UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y ELÉCTRICA

Álgebra y Geometría Analítica

Semestre: 2023-I

Tema: Números complejos, forma binomial y polar.

GUÍA DE PRÁCTICA Nº 05

1. Efectuar:
   a) $(1+i)(1+2i)(2-i)$
   b) $(1+i)^4-(1-i)^4$
   c) $\frac{1+i}{i}+\frac{i}{1-i}$
   d) $\frac{(2+i)(1-2i)}{3-i}$
   e) $\frac{i^5+3}{i^3-1}$
   f) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{-1}$
   g) $(1+i)^{-1}-i^{-1}$

2. Hallar la parte real e imaginaria de los siguientes números complejos:
   a) $\frac{1}{1+i}+\frac{1}{1-i}$
   b) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$
   c) $1+\frac{1}{1+\frac{i}{1+\frac{i}{1+i}}}$

3. Hallar el módulo de los siguientes números complejos:
   a) $\frac{7-i}{3+i}\cdot\frac{3-i}{7+i}\cdot\frac{5-2i}{5+2i}$
   b) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$
   c) $\frac{5+3i}{4+i\frac{1-i}{4-i+\frac{2i}{3-i}}}$
   d) $\frac{(4-3i)(1+i)}{7-i}$
   e) $\frac{(3i)(1+i)}{7+i}$
   f) $\frac{(4+3i)(1-i)}{-i}$

4. Describir analíticamente y gráficamente las siguientes relaciones:
   a) $Re(z)=-5$
   b) $Im(z)<-1$
   c) $Re(z)+Im(Z)=-1$
   d) $4\,Re(z)\cdot 3\,Im(z)<1$
   e) $-5\le Re(z)\le -2\ \wedge\ 2<Im(z)\le 4$
   f) $|z|\le 2+Im(z)$

5. Hallar el conjugado de:
   a) $\frac{(4-3i)(1+i)}{7-i}$
   b) $\frac{(4+3i)(4-3i)}{7-7i}$
   c) $\frac{(i)(7+i)}{1-i}$

6. Resolver las siguientes ecuaciones en $\mathbb{C}$:
   a) $iz=(1+i)(1-i)$
   b) $\frac{1}{z}=-2i$
   c) $\frac{1}{z+i}=1+i$

7. Hallar los valores reales de x e y que satisfacen la ecuación:
   a) $x+3y+(2x-3y-9)i=0$
   b) $2x+4i=xi-2y$

8. Determine k para que el cociente $\frac{k+i}{1+i}$ sea igual a $2-i$

9. Hallar el valor de b para que el producto $(3+6i)(4+bi)$ sea:
   a) Un número imaginario puro b) Un número real.

10. Calcule $x \in \mathbb{R}$ para que el resultado del producto $(x+2+ix)(x-i)$ sea un número real.

11. Representar en su forma trigonométrica los siguientes números complejos:

    a) -7 b) -5 + 5i c) -3 + 4i d) $-4 + 4\sqrt{3}i$

12. Calcular: z^{-1}, si z es:

    a) $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ b) z = - 9 + 9 i c) $z = (-1-i)^2$

13. Calcular: $\left|\frac{(2+i\sqrt{5})(1+i\sqrt{3})^3}{\sqrt{5}+i\sqrt{3}}\right|$

14. Demostrar que si $z + \frac{1}{z}$ es real entonces $Im(z) = 0 \ \vee |z| = 1$

15. En cada ejercicio, calcular su módulo:
    a) $(1-i)^3$ b) $\sqrt{3}i - \frac{i}{1+i}$ c) $\frac{(2+2i)^{-1}}{-2-2\sqrt{3}i}$

16. Expresar en su forma binomial:
    a) $\left[\frac{1+i\tan\alpha}{1-i\tan\alpha}\right]^{-1}$ b) $\left(\frac{1+\operatorname{sen}\theta+i\cos\theta}{1+\operatorname{sen}\theta-i\cos\theta}\right)^{-1}$

17. Expresa $\frac{3}{2+\cos\theta+i\operatorname{sen}\theta}$ en la forma $a+bi$ y probar que $|z|^2 = 4\,Re(z) - 3$

18. Expresar cada uno de los siguientes números complejos en la forma polar:

    a) $\sqrt{3}$ -3 i b) $-4 - 4\sqrt{3}i$ c) 2−2i

    d) $\frac{(4+3i)(1+i)}{7-i}$ e) $\frac{(4+3i)(4-3i)}{7-7i}$ f) $\frac{(i)(7+i)}{1-i}$

19. Si $|z_1| = |z_2| = 1$ demuestre que $|z_1 + z_2| = 2 \Leftrightarrow z_1 = z_2$

20. Si $|z| = 1, w, z \in \mathbb{C}$. Demuestre $\left|\frac{z+w}{\bar{z}w+1}\right| = 1$