAS MATRICIALES USANDO EL OPENADOR VEC Y PRODUCTOS KRONECKER Vec(AXB) = (B & A) Vec(X)