

MEDICIONES

“La batalla más grande que la ciencia ha librado a través del siglo XVIII, ha sido haber vencido a la naturaleza, tomándole el SISTEMA DE PESAS Y MEDIDAS.”

Napoleón Bonaparte

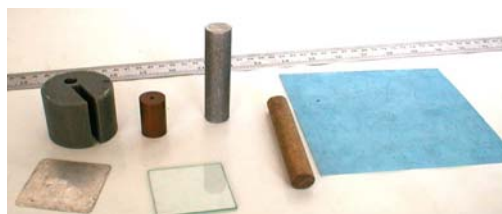
EXPERIENCIA N° 1

I. OBJETIVOS

1. Describir, Identificar y reconocer los diversos instrumentos de medida, e interpretar sus lecturas mínimas.
2. Describir, entender y aplicar las características de las mediciones directas e indirectas.
3. Explicar el grado de precisión y propagación de incertidumbres en los procesos de medición.

II. MATERIALES

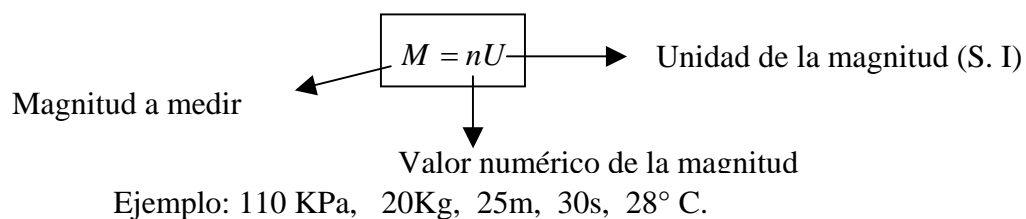
- Balanza de tres barras
- Calibrador Vernier o pie de rey
- Micrómetro o Pálmer
- Placa de metal
- Regla métrica
- Tarro con arena
- Cilindro metálico
- Esfera metálica
- Tarugo de madera
- Pesas (para aumentar el rango de precisión en la balanza)



III. FUNDAMENTO TEÓRICO

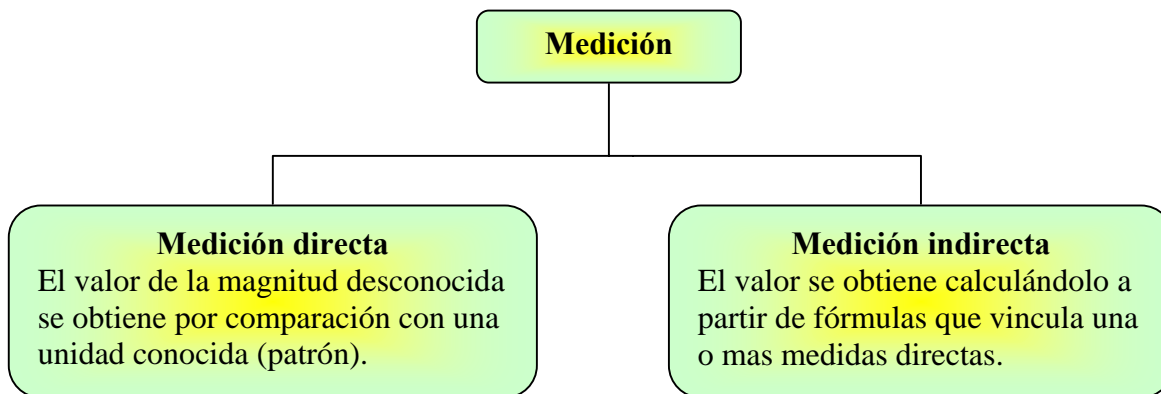
La importancia de las mediciones crece permanentemente en todos los campos de la ciencia y la técnica. *¿Qué es Medir?* Medir es comparar dos cantidades de la misma magnitud, tomando arbitrariamente una de ellas como unidad de medida.

La magnitud a medir se representa según la ecuación básica de mediciones:

