**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y ELÉCTRICA**

**Álgebra y Geometría Analítica**

**Semestre: 2023-I**

**Tema:** Números Reales, Ecuaciones e Inecuaciones

---

## GUÍA DE PRÁCTICA Nº3

1. Dados $a$, $b$ y $c$ son números reales. Mostrar:

   a) Si $a + b = 0$ entonces $a = -b$.
   b) $-(-a) = a$
   c) $-(a - b) = b - a$
   d) $Si\, a + b = a$ entonces $b = 0$.
   e) $Si\, a \neq 0$. Y $a.b = a.c$ entonces $b = c$.
   f) Si $a.b = 0$ entonces $a = 0$ o $b = 0$

2. Demostrar las siguientes propiedades:

   a) Si $0 < x < y$, entonces $0 < y^{-1} < x^{-1}$ y si $x < y < 0$, entonces $y^{-1} < x^{-1} < 0$.

   b) $2ab \leq a^2 + b^2, \quad \forall\, a, b \in \mathbb{R}$

   c) Si $0 < a < b$, entonces $a \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq b$

3. Demostrar que:

   a) $a - a = 0, \forall a \in \mathbb{R}$

   b) $a(b - c) = a.b - c.d$

4. Demostrar que si $a > 0 \wedge b > 0$, entonces $\sqrt{a.b} \leq \frac{a+b}{2}$

5. Demostrar que $\forall a, b \in \mathbb{R}^+$: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 \leq \frac{a^3+b^3}{2}$

6. Demostrar que si $a, b \in \mathbb{R}^+$, entonces

7. Demostrar que $\forall a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, entonces $a^2 + \frac{9}{a^2} \geq 6$

8. Sea $x \in \mathbb{R}$ y $x \neq 1, x \neq 0$. Entonces pruebe que:

   c) $x + \frac{1}{x} > 2$

   d) $x^2 + \frac{1}{x^2} > x + \frac{1}{x}$

   e) $x^3 + \frac{1}{x^3} > x^2 + \frac{1}{x^2}$

9. Si $a, b, c \in \mathbb{R}$, no son todos iguales, $ab + ac + bc < a^2 + b^2 + c^2$

10. Si $x, y \in \mathbb{R}, x > 0, y > 0$, x $x \neq y$ , entonces pruebe que:

   a) $x^2y + xy^2 < x^3 + y^3$

   b) $x^3y + xy^3 < x^4 + y^4$

11. Si $x > 0, b > 0 \wedge a \neq b$, entonces demuestre que $\frac{a+x}{b+x}$ está situado entre $1$ y $\frac{a}{b}$.

12. Si $0 < a < b$, resolver $\frac{ax+b}{bx+a} > 1$.

13. Para que valores de $r$ , real, se tiene que para todo $x$ real se cumple:

$$(r-1)x^2 + 2(\mathrm{r}-3)\mathrm{x} + \mathrm{r} > 3$$

14. Hallar el conjunto solución de las siguientes inecuaciones:

a) $2x^3 + x^2 - 3x < 0$

b) $2x^3 + x^2 - 3x < 0$

c) $2x^2 - x - 3 > 0$

d) $2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 \geq 0$

e) $x^3 + x - 2 \geq 0$

f) $x^4 - 16 \leq 0$

g) $x^3 - 3x^2 - 13x + 15 > 0$

h) $-4x^2 + 4x + 3 < 0$

i) $(2x-1)^{10}(x-7)^5(x^2-x+2)(x-3)^{13} < 0$

j) $(3-x)^3(x^2-1)^3(3x-5)^7 < 0$

15. Resolver

a) $\frac{x^3+3x^2-4}{x^2+1} < 0$

b) $\frac{(x^2+2)x}{36-x^2} \geq 0$

c) $\frac{2x^2-2}{3-x} < 1$

d) $\frac{x^3+3x^2-4}{x^2+1} < 0$

e) $-1 \leq \frac{x^2-5}{4} \leq 1$

f) $\frac{3x+4}{2+x} < \frac{3x+2}{x-1}$

g) $\frac{2x^2-2}{x^3-1} < \frac{x+1}{x-1}$

h) $\frac{x^3-x^2-22x+40}{x(x+7)} \leq 0$

i) $\frac{x^4-1}{x^3-1} \geq 0$

j) $\frac{x^3-x^2-8x+12}{x^2+5x-14} \leq 0$

k) $\frac{x^2+8x-12-x^3}{7x-x^2-6} \geq 0$

l) $\frac{2x^3-3x^2+5x}{(x^2+2x)(x-3)} \leq 0$

m) $\frac{x^5-1}{x^4+1} < \frac{x^5-2}{x^4+2}$

n) $\frac{(x+4)^{15}(x+3)^{2020}(8-x^3)}{(x-2)(x^2-6x+10)} \leq 0$

o) $\frac{(x-1)(ax+1)}{(x+1)(x-a)} \geq 1,\ 0 < a < 1$

16. Resolver

a) $\sqrt{4-\sqrt{1-x}} - \sqrt{2-x} > 0$

b) $\sqrt{2x-\sqrt{x-4}} - \sqrt{x+4} = 0$

c) $\sqrt{x^2-2x-15} > x+1$

d) $\sqrt{4x^2+9x+5} - \sqrt{x^2-1} = \sqrt{2x^2+x-1}$

17. Resolver:

a) $\frac{2}{x+\sqrt{2-x^2}} + \frac{2}{x-\sqrt{2-x^2}} = x$

b) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x-2} - \sqrt{2x+1} = \sqrt{3x}$

18. Resolver:

a) $\sqrt{\frac{x^2+4x-5}{x+1}} \leq x-1$

b) $\sqrt{x^2-4x+3} \geq x-2$

c) $\sqrt{2+\sqrt{x-5}} - \sqrt{13-x} < 0$

19. Resolver $\sqrt{4x^2+9x+5} - \sqrt{x^2-1} \leq \sqrt{2x^2+x-1}$

20. Resolver: $\sqrt{x^2-55x+250} \leq x-14$