UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica

CURSO: Álgebra y Geometría Analítica SEMESTRE: 2023-I

TEMA: Polinomios en una variable real o compleja.

GUÍA DE PRÁCTICA N° 7

1. Multiplique los siguientes polinomios
   a) $P(x) = 5x^3 + 2x - 1$ y $Q(x) = x^2 + x - 1$
   b) $P(x) = 3x^4 + 2x^2 - 3$ y $Q(x) = x^3 + x^2 - 1$
   c) $P(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 - x^2 - 1$ y $Q(x) = x^2 + x - 1$
   d) $P(x) = x^4 + 4x^2 - x$ y $Q(x) = x^2 - 1$

2. Determine el cociente y resto en la división polinómica en cada caso.
   a) $P(x) = 3x^5 - 6x^4 + 13x^3 - 9x^2 + 11x - 1$ entre $D(x) = x^2 - 2x + 3$
   b) $P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 6x + 7$ entre $D(x) = x^3 - x^2 + x + 3$
   c) $P(x) = x^2 - 3x + 5$ entre $D(x) = 3x - 5$
   d) $P(x) = x^4 - 16$ entre $D(x) = x + 1$

3. Halle el M.C.D en cada caso.
   a) $P(x) = x^4 - 42x^2 - 22x - 5$ y $Q(x) = x - 7$.
   b) $P(x) = 3x^5 - 8x^4 + x^2 + 12x + 4$ y $Q(x) = 3x^2 - 5x - 2$.
   c) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ y $Q(x) = x^2 - x - 6$.
   d) $P(x) = x^6 + 2x^5 + x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ y $Q(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x - 2$.

4. Comprobar que cada polinomio $P(x)$ tiene como factor el monomio $Q(x)$.
   a) $P(x) = x^4 - 81$ tiene por factor a $Q(x) = x + 3$.
   b) $P(x) = x^3 - 5x - 1$ tiene por factor a $Q(x) = x + 1$.
   c) $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1$ tiene por factor a $Q(x) = x - 1$.
   d) $P(x) = x^{10} - 1024$ tiene por factor a $Q(x) = x + 2$.

5. Determine los valosres de a y b para que los polinomios en cada caso sean divisibles.
   a) $P(x) = x^5 - ax + b$ sea divisible por $D(x) = x^2 - 4$.
   b) $P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 5$ sea divisible por $D(x) = x^2 + x + 1$.
   c) $P(x) = 3x^2 + bx + 4$ sea divisible por $D(x) = x - 1$.
   d) $P(x) = x^4 - 3ax^3 + (2a - b)x^2 + 2bx + (a + 3b)$ sea divisible por $D(x) = x^2 - 3x + 4$.
   e) $P(x) = (x + 2)^3 + (x - 1)^2 + 3ax + b$ sea divisible por $D(x) = (x - 2)^2$.

6. Si $P(x)$ es divisible por $(x - 2)$ y $P(x)$ es dividido por $(x + 3)$ da resto -5. Calcule el resto de dividir $P(x)$ por $(x - 2)(x + 3)$.

7. Al dividir el polinomio $f(x) = 6x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ entre $g(x) = 2x^2 - x + 3$ se obtiene un cociente cuyos coeficientes forman una progresión aritmética de razón 2 a partir del primer término de mayor grado y cuyo residuo es $-7x - 30$ hallar A, B, C, DyE.

8. Resolver la ecuación $x^4 - 11x^3 + 30x^2 + 2x - 44 = 0$, sabiendo que 1 y -2 son dos de sus raíces.

9. Determine las raíces de cada polinomio.

   a) $P(x) = x^5 - 5x^4 + 11x^3 - 25x^2 + 30x$
   b) $P(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6$
   c) $P(x) = x^6 - 12x^4 + 23x^2 + 36$
   d) $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$
   e) $P(x) = 3x^5 - 8x^4 + x^2 + 12x + 4$

10. Halle las raíces del polinomio $x^3 + 8x^2 + 5x - 50 = 0$ sabiendo que una de sus raíces es de multiplicidad dos.

11. Si $P(x) = x^2 - px + q$ con r_1 y r_2 como raíces. Calcular $r_1^3 + r_2^3$.

12. Dado $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + ax + b$. Determine a y b para que $P(x)$ tenga raíz -1 y que dividido por $(x + 2)$ tenga resto igual al termino independiente de $P(x)$

13. Determine las raíces comunes y no comunes entre los polinomios $P(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4$ y $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

14. Determine las raíces comunes y no comunes entre los polinomios $P(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x$ y $Q(x) = x^4 - 1$

15. ¿Se puede construir un polinomio con coeficientes reales que tenga una raíz imaginaria?. Explique su respuesta.

16. Resolver las siguintes ecuaciones:

    a) $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 24x - 9 = 0$, sabiendo que dos de sus raíces α, β satisfacen: $\alpha \cdot \beta = -1$.
    b) $36x^3 - 12x^2 - 5x + 1 = 0$, sabiendo que una de sus raíces es la suma de las otras dos.
    c) $x^3 - 5x^2 - 13x - 7 = 0$, sabiendo que tiene una raíz doble.

    d) $4x^4 + 2x^3 - 3x^2 + dx + e = 0$, si tiene una raíz triple. Hallar d y e.

17. Resolver $x^3 - 3x^2 + kx - 12 = 0$, si el producto de dos raíces es -6. ¿Cuál es el valor de k?

18. Resolver la ecuación $x^3 - 5x + 2 = 0$ si sus raíces α, β y γ satisfacen $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \gamma$.

19. Resolver la ecuación $x^3 - 15x^2 + 45x - 27 = 0$, si sus tres raíces están en progresión geométrica.

20. Resolver la ecuación $x^3 - 12x^2 + 39x - 28 = 0$, si sus raíces están en progresión aritmética.

Los profesores del curso.