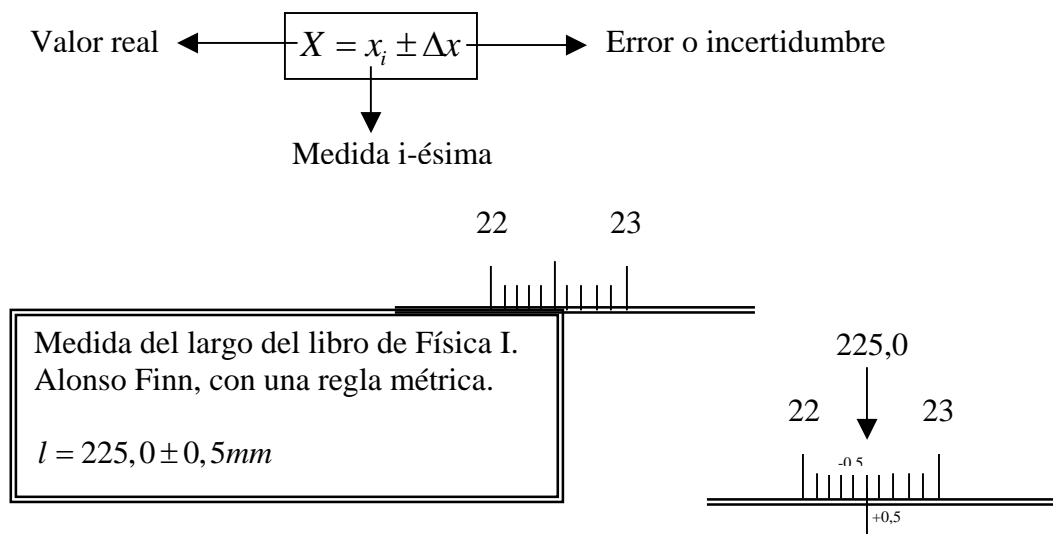


En el proceso de medir, surge que tan confiable es la medición realizada para su interpretación y evaluación.

La medición es Directa e Indirecta.

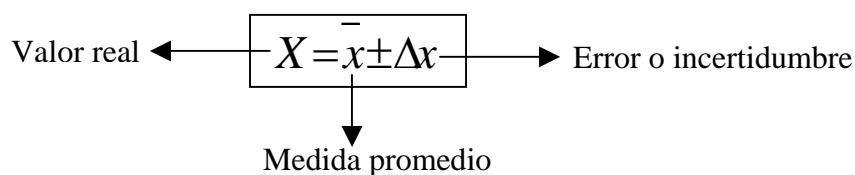


Cuando se tiene por ejemplo unas diez medidas directas, expresadas con el mismo valor, entonces la variable que se mide es estable. La medida directa que no tiene un valor único exacto se expresa de la siguiente manera:



Si se toma más de 5 medidas directas en las mismas condiciones anteriores y éstas presentan variación en sus valores, decimos que esto corresponde a fluctuaciones que están en un entorno o intervalo de valores. Estas diferencias indican la imposibilidad de encontrar el valor real.

Las n-mediciones directas realizadas, con n grande, se pueden tratar estadísticamente mediante la Teoría de la Medición. El valor real de la medida queda expresada por:



ERRORES EN LAS MEDICIONES DIRECTAS

Errores Sistemáticos.

Son los errores relacionados con la destreza del operador.

- **Error de paralaje (E_P)**, este error tiene que ver con la postura que toma el operador para la lectura de la medición.

- **Errores Ambientales y Físicos (E_T)**, al cambiar las condiciones climáticas, éstas afectan las propiedades físicas de los instrumentos: dilatación, resistividad, conductividad, etc.

También se incluyen como errores sistemáticos, los errores de cálculo, los errores en la adquisición automática de datos y otros.

La mayoría de los errores sistemáticos se corrigen, se minimizan o se toleran; su manejo en todo caso depende de la habilidad del experimentador.

Errores del instrumento de medición.

Son los errores relacionados con la calidad de los instrumentos de medición:

- **Error de lectura mínima (E_{LM})**, Cuando la expresión numérica de la medición resulta estar entre dos marcas de la escala de la lectura del instrumento. La incerteza del valor se corrige tomando la mitad de la lectura mínima del instrumento.

Ejemplo: Lectura mínima de 1/25mm

$$E_{LM} = 1/2(1/25\text{mm}) = 0,02\text{mm}$$

- **Error de cero (E_0)**, es el error propiamente de los instrumentos no calibrados.

Ejemplo: cuando se tiene que las escalas de lectura mínima y principal no coinciden, la lectura se verá que se encuentra desviada hacia un lado del cero de la escala. Si esta desviación fuera menor o aproximadamente igual al error de lectura mínima, entonces E_0 es $E_0 = E_{LM}$

$$E_i = \sqrt{(E_{lm})^2 + (E_0)^2}$$

Errores Aleatorios.

Son los errores relacionados en interacción con el medio ambiente, con el sistema en estudio, aparecen aun cuando los errores sistemáticos hayan sido suficientemente minimizadas, balanceadas o corregidas.

