UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
Álgebra y Geometría Analítica
Semestre: 2023-I

Tema: Transformación de coordenadas. Circunferencia

GUÍA DE PRÁCTICA N° 12

1. Encontrar las nuevas coordenadas del punto (-1,3) si es que los ejes coordenados han sido rotados en 30°, y luego trasladados al nuevo origen (4, 5).

2. Hallar la ecuación, en las coordenadas transformadas, de una recta cuya ecuación en las coordenadas originales es $L: y = x + 3\sqrt{2}$ después de que los ejes X, Y, han sido rotados en 45° (antihorario).

3. Transformar la ecuación de la circunferencia: $x^2 + y^2 + 4x - 12y - 9 = 0$, trasladando el origen de coordenadas a su centro y conservando la misma dirección de los ejes.

4. En el sistema XY, consideremos la recta L: $(3, 8) + t(1,3)$. Si los ejes son rotados mediante el vector $\vec{u} = (2, 1)/\sqrt{5}$, y luego trasladados al nuevo origen $P_0 = (3, 3)$, hallar la ecuación vectorial de esta recta en el sistema $X'Y'$.

5. Qué punto debe seleccionarse como nuevo origen para que las ecuaciones $2x - y + 17 = 0$ y $xy - 4x - y + 16 = 0$ en el nuevo sistema tengan 10 como término independiente. Halle las ecuaciones transformadas.

6. Hallar las coordenadas del punto $P(2, -4\sqrt{3})$, si se rotan los ejes coordenados alrededor del origen un ángulo de 120°.

7. Transformar la ecuación dada al girar los ejes coordenados un ángulo igual al indicado.
   a) $x^2 - 2xy + y^2 - x = 0$; 45°.
   b) $11x^2 + 24xy + 4y^2 - 20 = 0$; arctan 0,75.
   c) $5x^2 + 3xy + y^2 - 4 = 0$; arcsen $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

8. Por una traslación de ejes, transformar la ecuación dada en otra que carezca de términos de primer grado.
   a) $3x^2 + 2y^2 + 18x - 8y + 29 = 0$;
   b) $72x^2 + 36y^2 - 48x + 36y - 55 = 0$;
   c) $30xy + 24x - 25y - 80 = 0$.

9. Por una rotación de los ejes coordenados, transformar la ecuación dada en otra que carezca del término $x'y'$.
   a) $4x^2 + 4xy + y^2 + \sqrt{5}\, x = 1$;
   b) $5x^2 + 4xy + 2y^2 = 2$;
   c) $16x^2 + 24xy + 9y^2 + 25x = 0$.

10. Sea L: $5x + 12y - 30 = \ 0$.una recta es en el sistema XOY; si el origen de coordenadas se desplaza hasta el punto $O'(-2, 2)$ transformándose en el sistema $X'O'Y'$, hallar el ángulo de rotación para obtener el nuevo sistema $X''O'Y''$ en la que la recta L sea paralela al eje Y' y hallar la nueva ecuación de la recta.

11. Hallar las ecuaciones de las tangentes trazadas del punto $P(-2,7)$ a la circunferencia C: $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 12 = 0$

12. Hallar la familia de circunferencias con centro en L_1: $x + 3y - 7 = 0$ y radio 3 unidades. Seleccionar un miembro o miembros que son tangentes a la recta L_2: $5x + 12y - 5 \ = \ 0$.

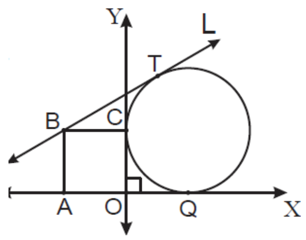
13. Halla la ecuación de la circunferencia concéntrica con C: $4x^2 + 4y^2 - 16x + 20y + 25 = 0$ y que es tangente a la recta L: $5x - 12y - 1 = \ 0$.

14. Hallar la ecuación de la circunferencia tangente a la recta L_1: $4x \ - 3y \ = \ -5$ y de radio 5 unidades y centro sobre L_2: $2x \ + \ y \ = \ 0$.

15. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por $P(12,7)$ y que es tangente a la recta L: $x - \ 2y - 2 = 0$ en el punto $T(8,3)$.

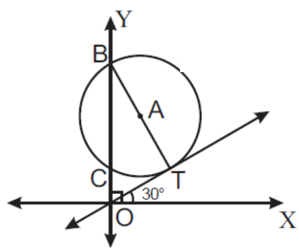
16. Halle la ecuación de una de las rectas tangentes a la circunferencia C: $x^2 + y^2 - 8x - 9 = 0$, paralela a la recta L: $x - \ y \ = \ 0$.

17. En la figura, T, C y Q son puntos de tangencia. Si ABCO es un cuadrado y L: $y = mx \ + \ 3 \ + \sqrt{3}$. Halle la ecuación de la circunferencia



18. Halle la ecuación de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas y su centro es el punto de intersección de L_1: $3x \ - 2y \ = \ 24$ y L_2: $2x \ + \ 7y \ = \ -9$

19. En la figura, A es el centro y T es punto de tangencia. Si $B(0{,}8\sqrt{3})$, $BC \ = \ 3(CO)$, ecuación de la circunferencia.



20. Halla la ecuación de la circunferencia concéntrica con $x^2 + y^2 - x + 10y + 18 = ($ es tangente a la recta L: $20x \ - 21y - 2 = 0$.

21. Hallar en la circunferencia C: $16x^2 + 16y^2 + 48x - 8y - 43 = 0$ el punto P más próximo a la recta L_1: $8x \ - 4y + 73 = 0$ y calcular la distancia del punto P a esta recta.

22. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto (-8;5) y por las intersecciones de las circunferencias C_1: $x^2 \ + \ y^2 - 8x - 6y \ + \ 17 \ = \ 0$ y C_2: $x^2 \ + \ y^2 \ - 18x - 4y \ + \ 67 \ = 0$. Hallar también la ecuación de la recta de los centros y el eje radical para C_1 y C_2.

23. Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene su centro sobre la recta: $2x \ + \ y - \ 14 \ = \ 0$ y que pasa por la intersección de las circunferencias: $x^2 \ + \ y^2 \ - 8x - 4y \ + \ 11 \ = \ 0$ y $x^2 \ + \ y^2 - 4x \ + \ 4y - \ 8 \ = \ 0$.