



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica

Álgebra y Geometría Analítica

Semestre 2023 – I



Tema: Vectores en \mathbb{R}^2 . Operaciones suma y producto por un escalar. Norma de un vector. Producto escalar. Propiedades.

GUÍA DE PRÁCTICA N° 9

1. En las siguientes relaciones hallar, si existen, todos los números reales r y s

a) $r(-2, 3) - s(8, 1) = (16, 15)$ b) $r(-2, 3) + s(4, -6) = (0, 2)$ c) $r(4, 3) + s(-1, 2) = (2, -26)$

2. Si $\vec{u} = (n, m)$, $\vec{v} = (1, -2)$, $\vec{w} = (-1, -3)$ y $m\vec{u} + n\vec{v} - \vec{w} = (0, m^2)$, hallar el valor de $3m + 2n$

3. Hallar un vector de módulo 10 que forma un ángulo de 37° con el eje X positivo.

4. Dados los vectores $\vec{u} = (3x - 5, x - 2y + 2)$ y $\vec{v} = (x - y - 2, 3 - 2y)$, hallar x e y tales que $3\vec{u} = 4\vec{v}$.

5. El vector $\vec{v} = (3, 2)$ es el vector localizado del segmento \overline{AB} cuyo punto medio es $C = (3, 1)$. Hallar las coordenadas de los extremos de \overline{AB} .

6. Sea $\vec{v} = (7, -6)$ el vector localizado del segmento \overline{AB} y $C = (5/3, 3)$ el punto de trisección más cercano de B , de dicho segmento. Hallar las coordenadas de A y B .

7. Los vectores \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} forman entre sí un ángulo de 60° , con $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 2$ y $\|\vec{w}\| = 6$. Determinar el valor de $\|\vec{u}_1\|$, si $\vec{u}_1 = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

8. Se dan las coordenadas de los puntos A y B . Expresar $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ en términos de su magnitud y de su ángulo de dirección.

a) $A(\sqrt{12}, -3), B = (\sqrt{27}, -4)$

b) $A(3\sqrt{5}, 4), B = (\sqrt{48}, 5)$

c) $A(-3, 4), B = (-5, 6)$

9. Hallar un vector que tenga la misma magnitud del vector que va de $A(-2, 3)$ a $B = (-5, 4)$ y que tenga el sentido opuesto al vector que va de $S(9, -1)$ a $T(12, -7)$.

10. Dado el vector \overrightarrow{AB} , y el punto C , donde $A = (1, -2)$, $B = (4, 1)$, $C = (3, 6)$. Halle el simétrico D del punto C con respecto a \overrightarrow{AB}

11. Si \vec{u} es unitario y se cumple $2\vec{u} - 3\vec{v} = \vec{w}$ y $3\vec{u} - 2\vec{v} = 5\vec{w}$, calcular la norma de $\vec{v} - \vec{w}$

12. Dados los vectores \vec{u} y \vec{v} con $\vec{u} - \vec{v} \neq \vec{0}$. Demostrar que $\left| \frac{\|\vec{u}\| - \|\vec{v}\|}{\|\vec{u} - \vec{v}\|} \right| \leq 1$

13. Si A , B y C son los vértices de un triángulo, además $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. Demostrar que $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{0}$

14. Si $\vec{v} = (x, y)$, cuya norma es 6 e $y = \sqrt{3}x$, hallar dicho vector.

15. Sabiendo que los puntos $A(1, 1)$, $B(6, 6)$ y $C(3, 9)$ son tres vértices consecutivos de un paralelogramo, determinar las coordenadas del cuarto vértice.

16. Si $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ y $\|\vec{u}\| = 4$; $\|\vec{v}\| = 2$, $\|\vec{w}\| = 5$, determinar $\left(3\vec{v} + \frac{\vec{w}}{2}\right) \cdot \vec{w}$

17. Sean \vec{u} y \vec{v} vectores en \mathbb{R}^2 . Utilizando las propiedades del producto escalar demostrar:

$$a) \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 4\vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$b) \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 2(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2)$$

18. Demostrar mediante un contraejemplo que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{w}$ no implica ni que $\vec{u} = \vec{w}$, ni que $\vec{u} = \vec{0}$

19. Si \vec{u} , \vec{v} y $\vec{u} + \vec{v}$ son vectores unitarios, hallar la norma del vector $\vec{u} - \vec{v}$.

20. Si $\vec{u} = (2, 3)$, $\vec{v} = (3, -2)$ y $\vec{w} = (4, -1)$, resolver la ecuación

$$2\vec{u} - 3\left[\frac{1}{2}(\vec{v} - 3\vec{w}) + \frac{3}{4}\vec{x}\right] = \frac{1}{4}\vec{x} + 3\vec{w}$$

21. Si $M(9/2, -3)$, $N(2, 6)$, $P(-7/2, 9)$ y $Q(-1, -1)$ son los puntos medios de los lados del trapecio $ABCD$ y $\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{52}$, hallar los vértices del trapecio.

22. Dados los vértices consecutivos de un paralelogramo $A(7, -1)$, $B = (-3, 1)$ y $C(-5, 5)$, determinar el cuarto vértice y la longitud de la diagonal \overrightarrow{BD}

23. Si \vec{u} y \vec{v} son vectores tales que $\|\vec{u}\| < 1$ y $\|\vec{v}\| < 1$, demostrar que $\forall t \in [0, 1]$, $\|\vec{u} + t(\vec{v} - \vec{u})\| < 1$

Ciudad Universitaria, junio del 2023

Los profesores del curso