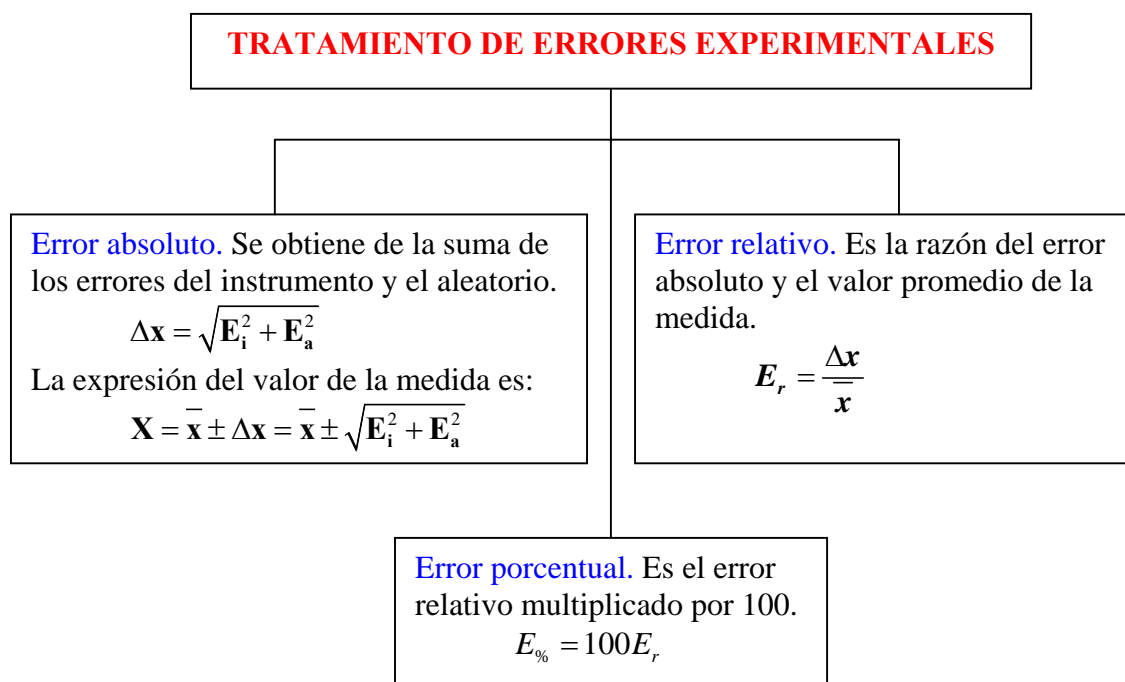
Los errores aleatorios se cuantifican por métodos estadísticos. Si se toma n-mediciones de una magnitud física x, siendo las lecturas $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$; el valor estimado de la magnitud física x, se calcula tomando el promedio de la siguiente manera

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

La diferencia de cada medida respecto de \bar{X} se llama desviación. El grado de dispersión de la medición, estadísticamente se llama *desviación estándar de la media* σ y se le calcula de la siguiente forma:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + (\bar{x} - x_3)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n}}$$

El error aleatorio E_a para un número pequeño de mediciones (<100) es: $E_a = \frac{3\sigma}{\sqrt{n-1}}$



EXPRESIÓN DE LA MEDIDA.

- El valor de la medida en función del error relativo es:

$$X = \bar{x} \pm E_r$$

- El valor de la medida en función del error porcentual es:

$$X = \bar{x} \pm E_{\%}$$

Comparando el valor experimental, con el valor que figura en las tablas (Handbook) al cual llamaremos valor teórico, se tiene otra medida que se conoce como **error experimental**.

$$E_{ex} = \frac{\text{Valor Teórico} - \text{Valor Experimental}}{\text{Valor Teórico}}$$

Que expresado como **error experimental porcentual** es:

$$E_{ex,\%} = 100E_r$$

Si al medir los primeros valores (alrededor de 5 medidas) de una magnitud se observa que la desviación estándar (σ) es muy pequeña comparada con el error del instrumento (E_i) no habrá necesidad de tomar una gran cantidad de datos para encontrar el valor promedio. Las medidas que tengan una desviación mayor que tres veces la desviación estándar, se recomienda descartarlas.

PRECISION PARA LAS MEDICIONES INDIRECTAS

Las medidas indirectas son afectadas por los errores de las mediciones directas. Estos errores se “propagan” cuando se calcula el valor de la medición indirecta.

Si $Z = Z(A, B)$ expresa una magnitud física cuya medición se realiza indirectamente; A y B son ambas medidas directas, ambas indirectas o una directa y la otra indirecta tal que:

$$A = \bar{A} \pm \Delta A \quad \text{y} \quad B = \bar{B} \pm \Delta B$$

Las medidas indirectas se calculan mediante las fórmulas que ahora analizaremos.

i) Si Z resulta de adiciones y/o sustracciones $Z = A \pm B$, entonces:

$$\bar{Z} = \bar{A} \pm \bar{B} \quad \text{y} \quad \Delta Z = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta B)^2}$$

ii) Si Z resulta de multiplicaciones o divisiones: $Z = A * B$ o $Z = \frac{A}{B}$, entonces:

$$\bar{Z} = \bar{A} * \bar{B} \quad \text{o} \quad \bar{Z} = \frac{\bar{A}}{\bar{B}} \quad \text{y} \quad \Delta Z = \bar{Z} \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{\bar{A}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{\bar{B}}\right)^2}$$

iii) Si Z resulta de una potenciación: $Z = kA^n$, entonces:

$$\bar{Z} = K (\bar{A})^n \quad \text{y} \quad \Delta Z = n \left(\frac{\Delta A}{\bar{A}} \right) \bar{Z}$$

Finalmente, la expresión de la medida indirecta en cualquiera de los casos anteriores será:

$$Z = \bar{Z} \pm \Delta Z$$

IV. PROCEDIMIENTO

Observe detenidamente cada instrumento. Determine la lectura mínima de la escala de cada uno de ellos. Verifique si los valores están desviados del cero.

NOTA1: *Cada miembro del grupo debe realizar por lo menos una medición para cada material.*

NOTA2: *La balanza debe de calibrarse antes de cada medición o volver a cero.*

NOTA3: *Los instrumentos deben de tratarse con sumo cuidado, si algún equipo resultara dañado, el grupo es responsable solidario. Según el reglamento del laboratorio, el grupo debe subsanar el daño. Esta norma rige para todas las experiencias del laboratorio.*

1. Con la balanza mida las masas del cilindro metálico y la placa de metal. Tome como mínimo cinco medidas de cada una.

Se entiende que cada alumno integrante de la mesa de trabajo es un buen experimentador, responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cómo son las medidas entre si?
 - b) ¿Hay necesidad de tener mas de una medida o basta con solo una?, ¿en que casos?
 - c) ¿Qué comentarios puede formular sobre la balanza utilizada?
2. Con el calibrador vernier proceda a medir el cilindro de metal con orificio cilíndrico hueco y una ranura que es casi paralelepípeda, realice como mínimo 5 mediciones de cada longitud.
 - mida el diámetro **D** y altura **H**.
 - Mida el diámetro **d₀** y la profundidad **h₀** del orificio cilíndrico.
 - Mida las dimensiones de la ranura paralelepípeda que posee el cilindro metálico.

Tome la placa de metal y proceda a medir el ancho y el largo de este objeto. Realice como mínimo 5 mediciones de cada longitud.

- a) ¿Cómo son las medidas entre si?
 - b) ¿Hay necesidad de tener mas de una medida o basta con solo una?, ¿en que casos?
 - c) ¿Qué comentarios puede formular para el caso del vernier utilizado?
3. Con el micrómetro mida el espesor de la lámina de metal. Realice como mínimo 5 medidas y responda:
 - a) ¿Cómo son las medidas entre si?
 - b) ¿Hay necesidad de tener mas de una medida o basta con solo una?, ¿en que casos?
 - c) ¿Qué comentarios puede formular para el caso del micrómetro utilizado?
 4. Mida la masa y las dimensiones del tarugo y la esfera, utilizando instrumentos de medida apropiados. Realice como mínimo 5 mediciones de cada magnitud.
 5. Mida la masa de una cucharada de arena. Repita la medición 10 veces. Halle el error aleatorio y exprese la medida con el error absoluto, el error relativo y el error porcentual.

IMPORTANTE: *No derrame arena en la mesa y menos en la balanza pues podría dañar sus ajustes*

CUADRO N° 1**CILINDRO**

	Cilindro Completo		Orificio cilíndrico		Ranura paralelepípedo		
Medida	D (mm)	H (mm)	d_0 (mm)	h_0 (mm)	l (mm)	a (mm)	h_p (mm)
01							
02							
03							
04							
05							
$E_i = E_{im}$							
σ							
E_a							
ΔX							
Medida $\bar{x} \pm \Delta x$							
	Volumen (Vc) (cm ³)		Volumen (Vo) (cm ³)		Volumen (Vp) (cm ³)		
Medida $\bar{z} \pm \Delta z$	↓		↓		↓		
Masa (g) $\bar{m} \pm \Delta m$	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	\bar{m}	Δm
Volumen real cilindro	→			Densidad experim. cilindro	→		

6. En el cuadro N° 1 calcule el volumen de la parte real (parte maciza del cilindro). Halle la densidad del cilindro con la formula:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

CUADRO N° 2**TARUGO - ESFERA – PLACA**

	TARUGO			ESFERA		PLACA			
Medida	d_t (mm)	H (mm)	m_t (g)	d_e (mm)	m_e (g)	l (mm)	a (mm)	h_p (mm)	m_p (g)
01									
02									
03									
04									
05									
$E_s = E_{lm}$									
σ									
E_a									
Δx									
Medida $\bar{x} \pm \Delta x$ (mm)									
	Volumen V_t (cm ³)		Masa m_t (g)	Volume V_e (cm ³)	m_e (g)	Volumen V_p (cm ³)			Masa m_p
	↓			↓		↓			
Medida $\bar{z} \pm \Delta z$									
Medida $\bar{\rho} \pm \Delta \rho$ (g/cm ³)									

7. Halle el volumen de cada uno de los sólidos del cuadro N° 2 y sus respectivas densidades.

CUADRO N° 3**MASA DE UNA CUCHARADA DE ARENA**

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_i (g)										
\overline{m} (g)	E_i		σ		$\Delta m = \sqrt{E_i^2 + E_a^2}$		E_r		$E_{r\%}$	

8. Tome diez medidas de una cucharada colmada de arena y complete el cuadro N° 3.

V. CUESTIONARIO

1. Coloque el error absoluto y halle el error relativo y el error porcentual cometido en la medida del volumen del cilindro.

ΔZ	E_r	$E_{\%}$

2. Coloque el error absoluto y encuentre el error relativo y el error porcentual que ha resultado al obtener la medida del volumen de la placa de vidrio y/o metal y tarugo.

CUERPO	ΔZ	E_r	$E_{\%}$
Placa			
Tarugo			

3. Halle el error relativo y el error porcentual de la densidad del cilindro y de la esfera metálica. Expresé la medida con estos errores.

CUERPO				
Cilindro				
Esfera				

4. Con la ayuda de tablas de densidades, identifique los materiales de los cuerpos medidos en el experimento. Dichas tablas se encuentran en textos, o en “Handbooks”, de Física.

CUERPO	ρ_{exp}	ρ_{teo}	Clase de sustancia que se identifica
Cilindro metálico			
Placa de Metal			
Tarugo			
Esfera Metálica			

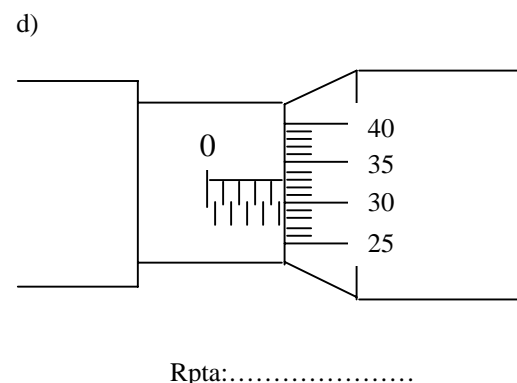
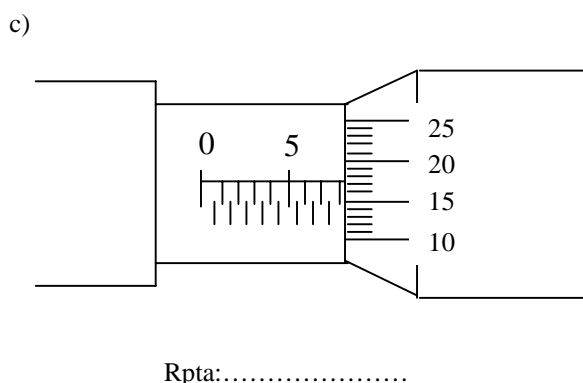
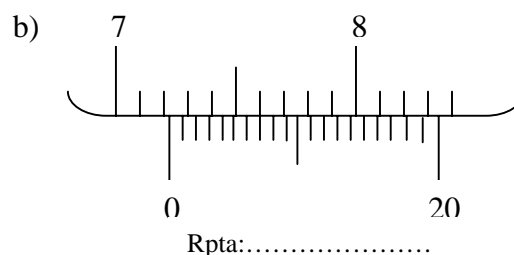
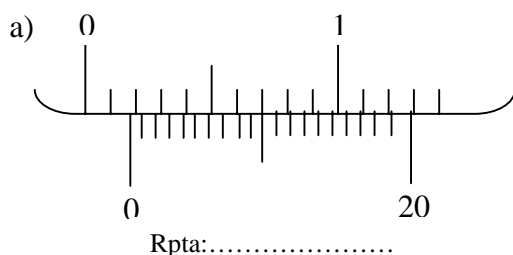
5. Considere los valores de las tablas como valores teóricos. Halle el error experimental porcentual de las densidades.

	CILINDRO	PLACA	TARUGO	ESFERA.
Error experimental porcentual				

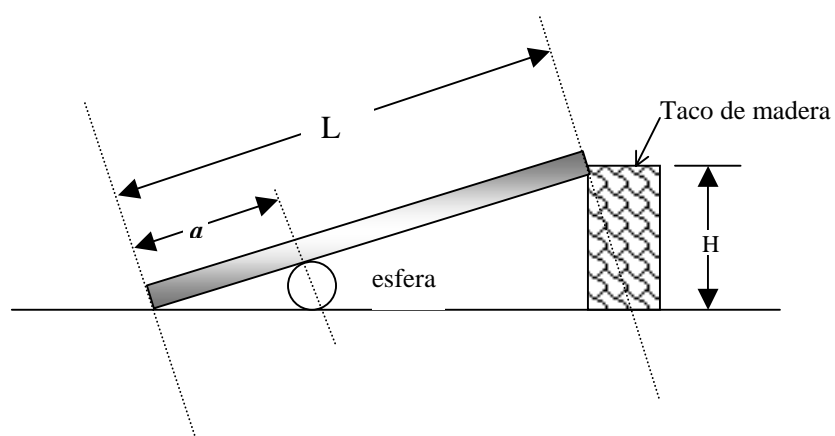
6. ¿Que medida es mejor, la de un tendero que toma 1Kg de azúcar con la precisión de un gramo, o la de un físico que toma 10cg de una sustancia en polvo con una

balanza que aprecia miligramos?. Para fundamentar mejor su respuesta anterior, conteste si es más significativo recurrir al error absoluto o al error relativo.

7. Conociendo la estatura de una persona y el largo de la sombra que proyecta, como también el largo de la sombra que proyecta un árbol, ¿puede determinarse la altura del árbol?, ¿afecta a los resultados la posición del sol?
8. De las figuras que lecturas se observan, tanto del vernier como del micrómetro.



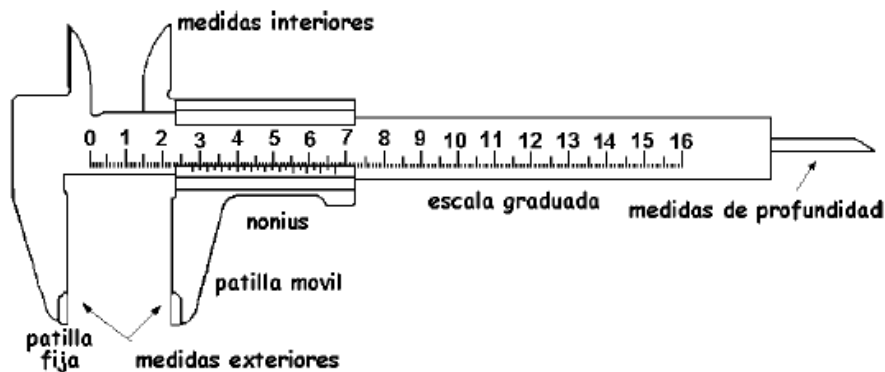
9. Un extremo de una regla de longitud L , se apoya sobre una mesa horizontal y el otro extremo un taco de madera de altura H . Si se mide el valor a desde el extremo de la regla hasta el punto de contacto con la esfera, ¿cuánto mide el radio de la esfera?



APENDICE

VERNIER.

Calibre, calibrador o pie de rey. Instrumento para medida de longitudes basado en el nonius.

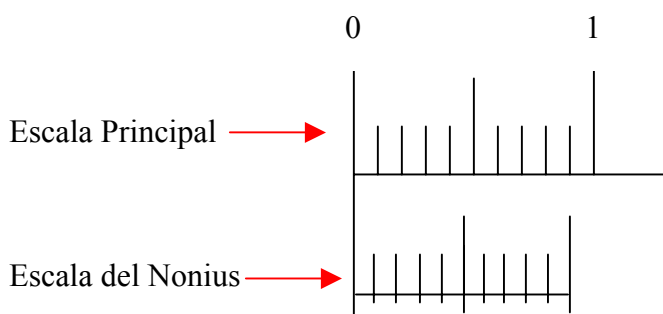


El nonius o nonio debe su nombre al ingeniero portugués Pedro Nunes (1542), aunque algunos autores de cultura afrancesada le llaman vernier por asignar su invención a Pierre Vernier (1631). El nonius es un instrumento formado por dos escalas, una fija y otra deslizante, llamadas regla y reglilla, respectivamente. Ambos están graduados de modo que n divisiones de la reglilla corresponden con $(n-1)$ divisiones de la regla. Si llamamos D y d al tamaño de las divisiones de la regla y reglilla tenemos:

$$nd = (n-1)D, \text{ de donde } D - d = \frac{D}{n}$$

Siendo las divisiones de la reglilla más cortas en D/n que las de la regla; de modo que el aparato nos permitirá apreciar n -ésimas de la unidad. El cociente D/n define la sensibilidad o error instrumental (e_i) del instrumento.

Cálculo de la lectura mínima (L_M):



$D = 1 \text{ mm}$
10 divisiones de la reglilla abarcan 9 divisiones de la regla, la lectura mínima es: $\frac{1}{10} = 0,1 \text{ mm}$

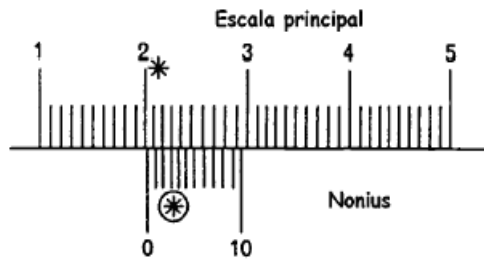
Ejemplo: Determine la lectura:

Para medir una longitud, utilizando el nonius, se procede del modo siguiente: el cero de la regla se hace coincidir con un extremo de la longitud a determinar, y se desplaza la reglilla hasta que su cero coincida con el otro extremo. Se observa entonces, sobre la regla, la distancia R que queda entre el cero de la regla y el cero de la reglilla (20mm) y se observa después que división K de la reglilla coincida con una división de la regla ($K=3$), la medida será

$$R + K(L_M) \pm \frac{1}{2}(L_M)$$

En el ejemplo propuesto, la medida es:

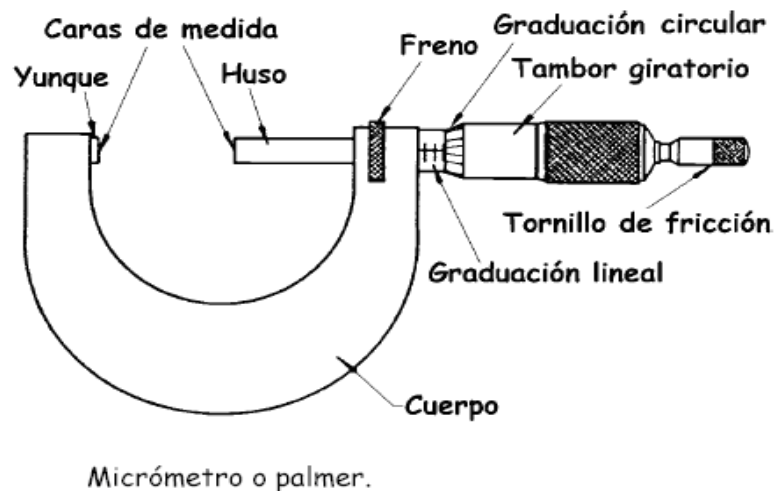
$$20 \text{ mm} + 3(0,1) \text{ mm} \pm \frac{1}{2}(0,1) \text{ mm} = 20,3 \text{ mm} \pm \frac{1}{2}(0,1) \text{ mm}$$



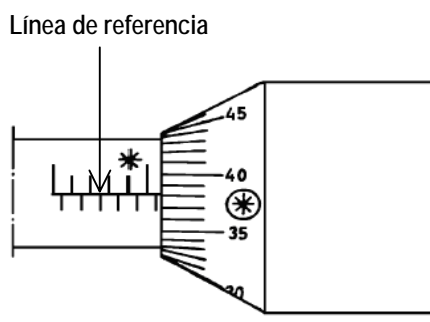
EL MICRÓMETRO.

Es un instrumento de mayor exactitud. Basado en el tornillo micrométrico o Palmer, cuyo intervalo típico de aplicación va desde 0 a 25mm, pero que, con unas alargaderas calibradas especiales, puede llegar a medir entre 0 y 500mm. En su forma más usual, por cada vuelta del tornillo, éste avanza 0,5mm. Estando el tambor dividido en 50 divisiones iguales; así:

$$L_M = \frac{h}{n} = \frac{0.5}{50} = 0.01mm \quad E_{LM} = \frac{1}{2}(L_M)$$



Ejemplo: Determine la lectura

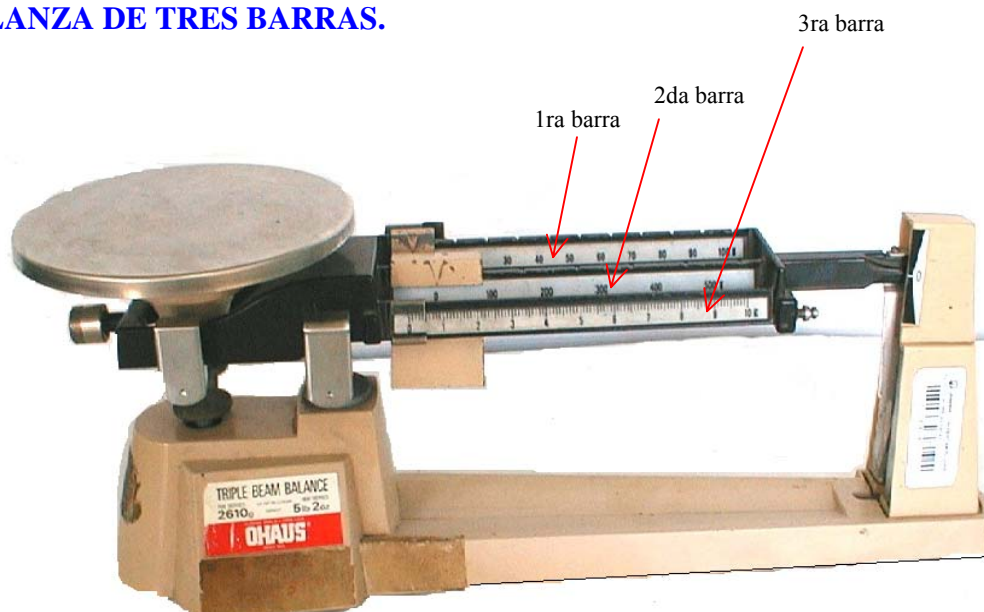


Para medir la longitud, en el micrómetro se procede de la siguiente manera: contabilizar la graduación lineal R que es del cero asta la frontera de la graduación circular reglilla (5.5mm) y se observa después que división K=38 de la graduación circular coincida con la línea de referencia de la graduación lineal; La medida será:

$$R + K(L_M) \pm \frac{1}{2}(L_M)$$

En el ejemplo propuesto, la medida es:

$$5.5mm + 38(0.01)mm \pm \frac{1}{2}(0.01)mm = 5.88mm \pm \frac{1}{2}(0.01)mm$$

BALANZA DE TRES BARRAS.

La tercera barra tiene una regla con 10 unidades que se lee gramos, entre cada dos números dígitos están 10 rayitas que implícitamente indica 1/10 de gramos como Lectura Mínima.

La balanza se usa para cada medida, antes se coloca a cero y es calibrada tal que el fiel (flecha indicadora horizontal) señale cero u oscile simétricamente alrededor de cero.

Ejemplo:

$X = 300$ (barra 2 con señalador grande) + 80 (barra 1 con señalador intermedio) + $7,7$ (barra 3 tipo regla) $\pm 1/2(1/10)g$.

$$X = 387,70 \pm 0,05 \text{ g}$$

Nota: antes de realizar cualquier medida, calibre el instrumento que va a utilizar

CUADRO DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN.

MAGNITUD	INSTRUMENTO	LECTURA MINIMA (LM)	INTERVALO Error del instrumento $17,8 \pm 0,05^\circ$	EJEMPLOS
LONGITUD	Regla	1mm	0,5mm	$65,0 \pm 0,5mm$
LONGITUD	Vernier 1/10	0,1mm	0,05mm	$23,60 \pm 0,05mm$
LONGITUD	Vernier 1/20	0,05mm	0,025mm	$201,352 \pm 0,025mm$
LONGITUD	Micrómetro 1/100	0,01mm	0,005mm	$1,457 \pm 0,005mm$
Masa	Balanza de tres barras 1/10	0,1g	0,05g	$547,6 \pm 0,05g$
Tiempo	Cronómetro, reloj digital 1/10	0,1s	0,05s	$49,6 \pm 0,05s$
Angular	Goniómetro 1/10	0,1°	0,05°	$17,8 \pm 0,05^\circ$

CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

Se denominan así a las cifras que se pueden garantizar con razonable seguridad.

1. Los dígitos de una cantidad numérica son significativos si corresponden al resultado de mediciones reales o a cálculos a partir de mediciones reales.
 2. sobre el cero es:
- **Regla 1.** En números que no contienen ceros, todos los dígitos son significativos
Ejemplos:

3.1428	cinco cifras significativas
3.14	tres cifras significativas
469	tres cifras significativas
 - **Regla 2.** Todos los ceros entre dígitos significativos son significativos
Ejemplos:

7.053	cuatro cifras significativas
7053	cuatro cifras significativas
302	tres cifra significativas
 - **Regla 3.** Los ceros a la izquierda del primer dígito que no es cero sirven solamente para fijar la posición del punto decimal y no son significativos
Ejemplos:

0.56	dos cifras significativas
0.789	tres cifras significativas
0.01	una cifra significativa
 - **Regla 4.** En un número con dígitos a la derecha del punto decimal, los ceros a la derecha del último número diferente de cero son significativos.
Ejemplos:

43	dos cifras significativas
43.00	cuatro cifras significativas
0.00200	tres cifras significativas
0.40050	cinco cifras significativas
 - **Regla 5.** El uso de la notación científica elimina cualquier problema acerca de cuando son significativos los ceros.
Ejemplos:

$0.00532 \text{ cm}^3 = 5.32\text{E}-3 \text{ cm}^3$
$16000 \text{ galones} = 1.6\text{E}+4 \text{ galones} = 1.6\text{E}4 \text{ galones}$
$101.20 \text{ mm} = 1.0120\text{E} + 2\text{mm} = 1.0120\text{E} + 1\text{cm} = 1.0120\text{E} - 1\text{m}$

CONCLUSIÓN: Todos los dígitos colocados al frente de la potencia de diez deberán ser significativos.

REGLAS PARA EL CÁLCULO DE CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

I. Si no se da el índice de precisión o Δx , la incerteza del último dígito diferente de cero se puede interpretar como ± 1 .

Ejemplos:

$1.76\text{E}-5$ implica que el valor está entre $1.75\text{E}-5$ y $1.77\text{E}-5$

$48\ 000\text{gl}$ indica que el valor está entre $4.7\text{E}4$ y $4.9\text{E}4$

$4.80\text{E}4 \text{ gl}$ indica que el valor está entre $4.79\text{E}4$ y $4.81\text{E}4$

II. Para redondear, se le suma 1 al dígito que se conserva, siempre y cuando los dígitos eliminados sean mayores que 5.

Ejemplos:

$$64.76 = 64.8$$

$$54.768 = 54.8$$

III. Cuando el dígito a eliminar es 5, la última cifra que se conserva se redondea al valor par más próximo.

Ejemplo:

$$84.25 = 84.2$$

$$84.35 = 84.4$$

$$84.95 = 85.0$$

IV. En las adiciones o sustracciones, se conservan los decimales de la cantidad de menos decimales y se eliminan los dígitos superfluos, pero redondeado como se vio en II y III antes de realizar la operación.

Ejemplo:

$$92.35 + 0.057421 - 6.0448 \quad \text{entonces:}$$

$$\begin{array}{r} 92.35 + \\ 0.06 \\ 6.04 \\ \hline 98.45 \end{array}$$

V. En las multiplicaciones o divisiones, el resultado tendrá esencialmente el mismo número de cifras significativas del término que tenga menos; si son números con cifras decimales se redondeará y tendrá la misma cantidad de cifras decimales.

Ejemplos:

$305.2 * 0.99 = 302.148$	respuesta = 302
$12.47 * 0.99 = 12.3453$	respuesta = 12.3
$5.07 * 1.2 = 6.084$	respuesta = 6.1
$48.72 : 1.72 = 28.3255$	respuesta = 28.3
$5.04\pi = 5.04 * 3.14 = 15.8256$	respuesta = 15.8
$15.28\pi = 15.28 * 3.142 = 48.00976$	respuesta = 48.01

VI. En potenciaciones y radicaciones, el resultado queda con la misma cantidad de cifras significativas de la base de la potencia o de la cantidad subradical.

Ejemplos:

$$\pi^2 \text{ precisión de tres cifras: } (3.14)^2 = 9.8596 \quad \text{respuesta} = 9.86$$

$$(\pi)^{1/2} \text{ precisión de tres cifras: } (3.14)^{1/2} = 1.772004 \quad \text{respuesta} = 1.77$$

Hemos comprobado que utilizar el número π (phi) da el mismo valor que cuando se hace el redondeo. Compruebe esto con los mismos ejemplos anteriores. En conclusión usar todo el número “phi” de su calculadora no hace ninguna variación.

$$(0.0027)^{1/2} = 0.051961 \quad \text{respuesta} = 0.052$$